

1. 開発の経緯

県大の場合、他大に比べて学生数が少なく人的リソースを割けないのが問題。

特に設計の学習コストは非常に高く、常連校でも現役部員では知識が不十分なケースが多い。

本システムでは、構造設計と空力設計を統合、大部分を自動化する事で設計作業の煩雑さを解消するとともに、プロジェクトのフィードバックを定量的に評価できる体制を整える事を目的とした。

2. 設計システム概要

本システムでは図 2.1 のように情報フローが構築されている。

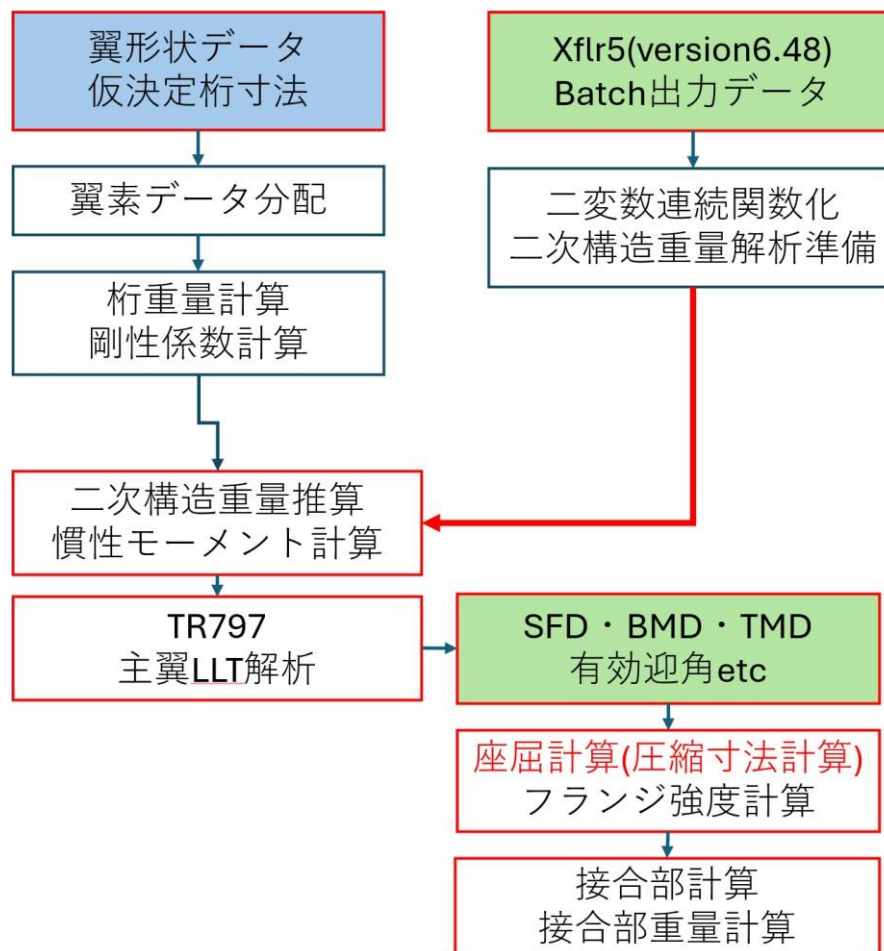


図 2.1 設計システムの情報フロー

ここで、設計システムの各情報フローは図 2.2 の示すプログラム群A～Fに対応する。

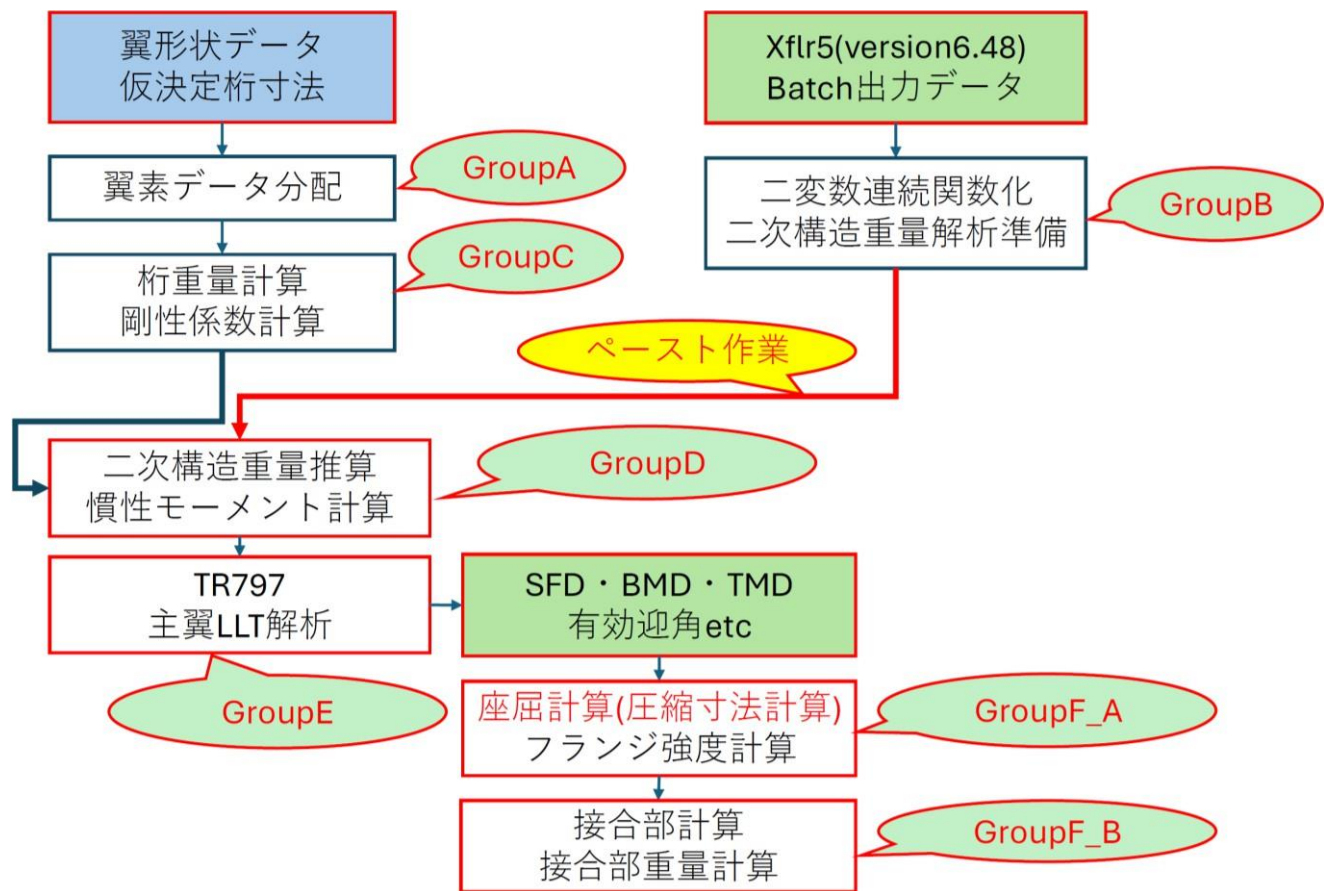


図 2.2 プログラム群 A～G の計算作業の対応箇所

3. プログラム群解説

3.1 GroupA 解説

GroupA では県大製WPM(仮称IWDS)の入力欄と同様に翼根境界部の形状寸法を入力する方式をとることで、各翼素位置のデータを自動計算するシステムを実装している。Excel の最終行を取得させることで翼枚数のカウントすると共に、各翼毎の形状関数を求めて翼素情報として分配する。

- ・結論、線形補完する(一次関数化させる)だけだから数学的にはとても簡単！

※Excel の LINEST 関数と If 文で代用はできるが、その場合関数が煩雑なのでデータ分配の自動化で可読性を上げることにした。

3.2 GroupB 解説

一般に揚力係数 C_l は迎角 α の関数となる、一方で抗力係数 C_d は迎角 α , レイノルズ数 Re の関数となる。

