

Лабораторная работа № 1.13

Изучение прецессии гироскопа

Содержание

Введение	2
Экспериментальная установка	6
Проведение измерений	8
Обработка результатов	10
Результаты выполнения лабораторной работы	12
Контрольные вопросы	13
Приложение	15

Цели работы

1. Наблюдение прецессии гироскопа.
2. Экспериментальное подтверждение линейно зависимости периода прецессии гироскопа от частоты вращения гироскопа вокруг оси симметрии.
3. Экспериментальное определение момента инерции гироскопа.

Задачи

1. Измерить период прецессии гироскопа.
2. Измерить частоту вращения гироскопа вокруг своей оси.
3. Рассчитать момент инерции гироскопа относительно оси вращения используя данные полученные в ходе эксперимента. Сравнить полученный результат с моментом инерции гироскопа, рассчитанным теоретически.

Введение

Гироскопом называется аксиально симметричное тело, приведённое в быстрое вращение вокруг оси симметрии [1]. Широко известным и простым примером может служить детская игрушка волчок, быстро вращающиеся вокруг своей оси.

Одним из главных свойств гироскопа, благодаря которому он получил широкое распространение при конструировании навигационных приборов, является сохранение направления оси устойчивого вращения. Например, если закреплённый на судне, отправляющемся в плавание, гироскоп привести в быстрое вращение так, что его главная ось будет ориентирована, скажем, на Полярную звезду, то как бы судно не меняло своего положения в пространстве, ось гироскопа сохранит своё направление.

Закреплённый в точке гироскоп обладает тремя степенями свобо-

ды — 3-мя углами, определяющими его ориентировку в 3-х мерном пространстве. Вводя в устройство гироскопа дополнительные крепления можно понижать количество его степеней свободы, т.о. можно выделить гироскопы с 3-мя, 2-мя и 1-й степенью свободы.

В данной работе будет рассмотрено движение гироскопа с 3-мя степенями свободы под действием момента внешних сил — прецессия.

Рассмотрим гироскоп закреплённый в точке совпадающей с центром масс так, что ось гироскопа, лежащая в горизонтальной плоскости, может свободно поворачиваться в любом направлении. Пусть угловая скорость ω совпадает по направлению с осью вращения гироскопа, т.е. полный момент импульса:

$$\vec{M} = I\vec{\omega}, \quad (1)$$

где I — момент инерции гироскопа относительно оси вращения, совпадающей с одной из главных центральных осей. Пусть к оси гироскопа приложена некоторая постоянная внешняя сила \vec{F} , как это показано на (рис. 1), т.е. перпендикулярно оси гироскопа.

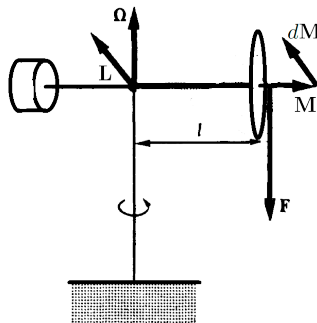


Рис. 1. К объяснению прецессии

На ось гироскопа действует момент внешних сил \vec{L} , по модулю равный:

$$L = Fl, \quad (2)$$

где l — плечё силы F . Из уравнения моментов можно определить направление вращения оси гироскопа:

$$d\vec{M} = \vec{L}dt, \quad (3)$$

которая вращается с некоторой постоянной угловой скоростью $\vec{\Omega}$, называемой угловой скоростью прецессии, вокруг вертикальной оси, проходящей через точку опоры гироскопа. Получим формулу, связывающую угловую скорость прецессии с угловой скоростью вращения гироскопа.

