

视锥-颜色;主观亮度是光强的对数函数
图像处理: 增强,恢复,彩色,压缩,形态学,分割,配准
图像采样与量化
图像插值:最邻近,双线性
 $v(x,y) = ax + by + cxy + d$; 双三次
 $sum(a_{ij}x^i y^j, i, [0,3], j, [0,3])$
像素之间距离: 欧氏距离;城市街区距离abs;棋盘格距离max;

图像增强

空域: 空域滤波
反色: $s = 1 - r, r \in [0,1]$; 幂函数:
 $s^r, r \in [0,1], \gamma > 0, \gamma < 1$ 变亮, $\gamma > 1$ 变暗; 分段线性函数;
直方图均衡/匹配
 $p_s(s) = p_r(r) \frac{dr}{ds} = \frac{1}{L-1} \Rightarrow \frac{ds}{dr} = (L-1)p_r(r)$
 $s = (L-1)integrate(p_r(w), [0,r])$
离散: $s_k = (L-1)sum(p_r(r_j), j, [0,k]), k=0 \sim (L-1)$
直方图匹配: 原图均衡得到 $s = T(r)$, -目标直方图均衡得到 $s = G(z)$ - 反变换 $s = G^{-1}(s)$; 局部直方图, 存在块效应;
滤波: 相关与卷积(旋转180度)
 $g(x,y) = sum(w(s,t)f(x+s,y+t), s, [0,M], t, [0,N])$
平滑滤波: 模糊, 去噪; 均值滤波: 算数, 几何, 加权:
[1,2,1; 2,4,2; 1,2,1]/N; 快速计算: 积分图像
方向均值: 增强线条;
中值: 顺序统计, 对椒盐噪声很有效, 非线性;
锐化滤波:
梯度: 90度不变滤波器[0,1,0;1,-4,1;0,1,0], 45度不变滤波器[1,1,1;1,-8,1;1,1,1];
非锐化掩模: 先平滑-原图减模糊图-将结果乘比例k再加回原图(k>1时称为高提升滤波) \Rightarrow 增强边缘

傅里叶变换; 正
 $F(u,v) = integrate(f(t,z)e^{-j2\pi(\mu t + \nu z)}, \infty)$
反 $f(t,z) = integrate(F(t,z)e^{j2\pi(\mu t + \nu z)}, \infty)$
正 $F(u,v) = sum(f(x,y)e^{-j2\pi(\frac{\mu x}{M} + \frac{\nu y}{N})})$ 反
 $f(x,y) = \frac{1}{MN}sum(F(u,v)e^{-j2\pi(\frac{\mu x}{M} + \frac{\nu y}{N})})$;
正弦DFT: 两个冲击峰连线方向垂直于条纹方向;
采样间隔: 空域间隔 ΔT , ΔZ 与频域间隔 Δu , Δv 关系:
 $\Delta u = 1/(M\Delta T), \Delta v = 1/(N\Delta Z)$;
平移幅度谱不变, 相位谱改变;

频谱居中: 计算 $f(x,y)(-1)^{x+y}$ 的DFT;
利用频域重建自然图像, 相位更重要;
频域滤波; 平滑: 低通: 理想, 巴特沃斯
 $H(u,v) = 1/[1 + [D(u,v)/D_0]^{2n}]$; 高斯
 $H(u,v) = exp(-D^2(u,v)/2D_0^2)$;
锐化: 高通, 拉普拉斯算子频域实现
 $H(u,v) = -4\pi^2(u^2 + v^2)$;
非锐化掩模: 高频强调滤波
 $H(u,v) = k_1 + k_2 * H_{HP}(u,v)$
同态滤波: 光照不均匀, 简单成像模型:
 $f(x,y) = i(x,y)r(x,y)$, i-入射光强(低频), r-反射系数(高频), 取对数分离, 对高低频不同处理;
选择性滤波: 巴特沃斯带通
 $H(u,v) = 1/[1 + [D^2 - D_0^2/DW]^{2n}]$; 高斯带通
 $H(u,v) = exp[-(D^2 - D_0^2)/DW]^2$