C_l , C_d は α, Re で離散化された解析データとして XFLR5 で出力される。

この離散データは図 3.2.1 で例えると格子点として表現できる。

GroupB の主目的は、この格子点データを曲面データに変換する事にある。(高解像度化処理)

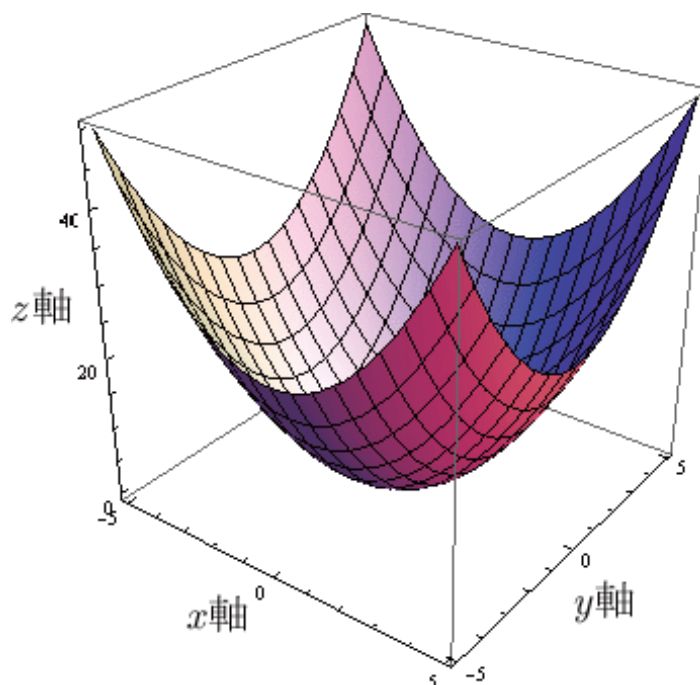


図 3.2.1 2 変数関数のグラフ例

解析データ数が多いため計算コストの都合上、補間方法に高次の最小二乗法を用いる。

最小二乗法の行列表現

主張1: 行列 A と列ベクトル \vec{b} が与えられたときに $\|A\vec{x} - \vec{b}\|$ を最小にする \vec{x} を求める問題は非常に重要である。

主張2: $A^T A$ が正則のとき上記の問題の解は唯一つである: $\vec{x} = (A^T A)^{-1} A^T \vec{b}$

図 3.2.2 最小二乗法の行列表記

Cd の補間方法は、Cl の補間方法を包含するので Cd についてのみ解説する。

Cd の格子点を含む曲面を示す式は、未知係数 C_k ($0 \leq k \leq 8$) と D_k ($1 \leq k \leq 6$) を用いて次のように表せる。

$$Cd_i = C_0 + C_1\alpha_i + C_2\alpha_i^2 + C_3\alpha_i^3 + C_4\alpha_i^4 + C_5\alpha_i^5 + C_6\alpha_i^6 + C_7\alpha_i^7 + C_8\alpha_i^8 \\ + D_1Re_i + D_2Re_i^2 + D_3Re_i^3 + D_4Re_i^4 + D_5Re_i^5 + D_6Re_i^6$$

