

# Report on the Experiment

No. 3

Subject 単相電力の測定

Date 2019. 06. 17

Weather 晴れ Temp 24.9 °C Wet 57.9 %

Class	E3	
Group	6	
Chief		
Partner	大橋	りさ
	二重谷	光輝
	森	和哉
	DANDAR	TUGULDUR

No	15
Name	小畠 一泰

Kure National College of Technology

## 1 目的

単相電力計, 三電圧計, 三電流計等を利用し, 単相回路における負荷 (抵抗, インダクタンス, コンデンサ) を変化し電力を測定する.

## 2 理論

### 2.1 直列共振

#### 2.1.1 電流力計型計器

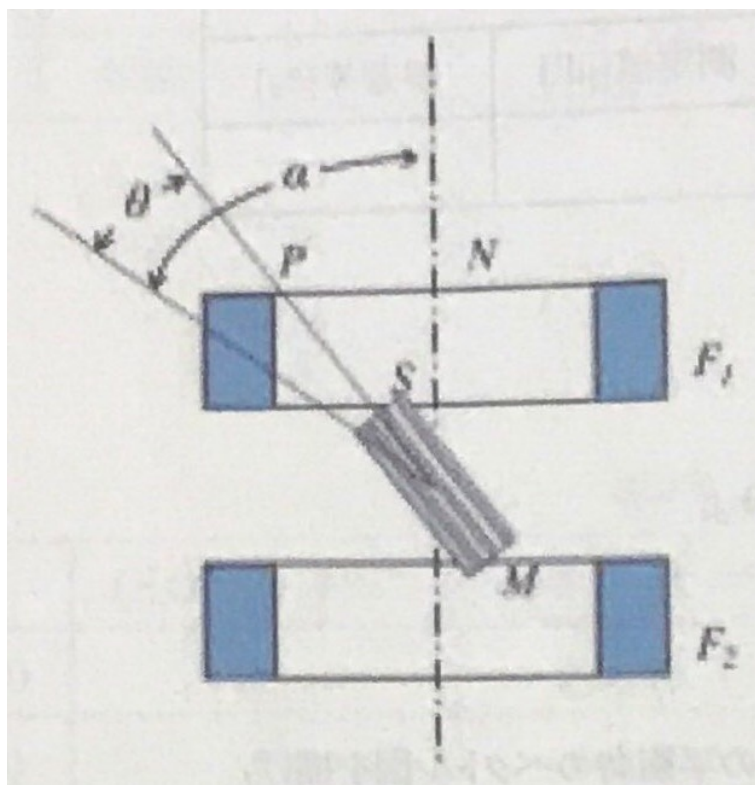


図 1: 電流力計型計器の原理図

電流力計型計器について, この形の計器の動作原理は, 図 1 に示すように, 固定コイル  $F_1, F_2$  に電流を流して磁界を作り, その磁界中に可動コイルを置いて, これに電流を通じたときに生じる電磁力による駆動トルクを利用したものである. 交流によるトルクは固定