图像恢复

退化模型: $g(x,y) = H[f(x,y)] + \eta(x,y)$, 依次为退化图像, 退化系统(光学转移函数), 原始图像, 加性噪声,
线性退化模型: $H[f(x,y)] = h(x,y) * f(x,y)$,
 $h(x,y)$ 又称为点扩散函数
噪声: 周期性噪声可以先DFT, 再通过带通带阻或陷波滤波去除;
随机噪声: 高斯
 $p(z) = (1/\sqrt{2\pi}\sigma)exp[-(z - \hat{z})^2/2\sigma^2]$;合成噪声: 直方图匹配
恢复方法: 空域滤波: 均值, 排序, 剪切均值滤波: 去掉d/2个最大值和d/2个最小值再取均值, 对混合噪声有效(如椒盐噪声和高斯噪声);
自适应均值滤波: 利用局部均值和方差调整滤波, 若噪声方差为0, 应输出退化像素, 若局部方差很大, 输出应接近退化像素, 若局部方差很小, 应输出局部均值, 如 $\hat{f}(x,y) = (1 - \sigma_\eta^2/\sigma_L^2)g(x,y) + (\sigma_\eta^2/\sigma_L^2)m_L$, L代表局部;
自适应中值滤波器: 主要处理大比例椒盐噪声, 尝试从小到大不同尺寸的滤波器, 若当前像素落在范围内则直接输出(降低图像失真)
考虑退化的恢复: 大气湍流类似高斯低通滤波;运动模糊: 逆滤波: $G(u,v) = H(u,v)F(u,v) + N(u,v)$
求F(u,v), 不考虑噪声则除了H为0的地方, 都可以恢复(已知退化模型)
 $\hat{F}(u,v) = R(u,v)G(u,v), R(u,v) = 1/H(u,v) \text{ if } |H(u,v)| > n \text{ else } 1/n$
;考虑噪声, 由于模糊图像高频少, 噪声高频多, 在高

频区域噪声会淹没信号; 维纳滤波: 最小化平方误差
 $E[(f - \hat{f})^2]$, 可以求出 $\hat{F}(u,v)$

彩色图像处理

RGB: 发光模型, 加法三原色(相加为白), 单通道图像中成分越多的地方越亮;
CMY(CMYK)印刷用, 反光模型, 减法三原色(相加为黑), CMY=1-RGB;
HSI: 反映人的视觉系统感知颜色的方式, 色调, 饱和度, 亮度; I与色彩无关, H和S统称色度; HSI圆柱;
伪彩色: 灰度分割, 伪彩色变换
真彩色: 单分量变换增强: 在HSI空间人眼对不同分量感受相对独立, 将RGB转为HSI, 增强后再转回去: 亮度增强: $s = I'$; 直方图均衡; 饱和度增强: 减小则变淡, 增加则变艳; 色调增强: 在色谱上移动(实际上是在圆柱上移动, 循环性); 彩色图像滤波

图像压缩

可压缩性: 编码冗余: 定长编码未考虑不同像素值出现概率不同; 空间冗余: 独立编码未考虑相邻像素相关性; 不重要信息: 未考虑人眼特点;
编码冗余: 每像素平均长度
 $L_{avg} = sum(l(r_k)p_r(r_k), k, [0,L-1])$
分别为像素的码长和概率; 空间冗余: 游程编码; 不重要信息:量化
压缩比: $C = b/b'$, b为原始图像大小(bits), b'为压缩后图像大小; 原始表示冗余度 $R = 1 - 1/C$, 保真度: 用于评价不同的有损压缩算法: 客观: 均方根(rms)误差
 $e_{rms} = \frac{1}{MN}sum((\hat{f}(x,y) - f(x,y))^2)^{1/2}, x, [0,M-1], y, [0,N-1]$, 均方信噪比

$SNR_{ms} = \frac{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \hat{f}(x,y)^2}{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [\hat{f}(x,y) - f(x,y)]^2}$, 均方根信噪比 $SNR_{rms} = \sqrt{SNR_{ms}}$; 主观
图像压缩系统: 映射器+量化器+编码器+解码器+逆映射器(图像查看软件只有解码器, 图像编辑软件有编解码器); 编码: 映射器(对图像变换以降低冗余, 通常可逆, 可能减少或增加数据量)+量化器(不可逆)+编码器(按照码本编码, 如霍夫曼编码); 解码: 解码器+逆映射器
压缩极限: 无失真编码定理: 像素值为离散随机变量X, 其取值x的概率为P(x), 该事件信息量为
 $h(x) = log_2[1/P(x)] \text{ bits}$, 熵为平均信息量:

