Domácí úkol č. 3

B0B01MA1

Jakub Adamec

Upravená verze pro účely výuky

I. Zadání:

1. Spočtěte

$$\int (2x-5)e^{-x}\,\mathrm{d}x$$

2. Spočtěte

$$\int (3-2x)\sin 2x\,\mathrm{d}x$$

3. Spočtěte

$$\int (3x-2)\sin\frac{x}{2}\,\mathrm{d}\xi$$

4. Spočtěte

$$\int \left(3x^2-\sqrt{x}\right)\ln 3x\,\mathrm{d}x$$

Praha, jaro 2023

II. Řešení:

1. Spočtěte

$$\int (2x-5)e^{-x}\,\mathrm{d}x = \begin{vmatrix} u = 2x-5 & v' = e^{-x} \\ u' = 2 & v = -e^{-x} \end{vmatrix} \overset{P-P}{=} (-2x+5)e^{-x} + 2\int e^{-x}\,\mathrm{d}x =$$
$$= (5-2x)e^{-x} - 2e^{-x} + c = 3e^{-x} - 2x\cdot e^{-x} + c, x \in \mathbb{R}$$

2. Spočtěte

$$\int (3-2x)\sin 2x\,\mathrm{d}x = \begin{vmatrix} u = 3-2x & v' = \sin 2x \\ u' = -2 & v = -\frac{\cos 2x}{2} \end{vmatrix} \overset{P-P}{=} (-3+2x)\frac{\cos 2x}{2} - \int (-2)\left(\frac{-\cos 2x}{2}\right)\mathrm{d}x =$$
$$= (-3+2x)\frac{\cos 2x}{2} - \frac{\sin 2x}{2} + c = \frac{1}{2}[\cos 2x\cdot(-3+2x) - \sin 2x] + c, x \in \mathbb{R}$$

3. Spočtěte

$$\int (3x-2)\sin\frac{x}{2}\,\mathrm{d}x = \begin{vmatrix} u = 3x-2 & v' = \cos\frac{x}{2} \\ u' = 3 & v = 2\sin\frac{x}{2} \end{vmatrix} \overset{P-P}{=} (3x-2)\cdot 2\sin\frac{x}{2} - 3\cdot 2\int \sin\frac{x}{2}\,\mathrm{d}x =$$
$$= (3x-2)\cdot 2\sin\frac{x}{2} + 12\cos\frac{x}{2} + c, x \in \mathbb{R}$$

4. Spočtěte

$$\int \left(3x^2 - \sqrt{x}\right)\ln 3x\,\mathrm{d}x = \begin{vmatrix} u = \ln 3x & v' = 3x^2 - \sqrt{x} \\ u' = \frac{1}{x} & v = x^3 - \frac{2}{3}\sqrt{x^3} \end{vmatrix} \overset{P-P}{=} \ln 3x\left(x^3 - \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\right) - \int \frac{x^3 - \frac{2}{3}\sqrt{x^3}}{x}\,\mathrm{d}x =$$
$$= \ln 3x\left(x^3 - \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\right) - \int\left(x^2 - \frac{2}{3}\cdot x^{\frac{1}{2}}\right)\mathrm{d}x = \ln 3x\left(x^3 - \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\right) - \left(\frac{x^3}{3} - \frac{4}{9}\sqrt{x^3}\right) + c =$$
$$= x^3\ln 3x + \frac{2x\sqrt{x}\ln 3x + x^3}{3} + \frac{4}{9}\cdot x\sqrt{x} + c, x \in (0,+\infty)$$

Praha, jaro 2023