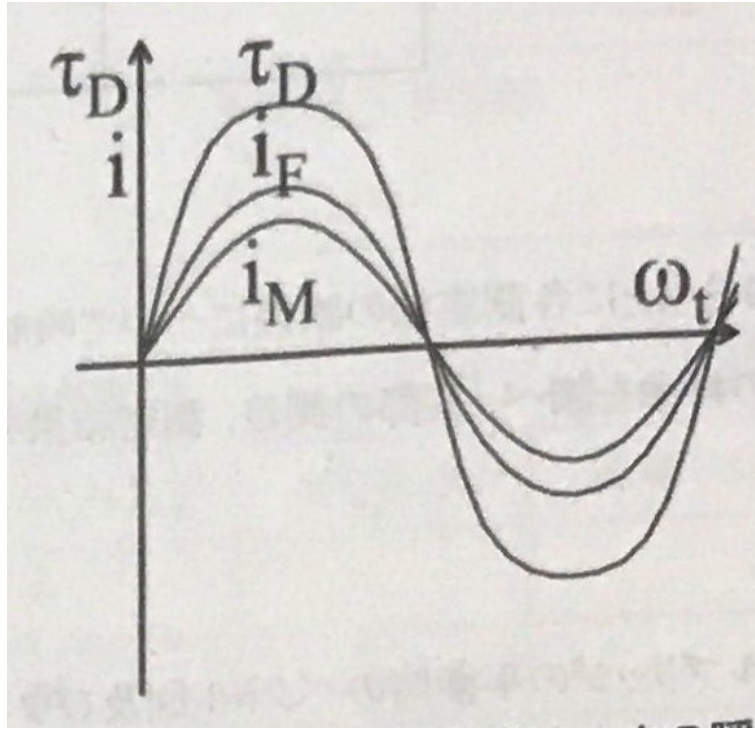


図 2: 交流による駆動トルクの瞬時値

コイルと可動コイルとに同一周波数で、同相の交流を流した場合、どのようにトルクを生じるか考えてみる。固定コイル  $F_1, F_2$  に流れる交流の瞬時値を  $i_F = \sqrt{2}\sin\omega t$ , 可動コイル  $M$  に流れる交流の瞬時値  $i_M = \sqrt{2}I_M\sin\omega t$  とすると  $M$  に働く駆動トルクの瞬時値  $\tau_D$  は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 \tau_D &= K i_F i_M \cos(\alpha - \theta) \\
 &= K \sqrt{2} I_F \sin\omega t \sqrt{2} I_M \sin\omega t \cos(\alpha - \theta) \\
 &= 2 K I_F I_M \sin^2\omega t \cos(\alpha - \theta) \\
 &= K I_F I_M \cos(\alpha - \theta) (1 - \cos 2\omega t) \\
 &= K I_F I_M \cos(\alpha - \theta) - K I_F I_M \cos(\alpha - \theta) \cos 2\omega t \quad [\text{Nm}]
 \end{aligned}$$

$i_F, i_M, \tau_D$  の関係を図で表すと図 2 になる。すなわち、 $\tau_D$  はその方向へ変化しないが、その大きさは  $i_F$  や  $i_M$  の  $\frac{1}{2}$  の周期で脈動する。しかし、この計器の可動部分は、一般に相当大きな慣性モーメントをもっているので、このような脈動する駆動トルクが作用しても、駆動トルクの変化に即応する振動をしないので、 $\tau_d$  の平均値に相当する一定の大きさの駆

動トルク  $\tau_D$  が作用したと同じ運動する。

### 2.1.2 単相交流電力の測定

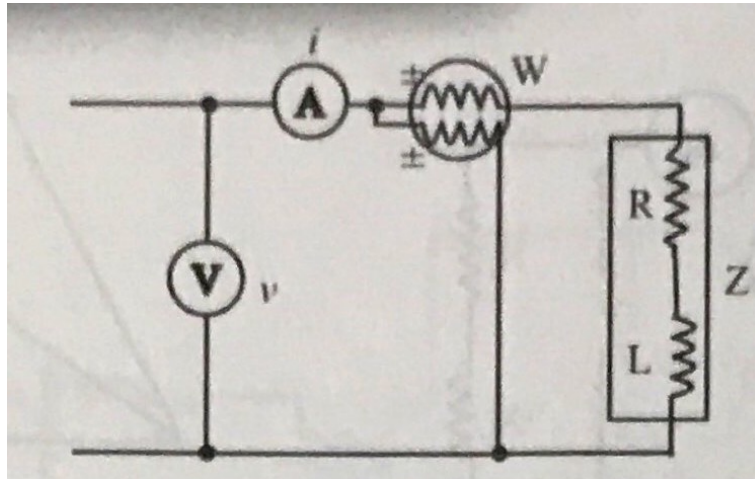


図 3: 電力計法回路

■2.1.2.1 単相電力計法 いま、図 3 に示す回路において交流負荷  $Z$  に瞬時値  $i, v$  の正弦波を入力したとき、その電力は式 1 となる。

$$p = iv$$

$i, v$  は電源の角周波数を  $\omega$ 、電圧と電流の位相差を  $\varphi$  とすると、

$$v = E_m \sin \omega t$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$

ゆえに、

$$p = iv = E_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi) = \frac{E_m I_m}{2} \{ \cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi) \} \quad (1)$$

