title

name[*1]

最終更新: 2022 年 7 月 3 日 15 時 44 分

[*1] mail: mail address

目次

1 記号

1.1 数学文字

黒板太字 (mathbb) は

$$\mathbb{A}, \mathbb{B}, \mathbb{C}, \mathbb{D}, \ldots$$

のように書くことができる．筆記体 (mathcal) は

$$\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \ldots$$

のように書くことができる．フラクトゥール (mathfrak) は

$$\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}, \ldots, \mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}, \mathfrak{d}, \ldots$$

のように書くことができる．花文字 (mathscr) は

$$\mathscr{A}, \mathscr{B}, \mathscr{C}, \mathscr{D}, \ldots$$

のように書くことができる．

1.2 数学作用素

プリアンブルの`\MyMathOperators`に登録した文字は数学作用素として書くことができる．例えば

$$\operatorname{Ker} f,\ \operatorname{Hom}(\mathfrak{g}, \mathfrak{h}),\ \operatorname{Gal}(\overline{K}/K),\ \operatorname{Spec} A,\ \operatorname{rank} E(\mathbb{Q}),\ \operatorname{Sel}^{(\phi)}(E/K)$$

のように使用可能.

2 数式

align 環境で数式を書く際には, ラベリングをするかどうかに関わらず「*」は付けなくてよい．例えば以下の数式

$$\zeta(s) \coloneqq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

は引用していないので, 式番号は付いていない．しかし

$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(z)}{z - z_0} dz \tag{1}$$

は式 (1) と引用したので式番号が表示されている．括弧のサイズを調整する際は本来`\left( \right)`, `\left\{ \right\}`, `\left[ \right]` と記述するが

$$\left(\frac{q}{p}\right),\ \left\{0, \frac{k}{m}\right\},\ \left[\frac{1}{n+1} x^{n+1}\right]_{x=a}^{b}$$

のように書くことができる．

3 定理・コメント

3.1 定理環境

定義や命題等は, 以下のようにして記述する:

Definition 3.1: 群

空でない集合 G が**群**であるとは，写像

$$\phi : G \times G \to G$$

で以下の三つの条件を満たすものが存在することをいう．

結合法則 $^\forall g, h, i \in G,\ \ \phi(\phi(g,h),i) = \phi(g,\phi(h,i))$.
単位元 $^\exists e \in G \text{ s.t. } ^\forall g \in G,\ \ \phi(g,e) = \phi(e,g) = e$.
逆元 $^\forall g \in G, {}^\exists g^{-1} \in G \text{ s.t. } \phi(g,g^{-1}) = \phi(g^{-1},g) = e$.

$\phi(g,h)$ のことを単に，$g \cdot h$ や gh と書くことがある．

Proposition 3.2: 単位元の一意性

群 G の単位元 e は一意的に存在する．

Proof. $e, e' \in G$ を単位元とする．Definition 3.1 より

$$\begin{aligned} e &= e \cdot e' \quad (\because e' \text{は単位元}) \\ &= e' \quad (\because e \text{ は単位元}) \end{aligned}$$

が成り立つ．したがって群の単位元は一意的に存在する． □

Remark 3.3

Proposition 3.1 と同様にして，逆元の一意性も証明することができる．

3.2 コメント

証明のアイデアを書く際は，本文や証明のスペースと混同しないように以下の環境で書くことが可能である．

≻ *Proposition 3.1* の証明は，以下のようなアイデアで示すことができる．まず単位元の一意性を証明する際は，単位元が e, e' と二つ存在することを仮定し

$$e = e'$$

≻ を示すのが定石である．また，使える道具としては単位元の性質くらいしか知らない状態であることを踏まえると上のような証明方法になるだろう．

また，TeX で数学書の写経を行う際等に，行間の証明のために新たに定理環境を使用するのは避けたい，という場合がある．そのような場合は，以下の環境で書くことが可能である．

> Definition 3.1 における群の定義は少し修正する必要がある．それは，逆元の公理に単位元が含まれていることが理由である．つまり，単位元と逆元の公理を合わせて
>
> $$^\exists e \in G \text{ s.t. } ^\forall g \in G, [g \cdot e = e \cdot g = g \ \wedge\ ^\exists g^{-1} \in G \text{ s.t. } g \cdot g^{-1} = g^{-1} \cdot g = e]$$
>
> と書くのが正しい．

4 図

4.1 XY-pic

準同型定理の図式は以下のようにして書ける．

$$\begin{tikzcd} G \arrow[r, "f"] \arrow[d, "\pi"'] \arrow[dr, phantom, "\circlearrowright"] & \mathrm{Im}\, f \\ G/\operatorname{Ker} f \arrow[ur, dotted, "\simeq"'] & \end{tikzcd}$$

ファイバー積の普遍性は以下のようにして書ける．

$$
\begin{tikzcd}
T \arrow[rd, dotted, "\exists ! u"] \arrow[rrd, bend left, "t"] \arrow[rdd, bend right, "s"'] & & \\
& X \times_Z Y \arrow[r, "q"] \arrow[d, "p"'] & Y \arrow[d, "g"] \\
& X \arrow[r, "f"'] & Z
\end{tikzcd}
$$

4.2　TikZ

準同型定理の図式は以下のようにして書ける．

$$
\begin{tikzcd}
G \arrow[r, "f"] \arrow[d, "\pi"'] \arrow[rd, phantom, "\circlearrowright"] & \operatorname{Im} f \\
G/\operatorname{Ker} f \arrow[ru, dashed, "\simeq"'] &
\end{tikzcd}
$$

ファイバー積の普遍性は以下のようにして書ける．

$$
\begin{tikzcd}
T \arrow[rd, dashed, "\exists ! u"] \arrow[rrd, bend left, "t"] \arrow[rdd, bend right, "s"'] & & \\
& X \times_{\mathbb{Z}} Y \arrow[r, "q"] \arrow[d, "p"'] & Y \arrow[d, "g"] \\
& X \arrow[r, "f"'] & Z
\end{tikzcd}
$$

5　アルゴリズム・コード