この未知係数を格子点データで補完する事が GroupB の主目的である。……※1

データ数(格子点数) n のデータについて以下を考える。

曲面を示す式は n 個のデータについて次のように行列表記できる。

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & C_0 \\ & & & & & & \vdots \\ 1 & \alpha_1 & \cdots & \alpha_1^8 & Re_1 & \cdots & Re_1^6 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \alpha_n & \cdots & \alpha_n^8 & Re_n & \cdots & Re_n^6 \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & [D_6] \end{array} \begin{array}{c} C_0 \\ \vdots \\ C_8 \\ D_1 \\ \vdots \\ [D_6] \end{array} = \begin{array}{c} Cd_1 \\ \vdots \\ Cd_n \end{array}$$

この式は次のように $Ax=b=0$ の形で表せる。

$$A = \begin{array}{ccccccc} 1 & \alpha_1 & \cdots & \alpha_1^8 & Re_1 & \cdots & Re_1^6 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \alpha_n & \cdots & \alpha_n^8 & Re_n & \cdots & Re_n^6 \end{array}$$

$$x = \begin{array}{c} C_0 \\ \vdots \\ C_8 \\ D_1 \\ \vdots \\ [D_6] \end{array}$$

$$b = \begin{array}{c} Cd_1 \\ \vdots \\ Cd_n \end{array}$$

※1 より x を求めたいが図 3.2.2 から以下の式で表せる。

$$x = (A^T A)^{-1} A^T b$$

よって GroupB のプログラムでは、以下の①～③を実装を必要とする。

- ① 転置行列算出プログラム
- ② 行列積計算プログラム
- ③ 逆行列計算プログラム

本資料では理論面の解説を主とするため、上記プログラム実装方法については割愛する。

(配列と Function を使えば自分で実装できるし、ググれば出てくるよ。)

3.3 GroupC 解説

GroupC の主目的は主翼桁について構造計算の準備、重量計算を行うことである。

3.3.1 断面二次モーメント計算

本設計システムではバルクヘッドの設置を前提とする張力場ウェブを仮定する。

※張力場ウェブではウェブ材を曲げ対抗の断面二次モーメントとして計算してはならない

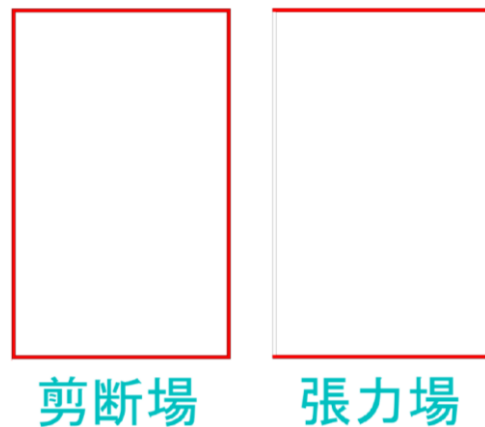


図 3.3.1 剪断場と張力場ウェブの違い

張力場ウェブではウェブに座屈を許容することで軽量化する。

ウェブの座屈より剪断力によりフランジが変形しないようにバルクヘッドの設置が必要となる。

計算する断面二次モーメントは上下フランジのみ。

⇒平行軸の定理(断面二次モーメントの平行軸定理)から次式が求まる。

I_g : オフセットしていない場合の、部材断面二次モーメント

A: 部材断面積

L: 中立軸からの部材移動距離

$$I_{eff} = I_g + AL^2$$

上記の式では上下片方フランジのみの評価となるので、上下対称桁は 2 倍する。

L は桁高の半長で上下フランジが非対称の場合、それぞれのフランジごとの和を求める。

3.3.2-A 捩じり剛性式計算(設計システムでの式)

捩じれ計算には極断面モーメント I_p が必要だが、閉断面モノコック構造の捩じれ定数 J で同様の計算ができる。

J は次の式で表せる。

A_m : 断面中心線によるボックス包囲面積 ds : ボックス部周回積分の微小幅

t : ウェブ厚又はフランジ厚

$$J = \frac{4A_m^2}{\oint \frac{ds}{t}}$$

県大型の桁では上下ウェブをフランジとして設計しているので J は次のようになる。

H : 桁高、 B : 桁幅、 t_f : フランジ厚、 t_w : ウェブ厚

$$A_m = (H - 2(\frac{t_w}{2}))(B - 2(\frac{t_f}{2})) = (H - t_w)(B - t_f)$$

$$J = \frac{4A_m^2}{2 \times (\frac{H - t_f}{t_w} + \frac{B - t_w}{t_f})} = \frac{2A_m^2}{(\frac{H - t_f}{t_w} + \frac{B - t_w}{t_f})}$$

間隔 dL のスパンにトルク T がかかっているとき、捩じれ角 Φ (rad) は次のように表せる。

$$\Phi = \frac{TdL}{GJ} = \frac{q_T A_m}{GJ} dL$$

3.3.2-B (木製ボックス桁での式)

木製ボックス桁の本では、捩じりに加えて揚力由来の剪断力の影響を考慮している。

$$J = \frac{2A_m^2}{(\frac{H}{t_w} + \frac{B}{t_f})}$$

木製ボックス桁の本では、フランジ幅がボックス幅より小さいためフランジ間ウェブのみ影響を受ける。

捩じりモーメントを Q として剪断流は次の式で表せる。

$$q_T = \frac{Q}{A_m} \quad q_F = \frac{SFD}{H}$$

これをアルミ桁に適用すると Φ の算出式が木製ボックス桁の本とは異なる答えになる。

H:桁高、B:桁幅、 t_f :フランジ厚、 t_w :ウェブ厚として、捩じれ角 Φ (rad)は以下で表せる。

$$\phi = \frac{dL}{2A} \left\{ \frac{(q_T - q_F)H}{Gt_w} + \frac{(q_T + q_F)H}{Gt_w} + 2 \frac{q_TB}{Gt_f} \right\}$$