となる。交流電力は、瞬時電力  $p$  の平均値であるから、これを  $p$  として積分すると、

$$p = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p dt = \frac{E_m I_m}{2} \cos \varphi \quad (2)$$

となる．式 1 の第 2 項は一周期の積分で零となる．式 2 を実効値で示すと (3.5) 式となり，負荷電流，負荷電圧，力率を測定することにより電力を測定できる．

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}, I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$P = EI \cos \varphi$$

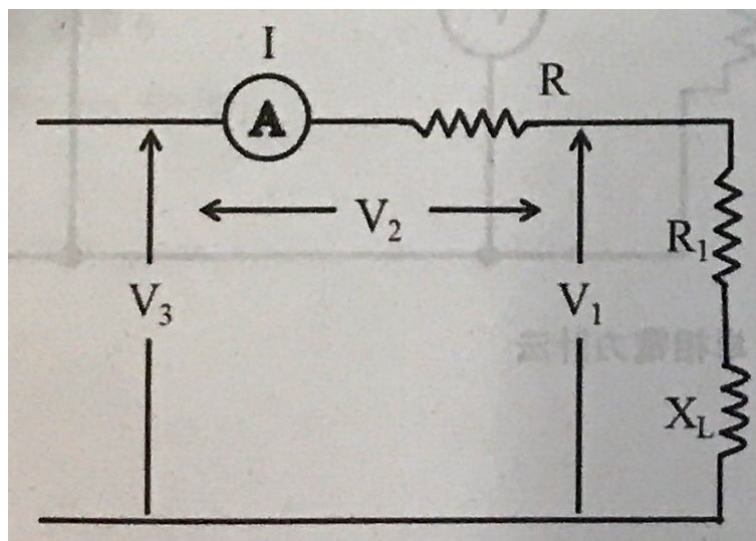


図 4: 三電圧計法

■2.1.2.2 三電圧計法 次に三電圧計法について測定原理を述べる．図 4 の回路の電圧，電流のベクトル図を書くと図 5 になる．ベクトル図より，

$$V_3^2 = (V_2 + V_1 \cos \theta)^2 + V_1^2 \sin^2 \theta$$

$$= V_1^2 + V_2^2 + 2V_1 V_2 \cos \theta$$

$$V_1 \cos \theta = \frac{V_3^2 - (V_1^2 + V_2^2)}{2V_2}$$

ただし， $V_2 = IR$  であるから求める電力は式 3 式となる．

$$P = V_1 I \cos \theta = I \frac{V_3^2 - (V_1^2 + V_2^2)}{2V_2} = \frac{V_3^2 - V_1^2 - V_2^2}{2R} \quad (3)$$

