

Domáci úkol 3

Jakub Adamec
XP01TGR

25. října 2025

Příklad 3.1. Je dáno číslo $n \geq 5$. Je možné pro každé takové n zkonstruovat 2-souvislý prostý neorientovaný graf G bez smyček, který má

- průměr $\text{diam}(G)$ roven 2,
- a má $2n - 5$ hran?

Jestliže ano, pro každé n takový graf zkonstruujte; jestliže ne, zdůvodněte, proč takový graf nemůže existovat.

Řešení 3.1.

Příklad 3.2. Dokažte nebo vyvráťte:

Je dán prostý souvislý neorientovaný graf G bez smyček s $n \geq 4$ vrcholy, který neobsahuje jako **indukovaný podgraf** úplný bipartitní graf $K_{1,3}$. Pak v G existují dva sousední vrcholy x, y takové, že graf $G \setminus \{x, y\}$ je také souvislý. (Graf $G \setminus \{x, y\}$ je podgraf G , ze kterého jsme odstranili vrcholy x a y , nejen hranu s krajními vrcholy x a y .)

($K_{1,3}$ je úplný bipartitní graf se stranami o 1 a 3 vrcholech.)

Řešení 3.2.

Příklad 3.3. Je dán prostý orientovaný graf G bez smyček s n vrcholy a m hranami. Dokažte nebo vyvráťte: Je-li G souvislý, ale ne silně souvislý, pak platí

$$n - 1 \leq m \leq (n - 1)^2.$$

Buď tvrzení dokažte, nebo najděte protipříklad.

Řešení 3.3.