DISCTRU Machine Project

Due on or before **December 16, 2013 (M)**

You are to implement a computer program following the specifications of a system given below.

- Applicable Sets
  - $\mathbf{P}$: $\{1,2,3,4,5,6\} \times \{1,2,3,4,5,6\}$
  - $\mathbf{B}$: $\{\mathsf{true}, \mathsf{false}\}$
  - $\mathbf{N}$: set of positive integers
  - $\mathbf{J}$: $\{\{(1,1),\ (2,2),\ (3,3)\},\ \{(1,3),\ (2,2),\ (3,1)\}\}$
  - $\mathbf{K}$: $\{\{(1,4),\ (2,4),\ (3,4)\},\ \{(3,4),\ (3,5),\ (3,6)\}\}$
  - $\mathbf{L}$: $\{\{(4,1),\ (4,2),\ (4,3)\},\ \{(4,3),\ (5,3),\ (6,3)\}\}$
  - $\mathbf{M}$: $\{\{(4,5),\ (5,5),\ (6,5)\},\ \{(5,4),\ (5,5),\ (5,6)\}\}$
- System Variables
  - $\mathsf{xposn}, \mathsf{oposn}, \mathsf{free} \subseteq \mathbf{P}$
  - $\mathsf{moves} \in \mathbf{N}$
  - $\mathsf{bTurn} \in \mathbf{B}$
  - $\mathsf{over} \in \mathbf{B}$
  - $\mathsf{result} \subseteq \{\ \mathrm{ex},\ \mathrm{oh},\ \mathrm{draw}\ \}$
- System Facts
  - $\mathsf{free} = \mathbf{P} - (\mathsf{xposn} \cup \mathsf{oposn})$
  - $\mathsf{over} \leftrightarrow (\mathsf{moves} = 36)$
- System Initialization
  - $\mathsf{xposn} = \varnothing$
  - $\mathsf{oposn} = \varnothing$
  - $\mathsf{over} = \mathsf{false}$
  - $\mathsf{turn} = \mathsf{true}$
  - $\mathsf{result} = \varnothing$
  - $\mathsf{moves} = 0$
- System States and Behavior
  - `NextPlayerMove(posn` $\in \mathbf{P}$`)`:

    $(\mathsf{posn} \in \mathsf{free} \wedge \mathsf{turn}) \rightarrow \mathsf{xposn} = \mathsf{xposn} \cup \{\mathsf{posn}\}$

    $(\mathsf{posn} \in \mathsf{free} \wedge \neg\mathsf{turn}) \rightarrow \mathsf{oposn} = \mathsf{oposn} \cup \{\mathsf{posn}\}$

    $\mathsf{posn} \in \mathsf{free} \rightarrow (\mathsf{turn} = \neg\mathsf{turn} \wedge \mathsf{moves} = \mathsf{moves} + 1)$
  - `lines(posns` $\subseteq \mathbf{P}$`, wposns` $\subseteq \mathcal{P}(\mathbf{P})$`)` $= |\mathcal{P}(\mathsf{posns}) \cap \mathsf{wposns}|$
  - `EndGame(over)`:

    (`lines(xposn,` $\mathbf{J}$`)` $> 0 \wedge$ `lines(xposn,` $\mathbf{K}$`)` $> 0 \wedge$ `lines(xposn,` $\mathbf{L}$`)` $> 0 \wedge$ `lines(xposn,` $\mathbf{M}$`)` $> 0) \rightarrow \mathsf{result} = \mathsf{result} \cup \{\mathrm{ex}\}$

    (`lines(oposn,` $\mathbf{J}$`)` $> 0 \wedge$ `lines(oposn,` $\mathbf{K}$`)` $> 0 \wedge$ `lines(oposn,` $\mathbf{L}$`)` $> 0 \wedge$ `lines(oposn,` $\mathbf{M}$`)` $> 0) \rightarrow \mathsf{result} = \mathsf{result} \cup \{\mathrm{oh}\}$

    $(\neg\mathsf{over} \wedge |\mathsf{result} \cap \{\mathrm{ex},\ \mathrm{oh}\}| = 2) \rightarrow \mathsf{result} = \{\mathrm{draw}\}$

    $(\mathsf{over} \wedge (|\mathsf{result} \cap \{\mathrm{ex},\ \mathrm{oh}\}| = 2 \vee \mathsf{result} = \varnothing)) \rightarrow \mathsf{result} = \{\mathrm{draw}\}$