

A

۱. برنامه‌ای بنویسید که از کاربر سه عدد صحیح مثبت دریافت کند،

$$a_0, a_1, n,$$

به‌طوری‌که به ترتیب دو جمله اول یک دنباله و تعداد جملات مورد نیاز هستند. سپس برنامه باید موارد زیر را انجام دهد:

(آ) دنباله‌ای بسازد که با a_0 و a_1 شروع شود و از رابطه بازگشتی زیر پیروی کند:

$$a_n = |a_{n-1} - a_{n-2}| + (a_{n-2} \bmod 5), \quad \text{برای } n \geq 2$$

(ب) دنباله تولیدشده را به صورت یک بردار سطری چاپ کند.

(ج) اگر $n \geq 2$ باشد، نسبت دو جمله‌ی آخر دنباله را به‌صورت $\frac{a_n}{a_{n-1}}$ محاسبه و نمایش دهد. پیش از انجام تقسیم، بررسی شود که $a_{n-1} \neq 0$ باشد تا از تقسیم بر صفر جلوگیری شود. در صورتی‌که $a_{n-1} = 0$ باشد، پیامی مناسب (مانند «تقسیم بر صفر مجاز نیست») چاپ کنید.

مثال:

$$a_0 = 7, \quad a_1 = 10, \quad n = 20$$

خروجی مورد انتظار:

$$[7, 10, 5, 5, 0, 5, 5, 0, 5, 5, 0, 5, 5, 0, 5, 5, 0, 5, 5, 0]$$

$$\frac{0}{5} = 0$$

۲. تابعی بنویسید که از طریق درونیابی لاگرانژ، مقدار یک تابع را در نقطه‌ی دلخواه x ، با استفاده از داده‌های ورودی $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ تخمین بزند.

توضیح: درونیابی لاگرانژ یکی از روش‌های مشهور برای تخمین مقدار یک تابع بین نقاط داده‌شده است. در این روش، تابع درونیاب $L(x)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L(x) = \sum_{i=0}^n y_i \cdot \ell_i(x) \quad \text{که در آن} \quad \ell_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

در این رابطه، $\ell_i(x)$ پایه‌های چندجمله‌ای لاگرانژ هستند که برای هر i تعریف شده‌اند.

شرایط مسئله:

- تابع شما باید ورودی‌های x (نقطه‌ی دلخواه)، بردار $X = [x_0, x_1, \dots, x_n]$ و بردار $Y = [y_0, y_1, \dots, y_n]$ را بپذیرد.
- مقدار تقریبی تابع در نقطه‌ی x را بر اساس درونیابی لاگرانژ محاسبه و بازگرداند.

مثال: فرض کنید $X = [1, 2, 3, 4, 5]$ و $Y = [2, 3, 5, 4, 1]$ باشد. مقدار تقریبی تابع در نقطه‌ی $x = 3.5$ را با استفاده از درونیابی لاگرانژ محاسبه کنید.

مقدار مورد انتظار: $y = 4.9297$