4 Анализ динамики системы с учетом вязкого трения

В случае управляющей функции вида (7) в первом уравнении системы (5) выражения для $A(t), B(t), C(t)$ и $D(t)$ — периодические функции от времени. Функции $C(t)$ и $D(t)$ зависят от коэффициентов трения k_1, k_2. Если эти коэффициенты равны нулю (неголономное качение), то $C(t) = 0$, и $D(t) = 0$, происходит качение без потери энергии.

В этом случае уравнение для v_1 имеет вид:

$$\dot{v}_1 = A(t)v_1 + B(t).$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$v_1 = \tfrac{c}{P(t)} + \tfrac{1}{P(t)} \int\limits_0^t B(\tau)P(\tau)d\tau,$$

где $c = const, P(t) = e^{-\int\limits_0^t A(\tau)d\tau}$-периодическая функция.

При этом $\int\limits_0^t B(\tau)P(\tau)d\tau = \mu t + f(t)$, где $\mu =< \frac{1}{T}\int\limits_0^T B(\tau)P(\tau)d\tau >$ - коэффициент линейного роста, и $f(t) = f(t+T)$.

Тогда для v_1 (5) является линейно растущая со временем функция:

$$v_1 = \tfrac{c}{P(t)} = \tfrac{1}{P(t)}(\mu t + f(t)) = \tfrac{\mu t}{P(t)} + g(t),$$

где $g(t) = g(t+T)$.

-Без учета сил трения абсолютная величина линейной скорости роллер-рейсера линейно возрастает.

При линейном возрастании скорости в определенный момент времени может начаться проскальзывание, после чего рассматрение задачи в рамках неголономной модели не возможно.

При наличии вязкого трения $C(t) \neq 0$ и $D(t) \neq 0$. В этом случае уравнение для v_1 запишем в виде

$$\dot{v}_1 = -\Phi(t)v_1 + \Psi(t), \tag{8}$$

где $-\Phi(t) = C - A, \Psi(t) = B - D$.

Общее решение линейного уравнения (8) имеет вид:

$$v_1 = \frac{c}{P(t)} - Q(t),$$

где $c = const$, $P(t) = e^{\int\limits_0^t \Phi(\tau)d\tau}$, а $Q(t)$ — это частное периодическое решение:

$$Q(t) = \frac{1}{P(t)}\left(\frac{1}{P(t)-1}\int\limits_0^T \Psi(\tau)P(\tau)d\tau + \int\limits_0^t \Psi(\tau)P(\tau)d\tau\right), Q(t) = Q(t+T).$$

Линейная скорость v_1 является ограниченной функцией времени, и ускорения в этом случае нет. Примеры траекторий, полученные в результате интегрирования системы (5) с управляющей функцией вида (7) при $N = 0$ и произвольных параметрах роллер рэйсера, можно найти в [1].