$H(X) = \sum_{x \in A_X} P(x)log_2[1/P(x)]$, 对无记忆信源输出的符号序列进行无失真编码的最小平均码长为熵(熵越大, 图像所含信息量越大, 随机性越小); 霍夫曼编码(取概率小的节点建树); 预测编码: 根据前一个或周围像素值预测当前点像素值
 $\hat{f}_n = round[sum(\alpha_i f_{n-i}, i, [1,m])]$ (最简单的
 $\hat{f}(x,y) = f(x,y-1)$)预测编码使概率分布集中, 降低熵; 有损预测编码(经典方法增量调制
 $\hat{f}_n = \dot{f}_{n-1}, \dot{e}_n = 6.5 \text{ if } e_n > 0 \text{ else } -6.5$, 问题: 斜率过载: 6.5过小, 无法追上f的快速变化, 导致边缘模糊; 6.5过大, 导致平滑区在 ± 6.5 抖动, 产生颗粒噪声); 变换编码: 预测编码在空域, 变换编码在变换域, 记变换奇函数为g(x,y,u,v)DCT
 $g(x,y,u,v) = \alpha(u)\alpha(v)cos[(2x+1)u\pi/(2N)]cos[(2y+1)v\pi/(2N)]$
JPEG图像压缩: DCT变换, 变换后左上角为直流系数, 其他为交流系数, 用一个量化矩阵Z进行量化; 将每个块的直流系数提出来做无损预测编码, 将交流系数做霍夫曼编码(蛇形编码)

形态学图像处理

集合: 平移 $(A)_z$; 反射(旋转180度) \hat{B} ; 逻辑: 与, 或, 非(补);形态学基本运算:
腐蚀: $A \ominus B = \{z | (B)_z \subseteq A\}$, 即将B平移z后能够包含于A, 这些位置z(B的中心点)的集合;
膨胀: $A \oplus B = \{z | (\hat{B})_z \cap A \neq \phi\}$, 即将B围绕其中点旋转180度后, 再将其平移, 与A的交集不为空, 这些z(B的中心点)组成的集合; 用于连接断裂字符;
对偶: $(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}, (A \oplus B)^c = A^c \ominus \hat{B}$;
开: $A \circ B = (A \ominus B) \oplus B = \cup \{(B)_z | (B)_z \subseteq A\}$
去掉小物体;
闭: $A \cdot B = (A \oplus B) \ominus B$; 补洞;
击中与否变换: 检测; 用两个结构元素:前景 B_1 和背景 B_2 ; 查表加速: $A \circledast B = (A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2)$;用于形状检测; 形态学算法:
边界提取: $\beta(A) = A - (A \ominus B)$;结构体为3x3, 边界宽为1, 增大结构体, 会使边界变宽;
测地学膨胀: 1次 $D_G^{(1)}(F) = (F \oplus B) \cap G$; n次
 $D_G^{(n)}(F) = D_G^{(1)}[D_G^{(n-1)}(F)]$; 由于采用了交集, 测地学膨胀会收敛;
测地学腐蚀: 1次 $E_g^{(1)}(F) = (F \ominus B) \cup G$; n次
 $E_g^{(n)}(F) = E_g^{(1)}[E_g^{(n-1)}(F)]$; 同样会收敛;

形态学重建: 需要两幅图像: marker F(初始点), mask G(模板)和结构体B;利用测地线膨胀;
连通成分提取: 4连通与8连通; 给定初始点, 用形态学重建即可得到连通成分(结构元素为十字(4连通)或方块(8连通));
区域填充: 提取反色-选物体内部空白为初始点-使用连通成分提取-将结果与原始图像做并;
重建开: 腐蚀-膨胀形态学重建(腐蚀结果为初始点, 原图为模板)
细化: $A \otimes B = A - (A \circledast B)$, \circledast 为击中与否运算, 结构元素组(成组删除)
修剪算法: 细化, 八方向结构元素组;
灰度形态学: $f(x, y)$ 表示图像, $b(x, y)$ 为结构元素;
腐蚀 $[f \ominus b](x, y) = \min_{(s,t) \in b} \{f(x+s, y+t)\}$ 消除亮细节并使图像变暗;
膨胀
 $[f \oplus b](x, y) = \max_{(s,t) \in b} \{f(x-s, y-t)\}$, 消除暗细节并使图像变亮;
开: 去除亮细节; 闭: 去除暗细节;
形态学平滑: 利用开闭运算平滑; 形态学梯度
 $g = (f \oplus b) - (f \ominus b)$, 使用3x3结构元素;
光照不均匀: 高帽变换 $T_{hat}(f) = f - (f \circ b)$; 粒子测度, 纹理分割;