Пусть $d\varphi$ — угол на который поворачивается ось гироскопа вокруг вертикальной оси за время dt , тогда по определению:

$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (4)$$

Модуль изменения момента импульс при этом можно записать как,

$$dM = M d\varphi, \quad (5)$$

с учётом формул (1), (2), (3), (4), (5) получим, что:

$$\Omega = \frac{Fl}{I\omega}, \quad (6)$$

т.о. зависимость угловой скорости прецессии от угловой скорости вращения гироскопа является обратно пропорциональной. По

сколько на эксперименте, чаще всего удобнее измерять период нутации, а не угловую скорость, то формулу (7) удобно переписать в виде:

$$T' = \frac{2\pi}{Fl} I\omega, \quad (7)$$

где T' — период прецессии.

Экспериментальная установка

В эксперименте используют гироскоп (рис. 2), большой поворотный диск (маховик) которого практически без трения вращается вокруг оси, опирающейся на точку крепления к штативу.



Рис. 2. Гироскоп

Параметры гироскопа:

- масса маховика: 1.5 кг;
- радиус маховика: 12.5 см;
- расстояние от точки опоры оси вращения до места крепления дополнительных грузов (плечо силы): 22.5 см.

Список устройств и измерительных приборов:

- гироскоп — 1 шт;
- грузы — 4 шт;

- цифровой тахометр — 1 шт;
- стартерной нить — 1 шт;
- весы;
- цифровой секундомер;
- ветошь, используемая для торможения маховика гироскопа.

Проведение измерений

Часть 1: Измерение периода прецессии гироскопа и частоты вращения его маховика

1. при помощи противовеса и регулировочного груза отъюстировать гироскоп так, чтобы главная ось была расположена горизонтально (указатель в нулевом положении шкалы);
2. главную ось ориентировать по одной из треног штатива, взяв данное положение за 0;
3. подвесить дополнительный груз на держателе грузов, имеющего форму крюка, за передний конец главной оси гироскопа;
4. аккуратно раскрутить маховик гироскопа при помощи стартерной нити, придерживая главную ось гироскопа;
5. при помощи цифрового тахометра измерить частоту вращения маховика гироскопа вокруг своей оси, путём наведения лазерного указателя тахометра на торцевую часть диска гироскопа;
6. после того, как измерение частоты вращения маховика гироскопа выполнено, отпустить ось гироскопа и включить цифровой секундомер;
7. выключить секундомер в момент, когда гироскоп совершит полный оборот вокруг оси закрепления (главная ось вернётся в положение выбранное за 0), и зафиксировав гироскоп в данном положении, вновь провести измерение частоты вращения маховика гироскопа, как описано в пункте (5) (за частоту вращения маховика взять среднее арифметическое двух измерений).

Для торможения маховика гироскопа необходимо пользоваться специально подготовленной ветошью. Подставлять оголённые пальцы под вращающийся маховик категорически воспрещается!

Часть 2: Порядок выполнения работы

1. Взвесить на весах грузы и держатель грузов, данные взвешивания занести в таблицу (1).
2. Произвести измерения частоты вращения маховика гироскопа и периода прецессии для одного груза, подвешенного за передний конец главной оси. Данные занести в таблицу (1).
3. Произвести измерения периода прецессии из пункта (2) при 5-ти различных частотах вращения маховика гироскопа. Данные занести в таблицу (1).
4. Увеличивая момент силы, действующей на главную ось гироскопа, путём добавления дополнительных грузов на держатель грузов, произвести измерения описанные в пунктах (2) и (3). Данные занести в таблицу (1).

Обработка результатов

Теоретическая зависимость периода прецессии $T_{\text{пр}}$ гироскопа от частоты вращения маховика гироскопа вокруг главной оси $\omega_{\text{ср}}$ даётся формулой (7) и является линейной:

$$T_{\text{пр}} = A\omega_{\text{ср}}, \quad (8)$$

где $A = \frac{2\pi I}{mgl}$ (m – массам груза, g – модуль ускорения свободного падения).

