

2-1

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1 次元部分空間 $U = \langle v_1, v_2 \rangle$

U の正規直交基底は

$$w_1 = v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$w_2 = v_2 - \frac{(v_2, w_1)}{(w_1, w_1)} w_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{2}{5} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{8}{5} \\ -\frac{4}{5} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{4}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{よって } w_1 = \frac{w_1}{|w_1|} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad w_2 = \frac{w_2}{|w_2|} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Pr}_U(c) = (c, w_1) w_1 + (c, w_2) w_2$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{4}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{3}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} //$$

$$\text{Pr}_{U^\perp}(c) = c - \text{Pr}_U(c) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} //$$

2-1

(1) 平均ベクトル m に対する直交補空間 m^\perp へ正射影する

(2) m として類似していた部分がなくなるため、低くなる。