图像分割

基于边缘或区域;
一阶导要求: 灰度不变区为0, 坡起始, 中间和结束不为0, 会产生较粗边缘;
二阶导要求: 不变区为0, 坡的起始和结束不为0, 中间为0, 在斜坡处产生双边缘, 且较细, 对细节(细线、孤立点)响应强, 根据符号能确定从亮变暗还是从暗变亮;
点检测: 拉普拉斯算子 $[0, 1, 0; -4, 1, 0; 0, 1, 0]$ 或 $[1, 1, 1; -8, 1, 1; 1, 1, 1]$
线检测: 拉普拉斯算子; 检测特定方向的线: 水平: $[-1, -1, -1; 2, 2, 2; -1, -1, -1]$ 等;
边缘模型: 阶梯型, 斜坡型, 屋顶型; 求导对噪声敏感, 求导前应对图像平滑;
边缘检测: 梯度算子: Prewitt算子: x方向 $[-1, -1, -1; 0, 0, 0; 1, 1, 1]$, y方向 $[-1, 0, 1; -1, 0, 1; -1, 0, 1]$; Sobel算子: x: $[-1, -2, -1; 0, 0, 0; 1, 2, 1]$, y: $[-1, 0, 1; -2, 0, 2; -1, 0, 1]$; 高级方法: Marr-Hildreth算法: LoG-高斯低通滤波-滤波后的 ∇^2 , 检测过零点(检查像素3x3邻域, 有一对符号相反则认为过零);

Sanny算法: 高斯低通滤波-计算梯度的幅度和角度图-对幅度图做NMS-用双阈值和连通性分析来连接边缘(用两个阈值分割梯度图, 在大阈值图中检测轮廓, 并用小阈值对应位置补充);
霍夫变换, 推广霍夫变换;
阈值法: 基于边缘的分割需要形成封闭轮廓, 阈值法直接分割
全局阈值: 适合概率直方图为双峰分布的灰度图
Otsu阈值法: 寻找使类间方差最大的阈值: 选出阈值k, 将像素分为两类, 计算概率(类中像素概率和)和均值, 及全局均值, 类间方差定义为两类均值与全局均值差平方的期望, 选择k使其最大; 利用边缘改善阈值法: 计算边缘图, 计算边缘位置像素的灰度直方图从中选出阈值进行分割;
局部阈值: 可取局部均值为阈值;
基于区域方法:
区域增长: 找到种子(可手动)-与种子点灰度相似选为候选前景点, 将与种子点连通的候选前景点加入前景中;
掌纹识别: 分块-计算每个块的DFT滤出正弦-选出正弦波强度高出阈值的块-相互比较去掉尺寸和方向不匹配的块-将剩下部分作为种子进行生长-选出最好的块;
区域分裂与合并: 与区域生长过程相反, 设计一个分裂准则, 若某区域不满足, 则将其分裂为4个子区域, 若相邻区域满足准则, 则合并为大区域, 当没有可以分裂或合并时停止, 四叉树表示;
分水岭算法: 三类点: 极小值点, 盆地, 分水线; 灰度作为高度, 盆地合并时修水坝

区域表示与描述

表示: 用于存储、通信任务
描述: 用于识别, 分类, 不一定能重建;
边界表示
边界跟踪: 最左上的1作为起点, 需要连续两个边界点与起始两个边界点重合(若只有1个点, 若起始位置在边界的第二个端点处, 会误判); 边界点可以用坐标或者链码记录;
链码: 用方向表示下一个点(如向右为0, 右上为1), 原始分辨率的链码可重建边界; 可提高采样间隔, 得到其他分辨率的链码(一定的不变形, 噪声不敏感); 起点不变: 选择使整个链码数值最小的起点为起点, 旋转不变: 将方向转为方向的差异;

