Report on the Experiment

No. 1

Subject MATLAB/Simulink による制御工学

Date 2020. 06. 04

Weather 晴れ Temp 27 ℃ Wet 68 ％

Class	**E4**
Group	**5**
Chief	
Partner	

No	**14**
Name	小畠 一泰

Kure National College of Technology

1　目的

MATLAB/Simulink による制御工学のシミュレーション方法を習得するとともに，制御工学を理解することを目的とする．

2　課題

1. $\frac{1}{s^2+0.5s+1}$ について，ステップ応答，ナイキスト線図，ボード線図，ニコルス線図を作成せよ．

   図 1 と次のスクリプトコードより，図 2 ～ 図 5 を作成した．

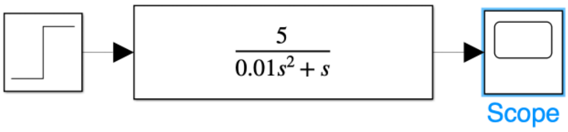

図 1: ブロック線図

コード 1 Matlab のスクリプトコード

```
[num, den] = linmod("model");

tt = 0.0:0.01:25.0;
step(num, den, tt)
nyquist(num, den)
bode(num, den);
grid

nichols(num, den);
ngrid
```

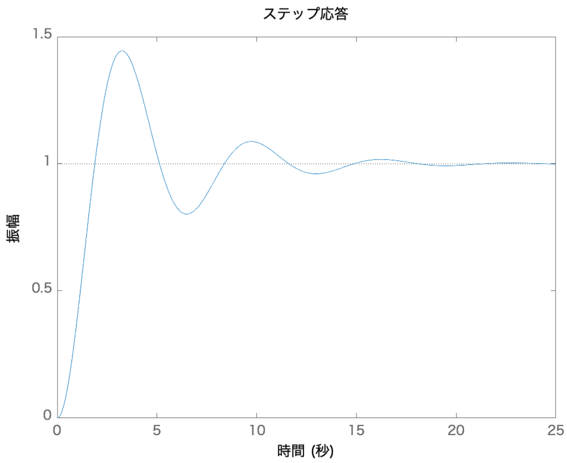

図 2: ステップ応答結果

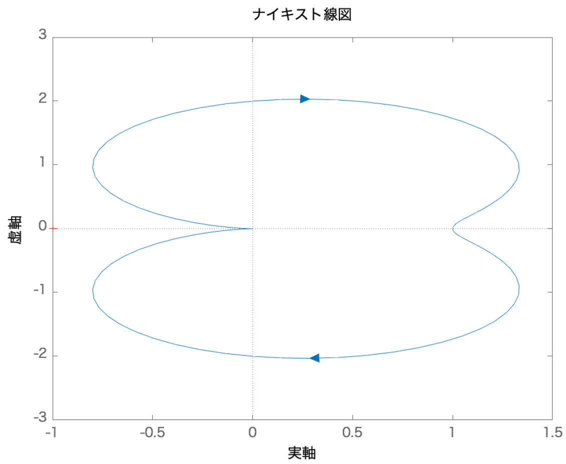

図 3: ナイキスト線図結果

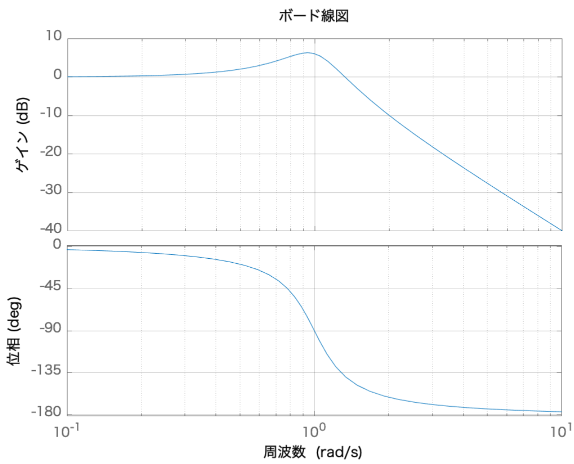

図 4: ボード線図結果

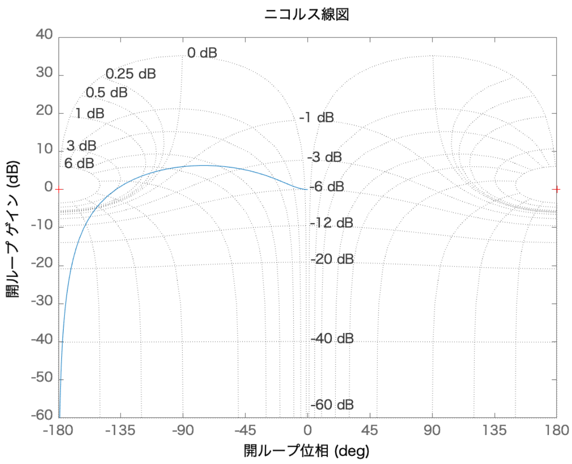

図 5: ニコルス線図結果

2. 図の回路の電流波形を求めよ．回路方程式を示し，ブロック線図を作成し，シミュレーション結果を示せ．