ここでトルク q_T の回転する向きに対して、SFD が前後ウェブで回転の順方向、逆方向のペアで作用する事に注意する。

しかしながら、捩じれ角の作用としてはアルミ桁のフランジ部材では q_F の寄与は相殺する事が上式から分かる。

アルミ桁では結局 3.3.2-A で示した式に従う。

ただし GroupF_A で後述する剪断座屈計算では、SFD による場合分けが必要になる。

3.3.3 重量計算

テーパ桁は四角錐台と見做せる。

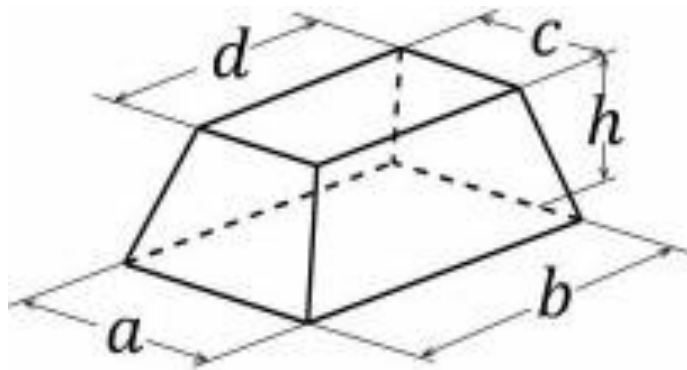


図 3.3.2 四角錐台

図 3.3.2 のような寸法の四角錐台について体積 V は次のように表せる。

$$V = \frac{h}{6} (2ab + ad + bc + 2cd)$$

桁外径と桁内径の V の差から体積を求めればよく、GroupA で分配された形状データを基に計算するプログラムを作成する事で桁重量が計算できる。

3.4 GroupD 解説

リブやプランクは見かけ以上に重く、重量計算は必須である。
シュミレーター実装に慣性モーメント計算が必須である。
GroupD では上記 2 点に備えて、是を実装した。

3.4.1.A 二次構造重量推算の下準備

GroupB 解説では言及していないが、
GrouB を実行するシートでは、列G に補間式の未知係数が出力する。(図 3.4.1)
GrouB を実行するシートでは、列AM に二次構造の解析結果が出力する。(図 3.4.2)

F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	1	α	α^2	α^3	α^4	α^5	α^6	α^7	α^8	Re	Re ²	Re ³	Re ⁴	Re ⁵	Re ⁶
Cl	0.606	0.114	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Cd0	0.082	0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	-0.000	-0.000	0.000	-0.000	0.000	-0.000	0.000	-0.000	0.000
Cm	-0.038	-0.001	-0.000	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	-0.000	0.000	-0.000	0.000	-0.000	0.000

図 3.4.1 格子点連続関数化の未知係数出力箇所

名	記号	値	単位
翼型1	全周	2.070	m
	プランク長	0.556	m
	リブ材長	1.514	m
	リブ面積	0.111	m ²
	翼厚	17.2114	

図 3.4.2

2024 年 9 月においては図 3.4.1 に記すデータは、「GroupD を含むシート」のセルM21 付近にペーストする必要がある。
図 3.4.2 に記すデータは、「GroupD を含むシート」のセルBL4 付近にペーストする必要がある。

上記作業が図 2.2 で表記した「ペースト作業」である。
手動でも自動化するのも、アホほど簡単な作業なのだが現時点では手動化させている。
手動化させた意図としては図 3.4.2 で表された下方にある、データ入力用セルの存在感が薄いため、手動化させることで意識させようと考えた事が大きい。
本システムのマニュアル作成時には未入力警告システムと共に自動化しようと考えている。(気がむいたらね)

3.4.1.B 二次構造重量推算

「GroupD を含むシート」のセルBL12 付近に物性データを入力する。

プログラムでは GroupA で分配されたchord 長データをもとに二次構造の計算を行う。

3.4.2 慣性モーメント計算

図 3.4.3 に慣性能率の計算式を記す。

$$\begin{aligned}I_{xx} &= \iiint (y^2 + z^2) dm \\I_{yy} &= \iiint (z^2 + x^2) dm \\I_{zz} &= \iiint (x^2 + y^2) dm \\I_{xy} &= \iiint xy dm \\I_{yz} &= \iiint yz dm \\I_{zx} &= \iiint zx dm\end{aligned}$$

図 3.4.3 重心まわりの慣性モーメント

SUMPRODUCT を用いても慣性モーメントを計算できるが、
スパン変更のたびにオートフィルするのは面倒なので是を自動化した。
動的配列を理解していれば、そんなに難しくはない。

3.5 GroupE 解説

GroupE の主目的は空力設計の最適化である。

TR797 を用いることで地面効果域の空力最適化を、LLT 解析を内製化する事で翼たわみの影響を空力計算に反映させる。

・TR797 の目的

- ① 現在の桁長さのまま、翼根曲げモーメントを制限して軽量化する。
- ② 現在の桁の設計のまま、スパンを延長する事で機体性能を高効率化する。
- ③ 地面効果域での循環分布最適化