签名: 一维表示, 射线交点距离, 旋转不变性: 选择有特征的点作为射线起点; 缩放不变性: 归一化;
边界描述
简单描述子: 边界长度(链码中竖直和水平方向数+对角方向数的 $\sqrt{2}$ 倍), 直径(距离最远的两个点之间的距离), 主轴: 距离最远的两个点的连线; 次轴: 垂直于主轴; 基本矩形: 长和宽沿着主轴和次轴, 将边界包含在内的最小矩形; 曲率: (逆时针顺序)曲率 >0 , 边界为凸, 曲率 <0 , 边界为凹;
傅里叶描述子: 将边界点坐标用复数表示, 做一维DFT得到傅里叶描述子; 若只取前几个系数, 可以忽略高频成分, 使边界平滑;
矩: 数学中的n阶矩:
 $\mu_n(x) = \text{sum}((f(x) - m)^n, x, [a, b])$, 统计中的n阶矩: $\mu_n(x) = \text{sum}((x_i - m)^n p(x_i), [0, k-1])$, 需先将边界转换为一维函数: 简单边界: 边界签名; 复杂边界: 特殊点处分段;
形状上下文: 描述能力强, 冗余大; 统计轮盘落点;
区域描述
简单描述子: 面积, 周长, Compactness(周长平方/面积), Circularity ratio(区域面积/等周长圆面积);
拓扑描述子: 洞数、连通成分数、欧拉数(连通成分数-洞数);
CPMC物体分割: 区域描述子+随机森林;
纹理描述子
基于灰度直方图的纹理度量
归一化直方图 $p(z_i)$
中心矩 $\mu_n(z) = \text{sum}((z_i - m)^n p(z_i), [0, L-1])$
 $R(z) = 1 - 1/[1 + \mu_2/(L-1)^2]$
均匀度 $U(z) = \text{sum}(p^2(z_i), [0, L-1])$
熵 $e(z) = -\text{sum}(p(z_i) \log_2 p(z_i), [0, L-1])$
灰度共生矩阵: 直方图缺少相对位置; 定义两个像素位置关系Q(如水平相邻从左到右, 45度等), 共生矩阵G中的元素 g_{ij} 代表(整张图中)按Q的关系的两个点灰度值分别为 z_i, z_j (顺序不能改变)的个数;
灰度共生矩阵描述子: 最大概率: 归一化后矩阵中最大值; 相关系数; 对比度; 均匀性; 齐次性; 熵;
HoG(Histogram of Oriented Gradients)
SIFT(Invariant Feature Transform)
谱方法: 傅里叶幅度谱特点: 峰值点的角度反映了纹理主要成分的方向, 峰值点到原点的距离反映了纹理主要成分的周期; 利用极坐标形式的幅度谱 $S(r, \theta)$, 对每个量积分都得到一种谱;

矩不变量: $(p+q)$ 阶矩 $m_{pq} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} x^p y^q f(x, y)$
 $(p+q)$ 阶中心矩
 $m_{pq} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y)$
Hu矩不变量;
基于主成分的描述: 一维样本, 均值向量 $m_x = E\{x\}$ 和协方差矩阵 $C_x = E\{(x - m_x)(x - m_x)^T\}$, 对角化 $C_y = AC_x A^T = \text{diag}(\lambda_i)$, KL变换得到
 $y = A(x - m_x)$, 重建为 $x = A^T(y + m_x)$, 只用y的前k个系数和A的前k行进行近似重建
重建均方误差 $e_{ms} = \text{sum}(\lambda_j, [k+1, n])$
类似利用傅里叶变换低频系数重建信号; 由于变换矩阵无对称性, 无快速算法;
图像配准
基本空间变换
增广坐标 $[x, y, 1]$, 便于矩阵级联相乘;
平移 $[1, 0, t_x; 0, 1, t_y; 0, 0, 1]$, 保证方向;
刚体 $[\cos\theta, -\sin\theta, t_x; \sin\theta, \cos\theta, t_y; 0, 0, 1]$, 保长度
相似
 $[s\cos\theta, -ssin\theta, t_x; ssin\theta, scos\theta, t_y; 0, 0, 1]$ 保角度
仿射 $[a_{00}, a_{01}, a_{02}; a_{10}, a_{11}, a_{12}; 0, 0, 1]$, 保平行性;
射影 $[h_{00}, h_{01}, h_{02}; h_{10}, h_{11}, h_{12}; h_{20}, h_{21}, h_{22}]$, 保证直线;
刚性图像配准:
基于图像归一化互相关的平移估计: 即模板匹配

图像渐变: 为几张图找到平均形状和平均颜色, 并渐变到这个平均值: 手动选择两张图的相似点-计算特征点之间的三角划分-计算三角划分块的平均形状(点坐标平均)-对每个像素, 先找到其对应所在的三角形, 再计算其相对于三角形重心的坐标, 然后根据三角形变换矩阵计算其变换后的相对坐标从而对应位置。