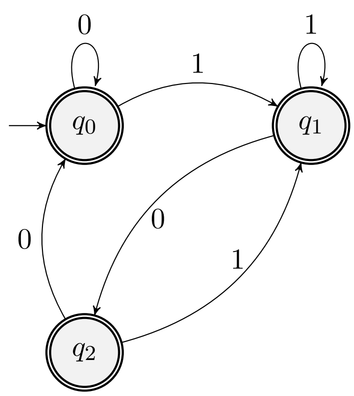
První samostatná práce

Jakub Adamec
B4B01JAG

27. listopadu 2024

Příklad 1.5. Pro uvedený automat nakreslete stavový diagram. Najděte vlastnost $\mathcal{V}$, která charakterizuje slova přijímaná daným automatem. Dokažte, že automat přijímá právě všechna slova s vlastností $\mathcal{V}$.



$F = \{q_1, q_2\}$.
$L(M) = \{w \mid w$ končí 1 nebo 10$\}$.
Ať $u \in L$.

Důkaz $u0 \notin F$:
$\delta(q_i, 0) = q_0 \notin F$
$i = 0, 2$.

Důkaz $u1 \in F$:
$\delta(q_i, 1) = q_1$
$i = 0, 1, 2$.

Důkaz $u00 \notin F$:
$\delta(q_i, 00) = q_0 \notin F$
$i = 0, 1, 2$.

Důkaz $u10 \in F$:
$\delta(q_i, 10) = q_2$
$i = 0, 1, 2$.

Důkaz $\varepsilon \notin F$:
$\delta(q_1, \varepsilon) = q_1$.

Příklad 1.6. Jazyk L nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$ je dán induktivně

$$\begin{aligned} \varepsilon &\in L \\ u \in L &\implies aua \in L \\ u \in L &\implies bub \in L \end{aligned}$$

Charakterizujte slova jazyka L, tj. najděte vlastnost $\mathcal{V}$ takovou, že $L = \{u \mid \text{slovo } u \text{ má vlastnost } \mathcal{V}\}$. Své tvrzení zdůvodněte.

$\mathcal{V}$ = slovo u je sudé délky a $u = u^R$(tj. je palindrom). Označme $L_1 = \{u \mid u^R = u, |u| \text{ je sudé}\}$. Dokážeme, že $L = L_1$.

a) $L \subseteq L_1$, indukcí podle definice množiny L.

i) ε je sudé délky a zároveň $\varepsilon^R = \varepsilon$, tedy $\varepsilon \in L_1$. $\square$

ii) Mějme slovo u, které je sudé délky a platí $u^R = u$. Pak také slova $v_1 = aua$ a $v_2 = bub$ mají sudou délku a jsou palindromy, tj. $v_1^R = (aua)^R = au^Ra = aua = v_1$ a $v_2^R = (bub)^R = bu^Rb = bub = v_2$. $\square$

b) $L_1 \subseteq L$, každé slovo, které palindrom sudé délky vzniklo dle pravidel, indukcí podle délky slova $u \in L_1$.

i) Nejkratší slovo podle pravidel $\mathcal{V}$ je ε, které patří do L. $\square$

ii) Předpokládejme, že všechny palindromy v délky $2n$ vznikly podle pravidel jazyka L. Uvažujme libovolný palindrom u délky $2(n+1)$. Pak u nutně začíná buď písménem a nebo písmenem b. Jestliže u začíná a, pak musí končit a, protože je palindromem. Pak lze tedy říct, že $u = ava$, navíc platí $u^R = av^Ra = u$, proto $u^R = v$ a $|v| = 2n$. Z indukčního předpokladu víme, že $v \in L$ a tedy i $u \in L$.

A analogicky platí to samé pro případ, že u začíná, a tedy i končí, písmenem b. $\square$

Takže platí, že $L = L_1$.