特に③の恩恵が大きい。アルミ桁で軽量化徹底(スティフナも可能な範囲で削ったり)して全備 85kg 程度になれば②は有効な気がする。その場合、翼を発泡スチロール製にする事をおすすめする。

・LLT 解析実装の目的

循環による吹きおろしによる誘導迎角は正味の揚力を低下させる。(有効迎角)

二次元翼理論ではこの揚力低下を考える事ができないため Excel 上で確認する方法が必要となっていた。

本設計システムでは、たわみによる空力的影響を追尾させながら空力解析を行うことを可能にする。

XFLR5 にはたわみの計算機能がないため、本システムは上位互換の解析手法となる。

3.5.1 TR797 解説⇒別紙参照

個別の解説資料で解説するため割愛する。TR797 では誘導抗力算出の都合上、LLT 解説との共通点 Q_{ij} の説明があるため、TR797 を先に参照する事。

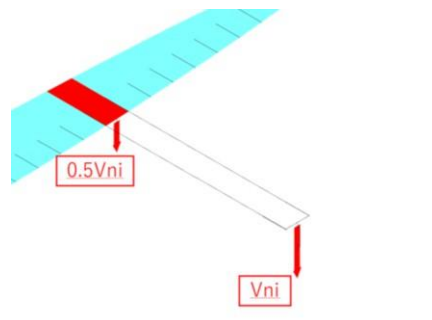


図 3.5.1 Trefftz 面と吹きおろし

3.5.2 LLT 解析 解説(大まか)

TR797 では誘導抗力を求めるために吹きおろし影響係数 Q_{ij} を求めた

LLT 解析でも有効迎角を求めるために、同様の計算が必要となる。

注意点としては以下の相違点が挙げられる。

- ① TR797 では翼根パネルを起点として、対称にパネル番号を分配した
- ② LLT 解析では左翼端をパネル起点として左翼端をパネル終点とする。

リブ枚数を n (翼中心のリブ番号が 0 , 翼端のリブ番号が n) とすると, cp , sp の番号は次のようになる

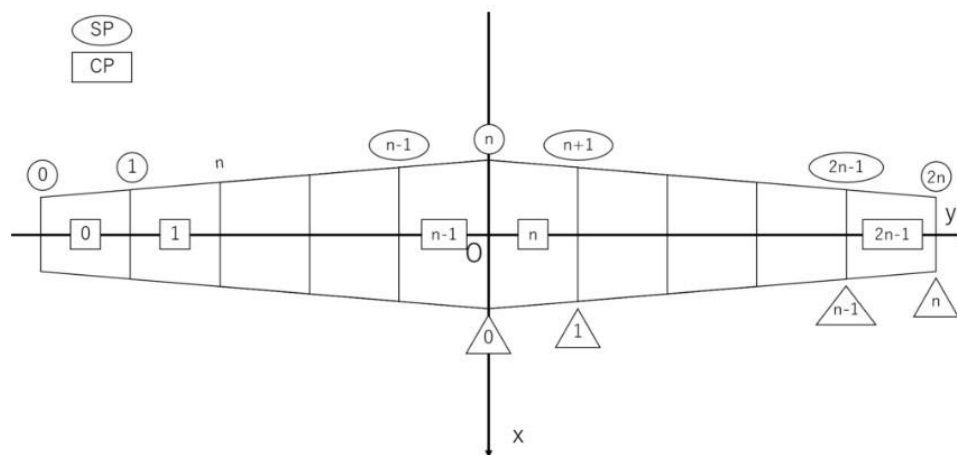


図 3.5.2.1 $2N$ 個のパネルに分割される主翼(後縁側が X 軸正の向きに注意)

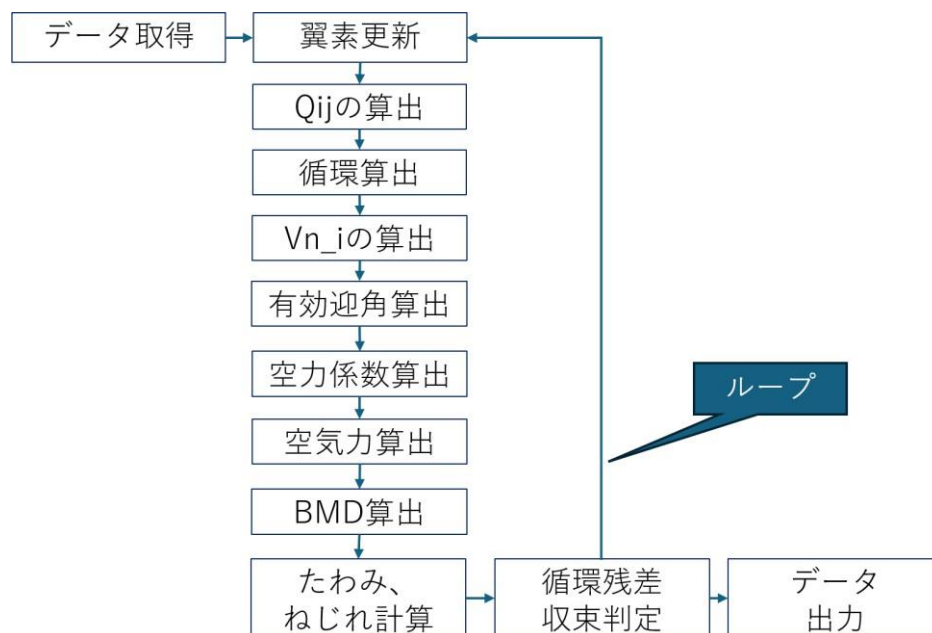


図 3.5.2.2 LLT 解析 情報フロー

3.5.2_1 データ取得

以下のデータは GroupA の実行時にデータ取得用セルに分配されている。
データ取得用セルは主翼シート、主翼たわみの両方に配置されている。



① 主翼シートからは以下の情報を読み込む。

翼弦長 chord_cp

取付角 setting_angle0

翼配合率 foil_mixture

上反角 dihedral_angle0 (注意：TR-797 では Φ とおいていた)