1.1 Рассчитать коэффициент A можно воспользовавшись, методом наименьших квадратов (МНК), по следующей формуле [2]:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_{\text{ср}i} T_{\text{пр}i}}{\sum_{i=1}^n \omega_{\text{ср}i}^2}, \quad (9)$$

где $T_{\text{пр}i}$ – значение периода прецессии (столбец 5 таблицы (1)) при определённом среднем значении частоты вращения маховика гироскопа (столбец 4 таблицы (1)), а $n = 5$ общее количество измерений для фиксированного момента силы.

1.2 Рассчитать стандартное отклонение σ_A для коэффициента A по формуле:

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_{\text{пр}i} - A\omega_{\text{ср}i})^2}{\sum_{i=1}^n (n-1)\omega_{\text{ср}i}^2}}, \quad (10)$$

1.3 Рассчитать абсолютную ΔA и относительную погрешность

ε_A для доверительной вероятности 0.90 по формулам:

$$\Delta A = 2\sigma_A \quad (11)$$

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta A}{A} 100\%$$

1.4 По данным 4-го и 5-го столбцов таблицы (1) построить график экспериментальной зависимости периода прецессии гироскопа от частоты вращения его маховика.

1.5 На том же рисунке построить график линейной зависимости (8), используя рассчитанный коэффициент A .

1.6 Выполнить пункты (4) и (5) для каждого момента силы, приложенной к главной оси гироскопа.

1.7 Рассчитать момент инерции маховика гироскопа $I_{\text{теор}}$ (теоретическое значение) относительно главной оси по формуле:

$$I_{\text{теор}} = \frac{mR^2}{2}, \quad (12)$$

а также I (экспериментальное значение):

$$I_{\text{эксп}} = \frac{Amgl}{2\pi}. \quad (13)$$

Формулу для вычисления относительной и абсолютной погрешности $I_{\text{эксп}}$ выведите сами, воспользовавшись материалом изложенным в работе [2].

Результаты

В качестве основных результатов лабораторной работы необходимо предъявить:

1. Графики зависимостей периода прецессии гироскопа от частоты вращения его маховика для каждого из моментов силы.
2. Значение момента инерции гироскопа относительно главной оси, полученное из эксперимента, записанное в виде доверительного интервала.
3. Абсолютное отклонение измеренного значения момента инерции от его теоретического значения: $|I_{\text{эксп}} - I_{\text{теор}}|$.

Контрольные вопросы

1. Что такое главные центральные оси инерции, как с ними связаны главные моменты инерции твёрдого тела? В чём отличия шарового, симметрического и асимметрического волчков?
2. В каком случае момент импульса твёрдого тела совпадает по направлению с угловой скоростью вращения твёрдого тела?
3. Опишите свободное вращение твёрдого тела. Возможно-ли вращение твёрдого тела относительно главной оси, не являющейся центральной? При каком условии свободное вращение будет устойчивым?
4. Что такое нутация? Что такое прецессия?
5. Можно-ли наблюдать нутацию шарового волчка? Можно-ли считать Землю шаровым волчком?

Список литературы

- [1] Матвеев А.Н., Механика и теория относительности, том 1.
- [2] Курепин В.В., Баранов И.В., Обработка экспериментальных данных: Учеб.-метод. пособие - СПб.: НИУИТМО; ИХиБТ, 2012.

Приложение

Таблица 1: Измерение зависимости периода прецессии от частоты вращения маховика гироскопа

м, г	ω_1 , об/мин	ω_2 , об/мин	$\omega_{\text{ср}}$, об/мин	$T_{\text{пр}}$, с
$m_0 + m_1 =$				
$m_0 + 2m_1 =$				
$m_0 + 3m_1 =$				

Обозначения принятые в таблице (1):

- $m_0 =$ _____ г — масса держателя грузов;
- $m_1 =$ _____ г — масса 1-го груза;
- ω_1 — частота вращения маховика гироскопа в начале прецессии;
- ω_2 — частота вращения маховика гироскопа через время, равное периоду прецессии;
- $\omega_{\text{ср}}$ — среднее арифметическое ω_1 и ω_2 ;

- $T_{\text{пр}}$ — период прецессии.