## درس مبانی نظریه محاسبه

جلسه بيست و پنجم

حل چند مسئله در مورد زبانهای تصمیم ناپذیر

1/1

با فرض اینکه می دانیم مسائل HALT,  $A_{\rm TM}, E_{\rm TM}$  تصمیم ناپذیر هستند به سوالات پاسخ دهید.

سوال اول: مسئله زير را در نظر بگيريد.

آیا ماشین تورینگ M رشته hello را میپذیرد؟ به عبارت دیگر زبان

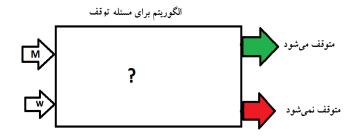
 $B = \{\langle M 
angle \mid n$ یک ماشین تورینگ است و رشته n را میپذیرد M 
angle

الف) یک ماشین تورینگ برای مسئله بالا ارائه دهید.

کافی است ماشین M را روی رشته hello اجرا کنیم و نتیجه را گزارش دهیم.  $\phi$  ثابت کنید  $\phi$  تصمیم پذیر نیست (الگوریتم ندارد.)

فرض كنيد B تصميم پذير باشد و الگوريتمى براى آن موجود باشد. اسم اين الگوريتم را R مى گذاريم (يعنى الان يک الگوريتم داريم به اسم R كه به ما مى گويد فلان ماشين تورينگ رشته hello را مى پذيرد يا نه؟) از اين الگوريتم استفاده مى كنيم و مسئله توقف HALT را حل مى كنيم.

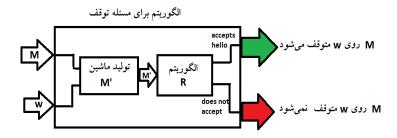
به عبارت دیگر مسئله HALT را به مسئله B تقلیل میaدهیم.



از روی توصیف ماشین M و رشته w، ماشین M را بصورت زیر می سازیم:

قدم اول: ماشین M را روی رشته w اجرا کن. قدم دوم: به  $q_{accept}$  برو.

دقت کنید در ماشین بالا اگر M روی رشته w متوقف شود (قدم اول به پایان برسد) همه ورودی ها را قبول می کند، علی الخصوص رشته hello را هم قبول می کند. اگر M روی w متوقف نشود (قدم اول هیچ گاه به پایان نرسد.) ماشین M هیچ رشته ای را قبول نخواهد کرد.



سوال دوم: وضعیت q در ماشین تورینگ M بلااستفاده است اگر M هرگز وارد q نشود. مسئله زیر را در نظر بگیرید:

آیا ماشین تورینگ M یک وضعیت بلااستفاده دارد؟

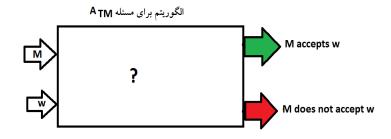
به عبارت دیگر زبان C بصورت زیر تعریف شده است.

 $C = \{\langle M \rangle \mid$  ماشین تورینگ است که یک وضعیت بلا استفاده دارد  $M \}$ 

نشان دهید C تصمیم پذیر نیست.

فرض كنيد C تصميم پذير باشد و الگوريتمى براى آن موجود باشد. اسم اين الگوريتم را R مى گذاريم (يعنى الان يک الگوريتم داريم به اسم R كه به ما مى گويد فلان ماشين تورينگ وضعيت بلااستفاده دارد يا نه؟) از اين الگوريتم استفاده مى كنيم و مسئله پذيرش  $A_{\rm TM}$  را حل مى كنيم.

به عبارت دیگر مسئله  $A_{\mathrm{TM}}$  را به مسئله C تقلیل می دهیم.



از روی توصیف ماشین M و رشته w، ماشین M را بصورت زیر می سازیم:

ابتدا همه وضعیتهای ماشین (غیر از  $q_{
m reject}$  و  $q_{
m accept}$  ) را ملاقات کن.

حال ببین اگر ورودی رشته تهی باشد به  $q_{
m reject}$  برو در غیر اینصورت مانند زیر عمل کن.

ماشین M را روی رشته w اجرا کن. اگر M متوقف شد و به وضعیت پذیرش رفت، به وضعیت برو. اگر M متوقف شد و به وضعیت رد رفت، به وضعیت  $q_{\text{accept}}$  برو.

دقت کنید در ماشین M' وضعیت  $q_{
m accept}$  بلااستفاده است اگر و فقط ماشین M رشته m را قبول نکند. هیچ وضعیت دیگری در ماشین بلااستفاده نیست.

M' پس اگر M' را به الگوریتم R بدهیم و الگوریتم R تشخیص داد که وضعیت بلااستفاده ندارد، یعنی ماشین M رشته w را پذیرفته است در غیر این صورت رشته را نپذیرفته است.

سوال سوم: مسئله زير را در نظر بگيريد.

آیا زبان ماشین تورینگ M منظم است؟

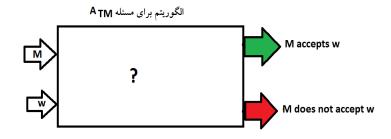
به عبارت دیگر زبان D بصورت زیر تعریف شده است.

 $F = \{\langle M \rangle \mid$  منظم است یک ماشین تورینگ است و L(M) منظم است یک ماشین تورینگ

نشان دهید F تصمیم پذیر نیست.

فرض كنيد F تصميم پذير باشد و الگوريتمي براي آن موجود باشد. اسم اين الگوريتم را R مي گذاريم (يعني الان يک الگوريتم داريم به اسم R که به ما مي گويد فلان ماشين تورينگ زبانش منظم است يا نه؟) از اين الگوريتم استفاده مي كنيم و مسئله پذيرش  $A_{\rm TM}$  را حل مي كنيم.

به عبارت دیگر مسئله  $A_{\mathrm{TM}}$  را به مسئله F تقلیل می دهیم.



از روی توصیف ماشین M و رشته w، ماشین M را بصورت زیر می سازیم:

اگر رشته ورودی x از نوع  $0^n 1^n$  بود قبول کن.

اگر x به این فرم نبود، ماشین M را روی w اجرا کن. اگر M رشته w را قبول کرد، رشته ورودی x را قبول کن.

دقت کنید داریم

 $L(M') = \Sigma^*$  if M accepts w

 $L(M') = \{0^n 1^n \mid n \ge 0\}$  if M does not accept w

M' پس اگر M' را به الگوریتم M بدهیم و الگوریتم M تشخیص داد که زبان M' منظم است یعنی ماشین M رشته M را پذیرفته است در غیر اینصورت رشته را نپذیرفته است.

سوال چهارم: مسئله زير را در نظر بگيريد.

آیا زبان ماشین تورینگ M متناهی است؟

به عبارت دیگر زبان D بصورت زیر تعریف شده است.

 $D = \{\langle M 
angle \mid$  ستاهی است و L(M) متناهی است تورینگ است  $M\}$ 

نشان دهید D تصمیم پذیر نیست.