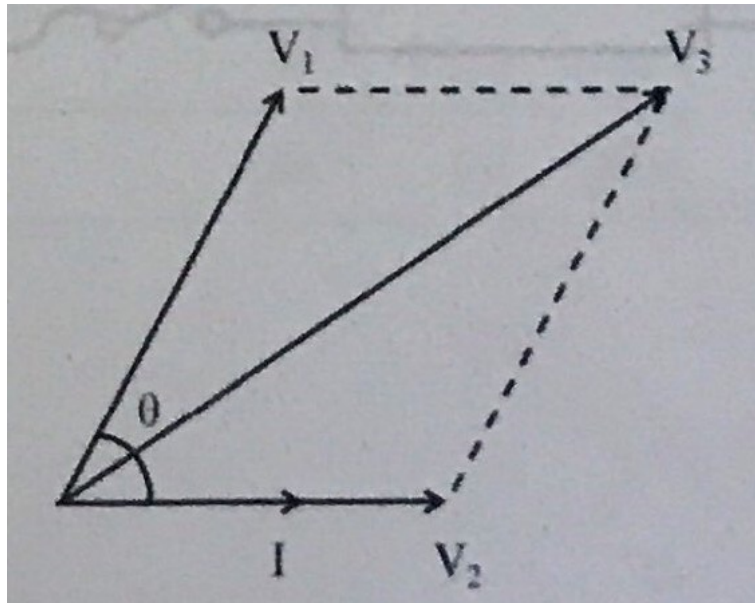


図 5: ベクトル図

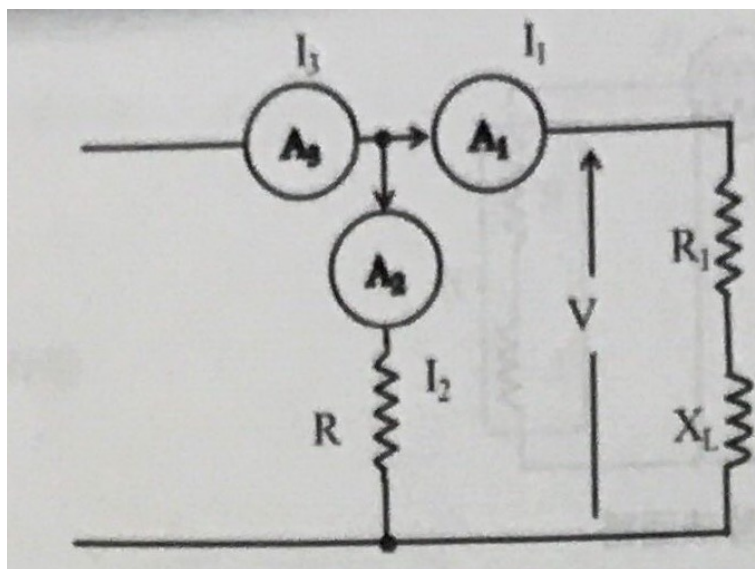


図 6: 三電流計法

■2.1.2.3 三電流計法 同様に三電流計法の回路およびベクトル図は図 6, 図 7 となり, 求める電力は 式 4 となる.

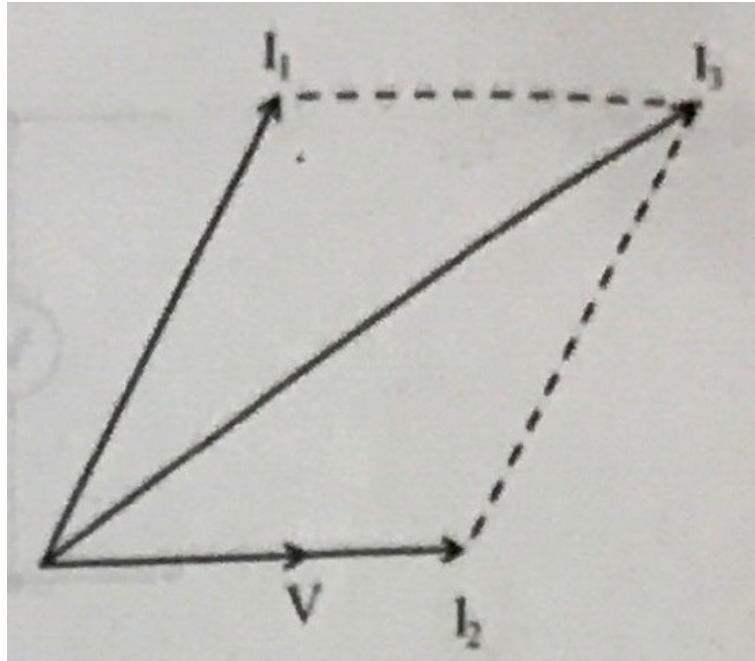


図 7: ベクトル図

$$P = V \frac{I_3^2 - (I_1^2 + I_2^2)}{2I_2} = R \frac{I_3^2 - I_1^2 - I_2^2}{2} \quad (4)$$

