Šestá samostatná práce

Jakub Adamec B4B01JAG

20. listopadu 2024

Příklad 9.9.

Navrhněte bezkontextovou gramatiku generující následující jazyk $L=\{a^nb^ma^n\mid m,n\geq 0\}$. Zdůvodněte, proč zkonstruovaná gramatika jazyk L generuje.

$$P: S \rightarrow aSa \mid b$$

Důkaz:

1.
$$a^n n^m a^n \in L(y)$$
.
 $S \xrightarrow{S \to aSa(n)} a^n Sa^n \xrightarrow{S \to b(m)} a^n b^m a^n, m, n \ge 0$.

2. Když
$$w \in L(y)$$
, tak $w = a^n b^m a^n$.

$$S \Rightarrow^{\star} w, S \Rightarrow^{\star} a^{l}Sa^{l}, S \Rightarrow^{\star} b^{k}, a^{l}b^{k}a^{l} \in L.$$

Příklad 9.10.

Zredukujte gramatiku \mathcal{G} , která je dána pravidly:

$$\mathcal{G}:S
ightarrow aA\mid bB\mid aSa\mid bSb\mid arepsilon$$

$$A \rightarrow bCD \mid Dba$$

$$B \to Bb \mid AC$$

$$C \to aA \mid a$$

$$D \to DE$$

$$E\to\varepsilon$$

Mějme CF gramatiku $\mathcal{G} = \{N, \Sigma, S, P\}.$

1. krok

$$V = \{A \mid A \in N, A \Rightarrow^{\star}_{\mathcal{G}} w, w \in \Sigma^{\star}\}$$

$$V_1 = \{A \mid A \to w \in P, w \in \Sigma^*\} = \{S, C, E\}$$

$$V_2 = V_1 \cup \{A \mid \alpha \in P, \alpha \in (\Sigma \cup V_1)^*\} = \{S, C, E\} \cup \emptyset = V_1$$

2. krok

$$\mathcal{G}': S \to aSa \mid bSb \mid \varepsilon$$

$$C \rightarrow a$$

$$E \to \varepsilon$$

Pro novou gramatiku $\mathcal{G}' = \{V, \Sigma, S, P'\}$ sestrojíme indukcí množinu

$$U = \{A \mid A \in V, \exists \alpha, \beta \in (V \cup \Sigma)^* \text{ tak, že } S \Rightarrow_G^* \alpha A \beta \}.$$

$$U_0 = \{S\}, S \Rightarrow^{\star} S$$

$$U_1 = U_0 \cup \{X \mid X \text{ se vyskytuje v } \alpha \text{ pro pravidlo } Y \to \alpha \in P, Y \in U_0\} = \{S\} \cup \emptyset$$

Redukovaná gramatika je $\mathcal{G}'': S \to aSa \mid bSb \mid \varepsilon$.