GroupB で計算した未知係数 C_k ($0 \leq k \leq 8$) と D_k ($1 \leq k \leq 6$)

② 主翼たわみ計算シートからは以下の情報を読み込む。

翼素間重量 dW

曲げ剛性 Eix

ねじり剛性 GJ

3.5.2_2 翼素更新、Qij 更新

GroupA では主翼シート翼素n～翼素 2n-1 までしか分配されていないので
リブ間隔dy に基づき分配する。dy は構造体より、**主翼シートのセルD30** が参照される。

左翼パネル境界は左翼分割数N について ($0 \leq i \leq N - 1$) を考える。

簡単のため dihedral_angle0 を弧度法に変換したものを Φ として表すと

$$y(N - 1 - i) = y(N - i) - dy * \cos \{ \Phi (N - 1 - i) \} \quad (\text{左翼翼素スパン位置})$$

$$z(N - 1 - i) = z(N - i) + dy * \sin \{ \Phi (N - 1 - i) \} \quad (\text{左翼翼素高さ位置})$$

右翼パネル境界は右翼分割数N について ($0 \leq i \leq N - 1$) を考える。

$$y(N + 1 + i) = y(N + i) + dy * \cos \{ \Phi (N + i) \} \quad (\text{右翼翼素スパン位置})$$

$$z(N + 1 + i) = z(N + i) + dy * \sin \{ \Phi (N + i) \} \quad (\text{右翼翼素高さ位置})$$

翼素分配ができればTR797 同様に左右翼と、水面下の鏡像による Q_{ij} を求めればよい。
 Q_{ij} の導出の図示には時間がかかるので TR-797 の資料を参照してほしい。
 3.5.2_2 ではループ計算を取り入れ、たわみ変化による吹きおろし変化を考慮している。

3.5.2_3 循環算出/ V_{ni} 算出

TR-797 とは異なり、循環は動的かつ既知である。

$$\Gamma = \frac{1}{2}(\text{chord})V C_L$$

$$V_{ni} = \sum_{j=1}^N Q_{ij} \Gamma_j$$

上記二式より吹きおろし分布の算出が可能である。
 ただし Q_{ij} は Treftz 面で算出しているため、
 主翼後縁に誘起される吹きおろしは $0.5V_{ni}$ である。
 ※航空機力学入門(p37-39)に証明あり。

3.5.2_4 有効迎角算出

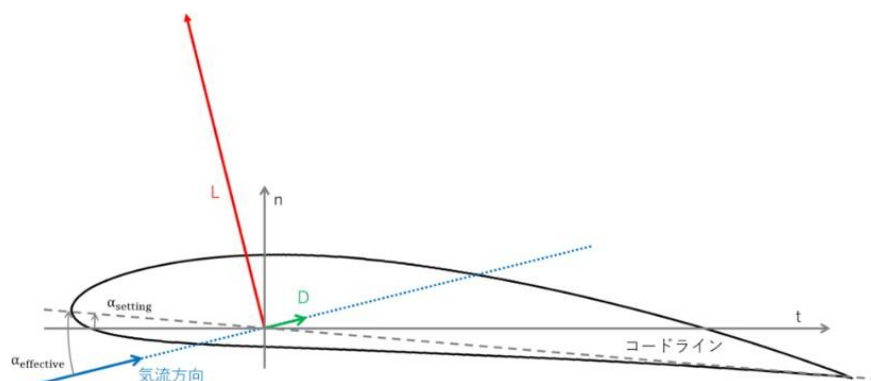
横滑り運動とかを考えない場合、機速 V より誘導迎角は次のようになる

$$\alpha_{induce} = \tan^{-1} \left(\frac{0.5V_{ni}}{V} \right)$$

このとき、機体の揚力計算に必要な有効迎角 $\alpha_{effective}$ は次のようになる。

$$\alpha_{effective} = \alpha_{craft} + \alpha_{setting} + \alpha_{induced}$$

プログラムでは横滑りの寄与が入るので上記式と異なるが、
 通常の飛行状態については、上記二式から迎角が算出される。



3.5.2_5 空力係数算出 (木製ボックス桁の本 p51～)

GroupB で出力した C_m は空力中心(mac)まわりである。(Cm は迎角補間)

これを以下の式で桁位置まわりに変換する。

空力中心周り h_{mac} のピッチングモーメント係数 C_{m_mac} と桁位置 h_{spar} 周りのピッチングモーメント係数 C_{m_cg} の関係は次の式で表される

$$C_{m_{cg}} = C_{m_{mac}} + C_{l_{mac}}(h_{spar} - h_{mac}) \quad \dots \dots \dots \times 1$$

空力係数(Coeff)は有効迎角 $\alpha_{effective}$ とレイノルズ数から計算できる。

- ① 空力中心まわりの C_l, C_m は各翼素の有効迎角から算出できる。
- ② 空力中心まわりの C_d は各翼素の有効迎角と Re 数から算出できる
- ③ C_m は※1 より構造主軸まわりに変換する。