### 3 実験方法と結果の整理

#### 3.1 使用器具

1.  $R, R_1$ : スライド抵抗器  $29.371\ [\Omega]$ ,  $5\ [A]$  (TYPE: D-8 No:A-1369), (TYPE: D-8 No:A-1370)
2.  $R_2$ : スライド抵抗器  $310\ [\Omega]$ ,  $1.5\ [A]$  (TYPE: D-8 No:A-1374)
3.  $X_L$ : 供試リアクトル  $1\sim 100\ [\Omega]$  (備品番号: B・28-6)
4.  $A, A_1, A_2, A_3$ : 交流電流計  $1/5\ [A]$  3 台 (備品番号: 53, 54, 55)
5.  $V, V_1, V_2, V_3$ : 交流電圧計  $150/300\ [V]$  3 台 (備品番号: 51, 22, 53)
6. W: 低力率用電力計 (No.3)
7. スライダック  $130\ [V]$ ,  $5\ [A]$  (備品番号: II・は-24-8)
8. A.C.SW: 交流用スイッチ
9. S: 切替スイッチ
10. 交流定電圧電源 (机上)



### 3.2 単相電力計法

図 8 において  $V = 100$  [V] 一定, 負荷  $R_1 = 28$  [ $\Omega$ ] 一定とし, 供試リアクトル  $X_L$  を (0, 10, 20, 30, 40, 60, 80, 100 [ $\Omega$ ]) と変化させ, 各計器の指示を読んだ. スイッチ S を切り替え, 同様に指示を読んだ.

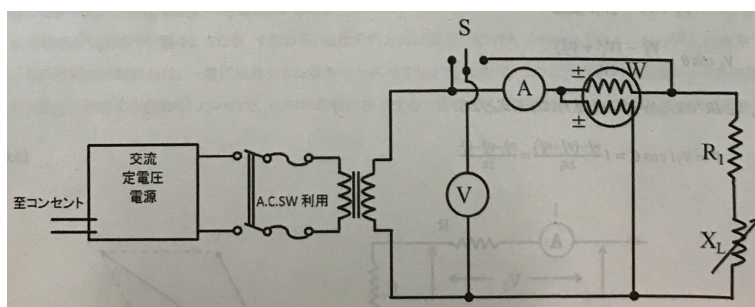


図 8: 単相電力計法

### 3.3 三電圧計法

図 9 において  $V_1 = 100$  [V] 一定, 負荷  $R_1$  及び供試リアクトル  $X_L$  は単相電力計法と同様にして, 各計器の指示を読んだ. このとき, 単相電力計法で使用した  $V, A$  を  $V_1, A$  として使用した.

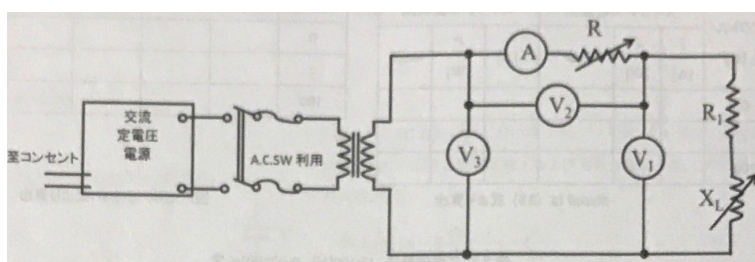


図 9: 三電圧計法

### 3.4 三電流計法

図 10 において  $V = 100$  [V] 一定, 負荷  $R_1$  及び供試リアクトル  $X_L$  は単相電力計法と同様にして, 各計器の指示を読んだ. このとき, 単相電力計法で使用した  $V, A$  を  $V, A_1$  として使用した.