   1. $R - L$ 直列回路: $R = 1\ [\Omega], L = 10\ [\mathrm{mH}]$

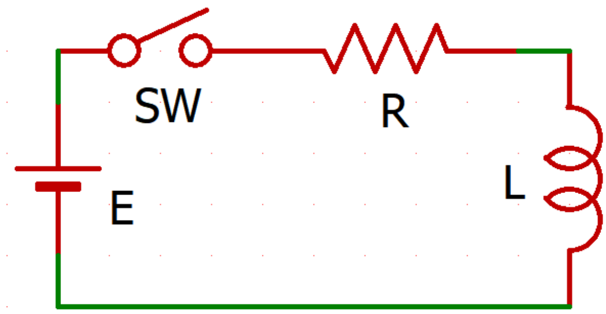

図 6: RL 直列回路

回路網に流れる電流を $i(t)$ とすると回路方程式は次のとおりになる．

$$E = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} \tag{1}$$

これをモデル化すると，図 7 のようになり Simulink でシミュレーションした結果を 図 8 に示す．

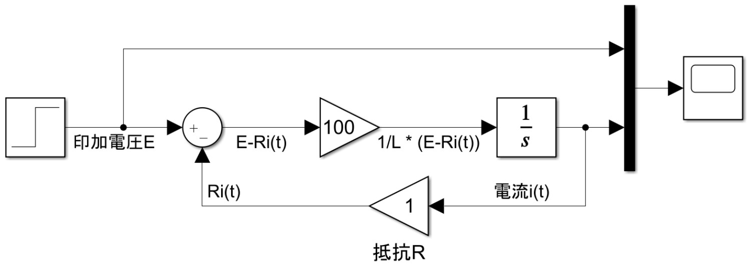

図 7: RL 直列回路ブロック線図

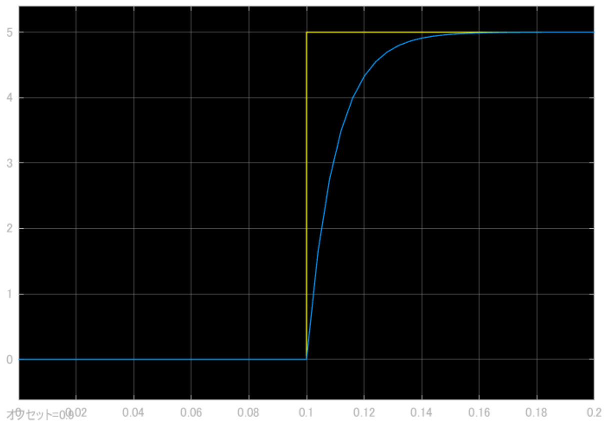

図 8: RL 直列回路シミュレーション結果

式 1 をラプラス変換すると,

$$\frac{E}{s} = sLI(s) + RI(s)$$

となり, これを $I(s)$ について解くと次のようになる.

$$I(s) = \frac{E}{s}\frac{1}{sL+R} = \frac{E}{R}(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\frac{R}{L}}) \tag{2}$$

式 2 を逆ラプラス変換し, $i(t)$ を求める.

$$i(t) = \mathcal{L}^{-1}[I(s)] = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \tag{3}$$

式 3 と初期値 $i(0) = 0$ および, 定常値 $i(\infty) = \frac{E}{R} = \frac{5}{1} = 5$ より, シミュレーション結果は正しいと判断でき実験は成功であるといえる.

