B4B01DMA

Jakub Adamec

Domácí úkol č. 11A

13. 12. 2024

Tento úkol vypracujte a pak přineste na cvičení č. 12.

1. Napište induktivní definici množiny všech kladných celých čísel, která jsou dělitelná pěti, ale ne desíti. Nápověda: Nejprve si napište prvních pár čísel z množiny, to by mělo napovědět.

2. Pro následující zobrazení rozhodněte, zda jsou prostá a zda jsou na. Své odpovědi dokažte.

a) $T\colon \mathbb{N}^2 \mapsto \mathbb{N}^3$, $T(m, n) = (m, n, m + n)$.

b) $T\colon \mathbb{N}^2 \mapsto \mathbb{N}$, $T(m, n) = m + n$.

1.
$M = \{5, 15, 25, 35, 45, ...\}$
(0) základní krok: $5 \in M$.
(1) induktivní krok: $n \in M \Rightarrow n + 10 \in M$.

2.
a)

prostá: ano

$(a, b), (c, d) \in \mathbb{N}^2$.
$T(a, b) = T(c, d) \to (a, b, a + b) = (c, d, c + d) \to a = c; b = d; a + b = c + d$. ■

na: ne

p-p:
$y = (0, 0, 1) \in \mathbb{N}^3 \Rightarrow x = (0, 0) \in \mathbb{N}^2$.
$T(0, 0) = (0, 0, 0 + 0) = (0, 0, 0) \neq (0, 0, 1)$.
Nalezli jsme vektor z $\mathbb{N}^3$, který nemůžeme vygenerovat, a tedy zobrazení nemůže být **na**. ■

b)

prostá: ne

$(a, b), (c, d) \in \mathbb{N}^2$.
$T(a, b) = T(c, d) \to a + b = c + d$.
Může nastat například $a = 2, b = 2, c = 3, d = 1$, tedy $T(2, 2) = T(3, 1)$.
A to porušuje vlastnost prosté funkce. ■

na: ano

$y \in \mathbb{N}$.
volba: $(y, 0) \in \mathbb{N}^2$.
$T(y, 0) = y + 0 = y$.
Obdobně to platí pro volbu $(0, y) \in \mathbb{N}^2$. ■