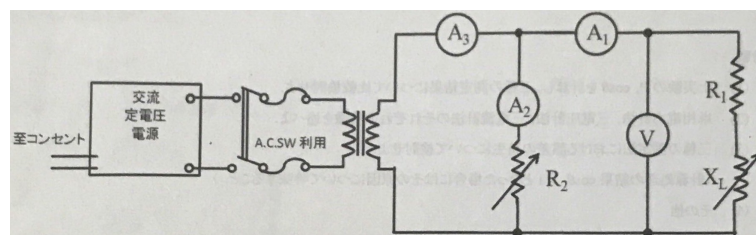


図 10: 三電流計法

## 4 測定結果と処理

$$V = 100 \text{ [V]}, R_1 = 28 \text{ } [\Omega]$$

表 1: 単相電力計法

リアクトル $X_L$ $[\Omega]$	$I$ $[\text{A}]$	$P$ $[\text{W}]$	$\cos\theta$	スイッチ
0	3.43	340.0	0.991	電源側
10	3.21	302.5	0.942	電源側
20	2.81	235.0	0.836	電源側
30	2.40	170.0	0.708	電源側
40	2.06	127.5	0.619	電源側
60	1.54	70.5	0.458	電源側
80	1.21	45.0	0.372	電源側
100	1.00	30.0	0.300	電源側
0	3.48	345.5	0.993	負荷側
10	3.25	307.0	0.945	負荷側
20	2.85	237.5	0.833	負荷側
30	2.44	175.0	0.717	負荷側
40	2.09	130.0	0.622	負荷側
60	1.55	74.5	0.481	負荷側
80	1.21	49.0	0.405	負荷側
100	1.00	32.0	0.320	負荷側

$$V_1 = 100 \text{ [V]}, R_1 = 28 \text{ }[\Omega]$$

表 2: 三電圧計法

リアクトル $X_L$ $[\Omega]$	$V_2$ [V]	$V_3$ [V]	$I$ [A]	$P$ [W]	$\cos\theta$
0	29.5	129.0	3.43	335.5	0.978
10	30.2	128.9	3.20	302.2	0.944
20	33.5	129.1	2.81	232.5	0.828
30	38.0	130.0	2.39	171.6	0.718
40	42.0	130.5	2.05	128.5	0.627
60	21.0	112.0	1.54	77.1	0.501
80	31.5	116.2	1.20	47.8	0.398
100	26.7	112.0	1.00	34.3	0.343

$$V = 100 \text{ [V]}, R_1 = 28 \text{ }[\Omega]$$

表 3: 三電流計法

リアクトル $X_L$ $[\Omega]$	$I_1$ [A]	$I_2$ [A]	$I_3$ [A]	$P$ [W]	$\cos\theta$
0	3.43	1.00	4.43	343.0	1.000
10	3.20	1.00	4.18	311.6	0.974
20	2.80	1.00	3.69	238.8	0.853
30	2.40	1.00	3.20	174.0	0.725
40	2.05	1.00	2.79	129.1	0.630
60	1.54	1.00	2.20	73.4	0.477
80	1.21	1.00	1.85	47.9	0.396
100	1.00	1.00	1.62	31.2	0.312

## 5 考察

1. 上記実験の  $P, \cos\theta$  を計算し, 3 種の測定結果について比較検討せよ.

表 1~表 3 より, 電力  $P$ , 力率  $\cos\theta$  とともに, 大きな違いが見られなかった.

2. 単相電力計法, 三電圧計法, 三電流計法のそれぞれの特徴を述べよ.

