B4B01DMA

Jakub Adamec

Domácí úkol č. 3A

8. 10. 2024

Tento úkol vypracujte a pak přineste na cvičení č. 4.

1. Nechť $n \in \mathbb{N}$. Dokažte,
jestliže $a, b \in \mathbb{Z}$ splňují $a \equiv b \pmod{n}$, pak $13a \equiv 13b \pmod{n}$.

2. Nechť $n \in \mathbb{N}$. Dokažte,
jestliže $a, b, c \in \mathbb{Z}$ splňují $a \equiv b \pmod{n}$ a $b \equiv c \pmod{n}$, pak $a \equiv c \pmod{n}$.

1. Důkaz:

$a, b \in \mathbb{Z}$ libovolné.
předpoklad: $a \equiv b \pmod{n}$.
$a - b = kn$, pro nějaké $k \in \mathbb{Z}$.
$13a - 13b = 13(a - b)$.
dosadím: $13(a - b) = 13(kn) = (13k)n$.
a tedy: $13a \equiv 13b \pmod{n}$.

$\square$

2. Důkaz:

$a, b, c \in \mathbb{Z}$ libovolné.
předpoklad: $a \equiv b \pmod{n} \wedge b \equiv c \pmod{n}$.
$a - b = kn$, pro nějaké $k \in \mathbb{Z}$.
$b - c = ln$, pro nějaké $l \in \mathbb{Z}$.
$a - c = (a - b) + (b - c) = (k + l)n$, $(k + l) \in \mathbb{Z}$.
bonusová substituce pro radost: $a - c = m \cdot n$, $m \in \mathbb{Z}$.
a tedy: $a \equiv c \pmod{n}$.

$\square$