2. $R-C$ 直列回路: $R=1$ [Ω], $C=1000$ [μF]

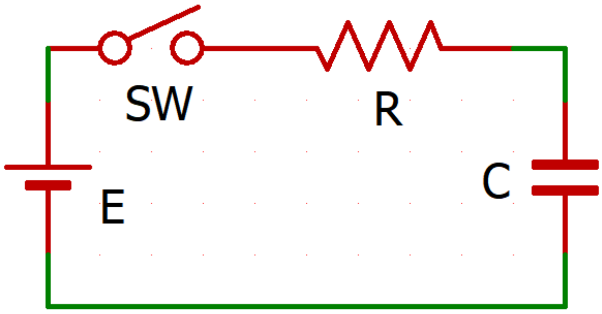

図 9: RC 直列回路

回路方程式は次のとおりである.

$$E = Ri(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt \tag{4}$$

これをモデル化すると, 図 10 のようになり Simulink でシミュレーションした結果を 図 11 に示す.

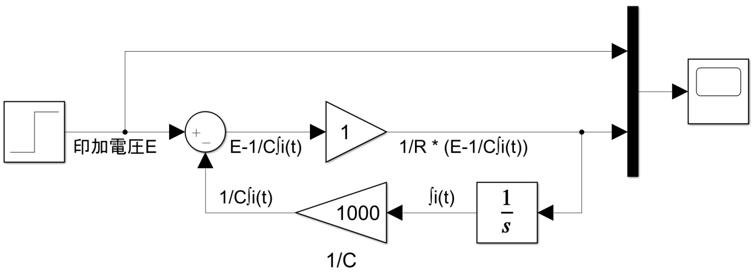

図 10: RC 直列回路ブロック線図

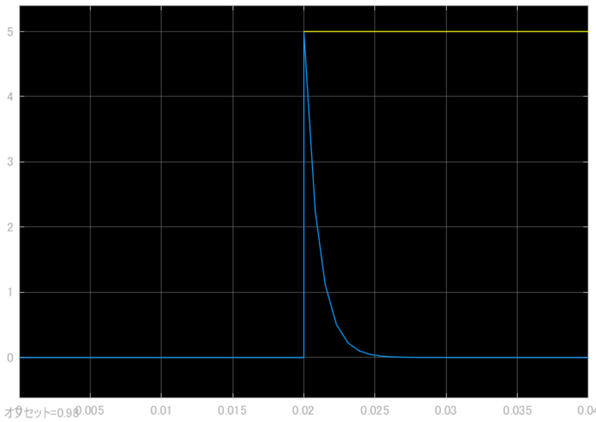

図 11: RC 直列回路シミュレーション結果

また $R-L$ 直列回路と同様に式 4 から電流を導く.

$$\frac{E}{s} = RI(s) + \frac{1}{sC}I(s) = (R + \frac{1}{sC})I(s)$$

$$I(s) = \frac{E}{s}\frac{1}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{E}{R}\frac{1}{s + \frac{1}{RC}}$$

$$i(t) = \mathcal{L}^{-1}[I(s)] = \frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}t} \tag{5}$$

式 5 より初期値は $i(0) = \frac{E}{R} = \frac{5}{1} = 5$, 定常値は $i(\infty) = \frac{E}{R}\frac{1}{\infty} = 0$ となる. したがってシミュレーション結果は正しいと判断でき実験は成功であるといえる.

3. $R - L - C$ 直列回路: $R = 1$ [Ω], $L = 10$ [mH], $C = 1000$ [μF]

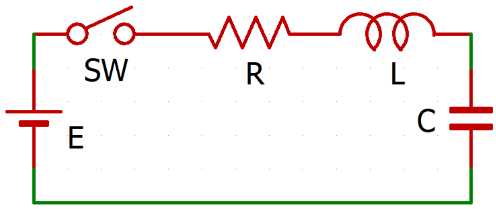

図 12: RLC 直列回路

回路方程式は次のとおりである.

$$E = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt \tag{6}$$

これをモデル化すると, 図 13 のようになり Simulink でシミュレーションした結果を 図 14 に示す.

