

Návody ke cvičením z Numerických metod
2. téma: Aproximace funkcí metodou nejmenších čtverců, numerická derivace

Metoda nejmenších čtverců

V dokumentu **NUMaproximace.mw** jsou naprogramovány v podstatě všechny zde probírané metody aproximace. Lze volit zejména metodu, počet a rozložení uzlových bodů a funkční hodnoty v nich. U metody nejmenších čtverců je kromě toho možnost volby aproximačních funkcí. Z hlediska numerických chyb je zajímavá volba různých tvarů výsledku a přesnosti numerických výpočtů. V nejjednodušších případech byste měli umět metodu samostatně provést i bez počítače. Máte se (před řešením druhé zápočtové úlohy) zaměřit na následující otázky:

A. Chyby metody

Funkci $f_1(t) = \ln t$ aproximujte na intervalu $\langle 0, 1; 10 \rangle$ a sledujte závislost chyby metody

1. na počtu uzlových bodů při aproximaci např. polynomem stupně 5,
2. na stupni aproximačního polynomu při konstantním počtu uzlových bodů, např. 20,
3. na použití jiných aproximačních funkcí než polynomů, např.
 $\varphi_1(t) = 1/(t+r)^s$, $\varphi_2(t) = \exp(-t/T)$, apod.

B. Zaokrouhlovací chyby

Aproximaci z úlohy A2 zopakujte pro funkci $f_2(t) = \ln(t-p)$ na intervalu $\langle p+0, 1; p+10 \rangle$, kde p je velká konstanta, např. 10^4 . (Chyba metody zůstává stejná.)

Numerická derivace

V dokumentu **NUMderivace.mws** jsou naprogramovány všechny probírané vzorce pro numerický odhad derivace, pouze vzorce využívající Richardsonovu extrapolaci si musíte upravit sami podle uvedeného vzoru. Všechny probírané vzorce byste měli umět použít i samostatně. Lze volit zejména funkci, vzorec pro odhad derivace, bod, v jehož okolí derivaci odhadujeme, a krok. Zvolte

1. funkci, jejíž derivace nejsou velké, např. \exp ,
2. funkci, jejíž derivace jsou velké, např. \ln v pravém okolí 0,

a sledujte

1. závislost chyby metody na bodu, v němž derivaci odhadujeme,
2. závislost chyby metody na kroku,

3. závislost zaokrouhlovací chyby na kroku,
4. pro jednotlivé metody rozsah délek kroku, které jsou „použitelné“ (s ohledem na chyby metody a zaokrouhlovací chyby).