- 単相電力計法

電力を直接測定する, 直接測定法. この測定法は, 周波数 1000 [Hz] 程度までの交流および直流に使用可能である. また低力率形電力計の場合は周波数特性が悪くなり 45 [Hz] から 500 [Hz] 程度までとなる.

- 三電圧計法

3 個の電圧計と既知の抵抗を用いた測定法. この測定法は, 低周波での交流電力測定には簡単で便利であり, 400 [Hz] 以下の低周波専用の電力測定に用いられる.

- 三電流計法

3 個の電流計と既知の抵抗を用いた測定法. この測定法も三電圧計法と同様に, 低周波での交流電力測定には簡単で便利であり, 三電圧計法同様 400 [Hz] 以下の低周波専用の電力測定に用いられる.

3. 3 種の測定法における誤差の発生について検討せよ. (計算処理の結果  $\cos\theta > 1$  となった場合にはその原因について吟味すること.)

本実験の誤差の生じる要因の 1 つとしてジュール熱の発生によるものだと考えられる. 電線に電流  $I$  [A] が流れると, その抵抗  $R$  [ $\Omega$ ] によって  $t$  秒間に  $I^2 R t$  [J] の熱量を発生するとともに, 各計測機器の内部抵抗により電流が小さくなり誤差が生じる. 実際に許容電流に近い電流を流していたため, スライド抵抗器が発熱していた.

4. その他

誤差率が大きくなかったなので, 本実験は正しく行えたといえる.

## 6 研究

1. 式 4 を導出せよ.(図 7 のベクトル図より導出すること.)

$I_1$  と  $I_2$  のなす角を  $\theta$  とすると 図 7 より,

$$\begin{aligned} I_3^2 &= (I_2 + I_1 \cos \theta)^2 + I_1^2 \sin^2 \theta \\ &= I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 I_2 \cos \theta \end{aligned}$$

$$I_1 \cos \theta = \frac{I_3^2 - (I_1^2 + I_2^2)}{2I_2}$$

ただし,  $I_2 = \frac{V}{R}$  であるから求める電力は次のようになる.

$$P = I_1 V \cos \theta = V \frac{I_3^2 - (I_1^2 + I_2^2)}{2I_2} = R \frac{I_3^2 - I_1^2 - I_2^2}{2}$$

2. 図 4 において

1.  $V_1, V_2, V_3$  を  $I, R, R_1, X_L$  の式で示せ.

$$V_1 = I \sqrt{R_1^2 + X_L^2} \quad (5)$$

$$V_2 = IR \quad (6)$$

$$V_3 = I \sqrt{(R + R_1)^2 + X_L^2} \quad (7)$$

3. 式 5 ~ 式 7 より,  $R_1$  を  $R, V_1, V_2, V_3$  の式で示せ.

式 5 より,

$$I = \frac{V_1}{\sqrt{R_1^2 + X_L^2}} \quad (8)$$

式 6 より,

$$I = \frac{V}{R} \quad (9)$$

式 7 より,

$$\begin{aligned} V_3^2 &= I^2 \{(R + R_1)^2 + X_L^2\} \\ I^2 X_L^2 &= V_3^2 - I^2 (R + R_1)^2 \\ X_L^2 &= \frac{V_3^2}{I^2} - (R + R_1)^2 \end{aligned} \quad (10)$$

式 7 に式 8, 式 9, 式 10 を代入して,

$$\begin{aligned}
 V_3 &= \frac{V_1}{\sqrt{R_1^2 + X_L^2}} \sqrt{(R + R_1)^2 + \frac{V_3^2}{I^2} - (R + R_1)^2} \\
 &= \frac{V_1}{\sqrt{R_1^2 + X_L^2}} \frac{V_3}{I} \\
 \sqrt{R_1^2 + X_L^2} &= \frac{V_1}{I} \\
 R_1^2 + X_L^2 &= \frac{V_1^2}{I^2} \\
 R_1^2 &= \frac{V_1^2}{I^2} - X_L^2
 \end{aligned}$$