3.5.2_6 空気力算出

簡単のため dihedral_angle0 を弧度法に変換したものを Φ として表すと

$$dS = \text{chord} * dy * \cos \Phi$$

$$dL = \frac{1}{2} \rho V^2 dS C_{l_i}$$

$$dD = \frac{1}{2} \rho V^2 dS C_{d_i}$$

$$dM = \frac{1}{2} \rho V^2 dS (\text{chord}) C_{m_{cg_i}}$$

木製ボックス桁の本 p40 より N-T 軸変換を行うと次のようになる。

$$dL = dL \cos(\alpha_{effective} - \alpha_{setting}) + dD \sin(\alpha_{effective} - \alpha_{setting})$$

$$dN = -dL \sin(\alpha_{effective} - \alpha_{setting}) + dD \cos(\alpha_{effective} - \alpha_{setting})$$

以上から構造軸基準の空気力が分かる。

循環分布、揚力、誘導抗力も次式から求まる。

$$\Gamma_i = \frac{1}{2} c_i V_i C_{l_i}$$

$$L = \sum \rho V_i \Gamma_i \Delta y \cos(\Gamma_{dihedral_i})$$

$$D_i = \sum \rho w_i \Gamma_i \Delta y$$

3.5.2_7 BMD 算出 (SFD/BMD/TMD)

木製ボックス桁の本とは異なり上反角分布の寄与に注意する。

簡単のため dihedral_angle0 を弧度法に変換したものを Φ として表すと、3.5.2_1 の翼素間重量 dW より揚力と SFD から以下が求まる。