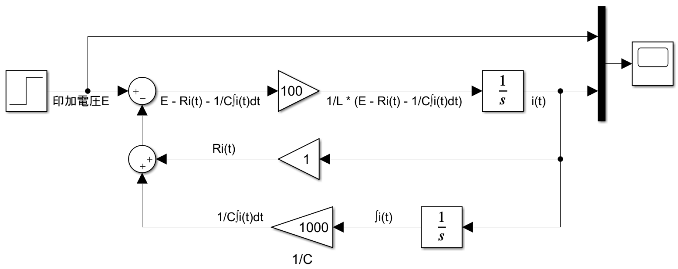

図 13: RLC 直列回路ブロック線図

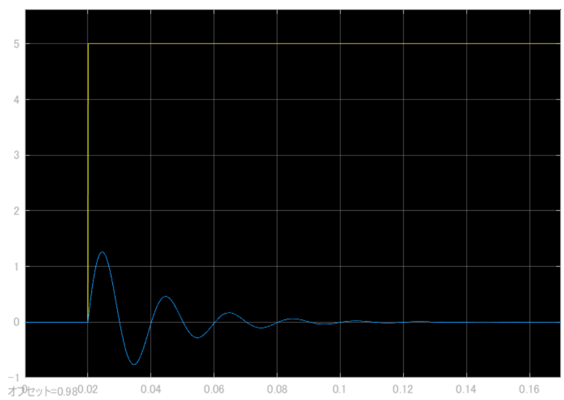

図 14: RLC 直列回路シミュレーション結果

また $R-L-C$ 直列回路と同様に式 6 から電流を導く.

$$\frac{E}{s} = RI(s) + sLI(s) + \frac{1}{sC}I(s)$$

$$I(s) = \frac{E}{s}\frac{1}{R + sL + \frac{1}{sC}} = \frac{E}{s^2L + sR + \frac{1}{C}} \tag{7}$$

$$s^2L + sR + \frac{1}{C} = L(s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}) = L[(s + \frac{R}{2L})^2 + \{\frac{1}{LC} - (\frac{R}{2L})^2\}] \tag{8}$$

ここで, $\alpha = \frac{R}{2L}$ とおき, 式 8 を

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} - (\frac{R}{2L})^2$$

とおけば, 式 7 は次のようになる.

$$I(s) = \frac{E}{L}\frac{1}{(s+\alpha)^2 + \omega^2} = \frac{E}{\omega L}\frac{\omega}{(s+\alpha)^2 + \omega^2}$$

$$i(t) = \mathcal{L}^{-1}[I(s)] = \frac{E}{\omega L}e^{-\alpha t} sin\omega t = \frac{E}{\sqrt{\frac{L}{C} - (\frac{R}{2})^2}}e^{-\frac{R}{2L}t} sin\sqrt{\frac{1}{LC} - (\frac{R}{2L})^2}t \tag{9}$$

ここで上次のようにおき, Matlab でプロットすることにした. その結果を図 15 に示す.

$$\begin{cases} A = \frac{E}{\sqrt{\frac{L}{C} - (\frac{R}{2})^2}} \\ B = e^{-\frac{R}{2L}t} \\ C = sin\sqrt{\frac{1}{LC} - (\frac{R}{2L})^2}t \\ D = A \times B \times C \end{cases}$$

コード 2 Matlab のスクリプトコード

```
t = 0 : 0.001 : 0.15;

E = 5;
R = 1;
L = 0.01;
C = 0.001;

A = E / sqrt(L/C - (R/2)^2);
yline(A); hold on;

B = exp(-t * R / (2*L));
plot(t, B, "b--");

C = sin(sqrt(1/(L*C) - (R/(2*L))^2) \* t);
plot(t, C, "r--");

plot(t, A _ B ._ C);

legend("A", "B", "C", "D"); hold off;
```

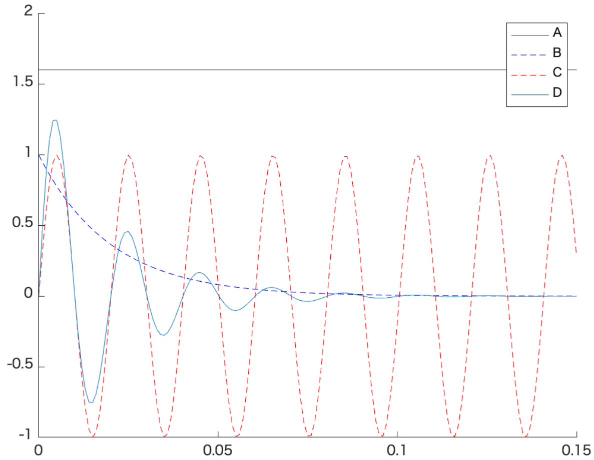

図 15: 式 9 を Matlab でプロットした結果

ここで図 14 と図 15 を比べると同様の波形を示しており, 実験は成功であることが分かる.

3 参考文献

- 青山貴伸, 蔵元一峰, 森口肇, 最新使える MATLAB, 講談社 (2006)
- 杉江俊治, 藤田政之, フィードバック制御入門, コロナ社 (1999)