式 10 を再代入し,

$$\begin{aligned}
 R_1^2 &= \frac{V_1^2}{I^2} - \left\{ \frac{V_3^2}{I^2} - (R + R_1)^2 \right\} \\
 &= \frac{V_1^2 - V_3^2}{I^2} + (R + R_1)^2 \\
 -2RR_1 &= \frac{V_1^2 - V_3^2}{I^2} + R^2 \\
 R_1 &= -\frac{V_1^2 - V_3^2}{2RI^2} - \frac{R}{2} \\
 &= \frac{V_3^2 + V_1^2}{2RI^2} - \frac{R}{2}
 \end{aligned}$$

ここでまた式 9 を再代入し,

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \frac{V_3^2 + V_1^2}{2R \frac{V_2^2}{R^2}} - \frac{R}{2} \\
 &= \frac{V_3^2 + V_1^2}{2 \frac{V_2^2}{R}} - \frac{R}{2} \\
 &= \frac{R(V_3^2 + V_1^2)}{2V_2^2} - \frac{R}{2} \\
 &= \frac{R(V_3^2 + V_1^2) - RV_2^2}{2V_2^2} \\
 &= \frac{R(V_3^2 + V_1^2 - V_2^2)}{2V_2^2}
 \end{aligned}$$

4. 力率  $\cos\theta$  の式を示せ. ( $V_1, V_2, V_3$  の式で示すこと)

式 3 より,

$$V_1 I \cos \theta = \frac{V_3^2 - V_1^2 - V_2^2}{2R}$$

$$\cos \theta = \frac{V_3^2 - V_1^2 - V_2^2}{2RIV_1}$$

また式 9 より,

$$\cos \theta = \frac{V_3^2 - V_1^2 - V_2^2}{2V_1 V_2}$$

5. 高電圧, 大電流の場合の電力測定法, 及び高周波電流に対する電力測定法について示せ.

高電圧, 大電流の場合には計器用変成器を用いて電力を測定する. 計器用変圧器とは, 交流回路の高電圧, 大電流を低電圧, 小電流に変換 (変成) する機器のことである. 高周波電流測定にはサーミスタボロメータという素子を用いて, 測定を行う. サーマスタボロメータとは熱による抵抗変化を利用した熱伝導形検出素子のことで半導体サーミスタがよく使われている.

6. 三相交流電力の測定法のうち, 二電力計法 (単相電力計を 2 個用いる) について示せ.

図 11 は二電力計法の結線図で, この場合の電力は  $W_1, W_2$  の和に等しい. 二電力計の指示の和が三相電力を与える.

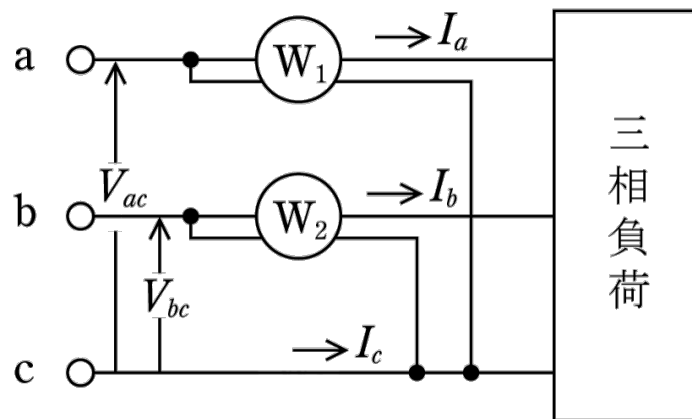


図 11: 二電力計法の結線図



## 7 参考文献

- 電磁気計測, 著: 岩崎俊, コロナ社, 2017 年, p.86(5.2.4 三電圧計・三電流計法)
- CT (変流器)・VT (計器用変成器) のワンポイントアドバイス | 富士電機テクニカ  
<https://www.fujielectric.co.jp/technica/beans/05.html>