

# Domácí úkol 6

Jakub Adamec  
XP01TGR

10. prosince 2025

**Příklad 6.1.** Je dán bipartitní graf  $G$  se stranami  $X$  a  $Y$  a v něm maximální párování  $P_{\max}$ . Pro každou hranu  $e \in P_{\max}$  vybereme jeden její krajní vrchol do množiny  $A$  takto:

Pro hranu  $e = \{x, y\} \in P_{\max}$  ( $x \in X, y \in Y$ ) do  $A$  vybereme vrchol  $y$ , jestliže existuje cesta  $a_1, e_1, a_2, e_2, \dots, e_{2k+1}, y$ , kde

- $a_1 \in X$  je volný v párování  $P_{\max}$ ,
- pro  $i > 0$  je  $e_{2i-1} \notin P_{\max}$ ,  $i > 0$ ,  $e_{2i} \in P_{\max}$ .

Jestliže taková cesta neexistuje, do  $A$  vybereme vrchol  $x$ .

Dokažte nebo vyvrátte: Množina  $A$  (zkonstruovaná výše) je vrcholovým pokrytím grafu  $G$ .

**Řešení 6.1.**

**Příklad 6.2.** Dokažte, že v každém bipartitním grafu  $G$  platí

$$a_1(G) = \beta_0(G). \quad (6.1)$$

*Hint: Použijte Königovu větu pro určení počtu hran v maximálním párování v bipartitním grafu.*

**Řešení 6.2.**