Druhá samostatná práce

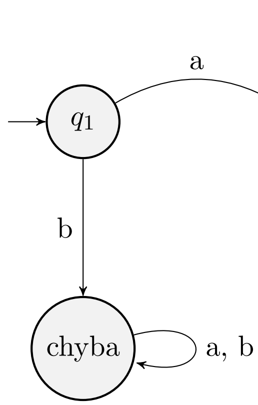
Jakub Adamec
B4B01JAG

14. října 2024

Příklad 3.6. Navrhněte deterministický konečný automat (DFA), který přijímá jazyk L abecedou $\{a, b\}$, kde L obsahuje právě všechna slova w taková, že

- w začíná a
- w obsahuje jako podslovo abb
- w končí a.

Automat redukujte.



Příklad 3.7. Pomocí Nerodovy věty a pomocí pumping lemmatu dokažte, že jazyk $L \subseteq \{a, b\}^*$, kde $L = \{u; |u|_a = |u|_b\}$ není regulární.

1 Důkaz Nerodovou větou

L je regulární $\iff$ existují ekvivalence T na $\sum^*$ taková, že:

1. L je sjednocení některých tříd T.
2. pokud uTv, tak $uwTvw$ pro každé $w \in \sum^*$.
3. T má konečný počet tříd.

Kdyby existovala T na $\{a, b\}^*$.
Mějme $a^n b^{n-1} = u_1 \notin L$ a $a^n b^{n-10} = u_2 \notin L$.
A protože předpokládáme regulérnost L, tak musí platit 2. bod Nerodovy věty.
Zvolme $w = b^1$, a tedy $u_1 w T u_2 w$ musí platit. Po dosazení vyjde $a^n b^n \ T \ a^n b^{n-9}$, kde $a^n b^n \in L$, ale $a^n b^{n-9} \notin L$.
Což je ve sporu s 2. bodem Nerodovy věty, protože platí $u_1 T u_2$, ale $u_1 w T u_2 w$ již ne. A tedy L není regulární.

2 Důkaz Pumping lemmatem

Je-li L regulární, existuje $n \geq 1$ tak, že každé $u \in L$, $|u| > n$, lze rozdělit $u = xwy$ tak, že:

1. $|xw| \leq n$.
2. $w \neq \varepsilon$.
3. $xw^i y \in L$, $i = 0, 1, ...$

Kdyby L byl regulární, tak existuje n z Pumping lemma.
Zvolíme konkrétní slovo $u = a^n b^n$, $u \in L$.
Podle Pumping lemmatu lze toto slovo u rozdělit na $u = xwy$ tak, že $|xw| \leq n$. Z toho plyne, že:

- xw se skládá pouze z písmen a, protože prvních n symbolů ve slově $u = a^n b^n$ jsou pouze a. Tedy $xw = a^n$.
- Dále $w \notin \varepsilon$, takže $w = a^k$, kde $1 \leq k \leq n$.

Teď napumpujeme w, tedy například $i = 2$, a dostaneme nové slovo $xw^2 y = a^{n+k} b^n$.
Pro slovo $a^{n+k} b^n$ platí $|u|_a > |u|_b$, protože má $n + k$ písmen a a n písmen b. A tedy $u \notin L$.
A protože Pumping lemma vyžaduje, aby $\forall i \geq 0$ platilo $xw^i y \in L$, tak lze říct, že L není regulární.