SFD、BMD、TMD はパネル境界に格納されることに注意する

$$F_{SFD}(i) = \sum_{j=1}^i (dN \cos \Phi - dW)$$

$$M_b(i) = \sum_{j=1}^i F_{SFD}(i) dy + (dN \sin \Phi) dz$$

$$M_{TMD}(i) = \sum_{j=1}^i (dM dy + dM dz)$$

$$\text{ただし } dM = \frac{1}{2} \rho V^2 dS(\text{chord}) C_{m_{cg}}$$

3.5.2_8 たわみ、ねじれ計算

3.5.2_1 ②で出力したデータをもとに以下を計算する。

$$\theta = \int \frac{M_b}{EI} dy$$

$$\omega = \int \theta dy$$

$$\Phi_T = \int \frac{M_{TMD}(i)}{GJ} dy$$

旧解説資料で解説済なので、解説を拒否する。

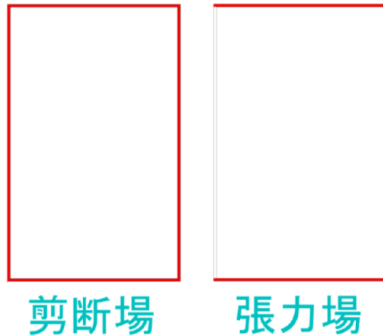
(これを見るより前に)読んでいてほしい。

3.6 GroupF_A 解説

3.6.1 軸力計算

3.3.1 で前述したように張力場ウェブを仮定する。

この構造にはバルクヘッドの存在が不可欠であることに注意してほしい。



曲げに対抗する部材は上下フランジのみ。

$$I_{eff} = \sum(I_g + AL^2)$$

上下対称なフランジの桁について以下の条件を考える

桁高(外径)H、フランジ幅B、上下のフランジ厚 t

このとき次式が成立する。

$$L = \frac{H - 0.5 t}{2}$$

$$I_{eff} = \sum(I_g + AL^2) = 2 \left(\frac{Bt^3}{12} + (Bt)L^2 \right)$$

中立軸からフランジまでの距離 y として、曲げ応力 σ_M は次式になる。

↓ 航空機構造(D.J.ピアリー：滝敏美訳)P139、P141 参照 ↓

$$\sigma_M = \frac{M}{I_{eff}} y$$

またフランジ軸力 P は次式から求まる。

薄板構造では、曲げに対抗する部材は限定されるため次式をベースに考える。

$$P = \frac{M}{(H - 2 * 0.5t)} = \frac{M}{(H - t)}$$

今回は荷重倍数、安全率がフランジ必要面積算出に組み込まれているので座屈応力そのもので良い。

次式を許容圧縮応力計算に用いた。

コの字アンゲル材の幅 $wide_{angle}$ の部分はフランジ板厚が大きくなるため、以下の式を適用した。尚、フランジ支持条件は4辺固定を仮定した。※

$$F_{ccr} = KE \left(\frac{t_f}{b} \right)^2$$

$$b = B - 2 * wide_{angle}$$

$$K = 6.35 \quad \left(\frac{a}{b} > 4 \right)$$

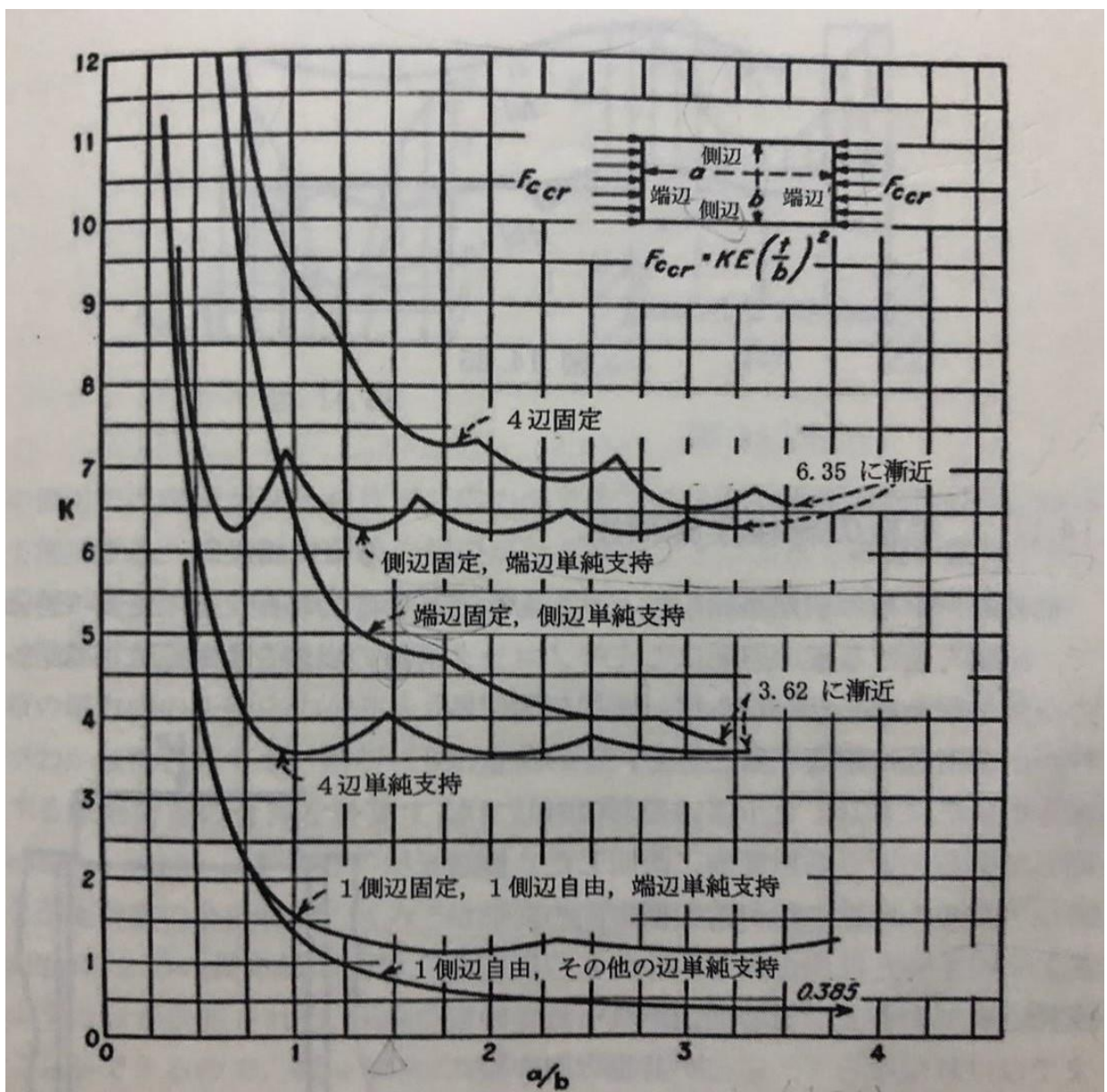


図 3.6.1-2 圧縮板要素の座屈応力計算式

3.6.1.2 フランジ部支持条件の妥当性確認

・フランジ座屈係数決定において支持条件決定にむけて以下の行動をした。

- ① 材料力学教授への質問
- ② RTR の桁設計者(十年近く流用されている桁の設計者)への質問
- ③ 文献調査

・上記の行動に対するレスポンス

①の解答

⇒概ね合ってそうだが保証はできない。

②の解答 (※FlightWorks の坂下さんからの解答)

⇒バルクヘッド間隔は割と山勘、板要素座屈にしたがっていない。

⇒上智大SFT の機体的にスチフナはいらない

⇒上智大はウェブが 0.8、フランジ 1.2 でバルクヘッドには穴を開けていた。

③の結果

⇒剪断場の座屈に関する論文が多く、特に現在の桁スケールに有効な文献は得られなかった。

・レスポンスに対する妥当性評価。

①⇒非破壊検査の専門家であって構造設計に詳しいわけでは……..

②⇒RTR がウェブ厚 0.8 を実際に試してはいないという点のみ違和感あり。

RTR ではウェブ 1.5mm、バルクヘッド間隔 250mmでの実績があったが

ウェブ、バルクヘッド双方を非安全側に持っていくにあたり定量的なデータが欲しいと考えた。

上記について座屈計算式に対する実証実験が必要と判断した。

実験内容は次のようになる。

- ① 各支持条件に対して座屈係数 K に応じた座屈荷重を求める。
- ② 各荷重を桁に均等に加えることで板要素に圧縮応力を加える。
- ③ バルクヘッド間隔は桁高の 2 倍で $a/b=2$ の条件で座屈係数を求めた。



図 3.6.1-3 座屈判定式妥当性検証実験

実験の結果としては桁幅 B 、アングル幅 $2 * wide_{angle}$ について以下の 2 ケースで $K = 6.35$ の荷重に耐荷した

$$b = B$$

$$b = B - 2 * wide_{angle}$$

実証実験よりフランジの座屈応力の仮定は安全側と判断した。

・実験結果に関する考察

荷重上限で耐荷してしまつた理由としてアングル材付近の影響が考えられる。特にアングル材の部分で板要素の座屈を抑制していると推測する。

3.6.3-1 必要ウェブ厚計算 その1

主翼桁に加わる剪断力SFD[N]、ねじりトルク T[Nm]について、剪断流 q[N/mm]を求めたい。

桁高外径Ho[mm]、桁高内径 Hi[mm]、ボックス桁断面の包囲面積を A[mm]とする。

$$q_T = \frac{T \times 10^3}{2A}$$

$$q_F = \frac{(SFD/2)}{\left(\frac{H_0 + H_i}{2}\right)} = \frac{(SFD)}{(H_0 + H_i)}$$

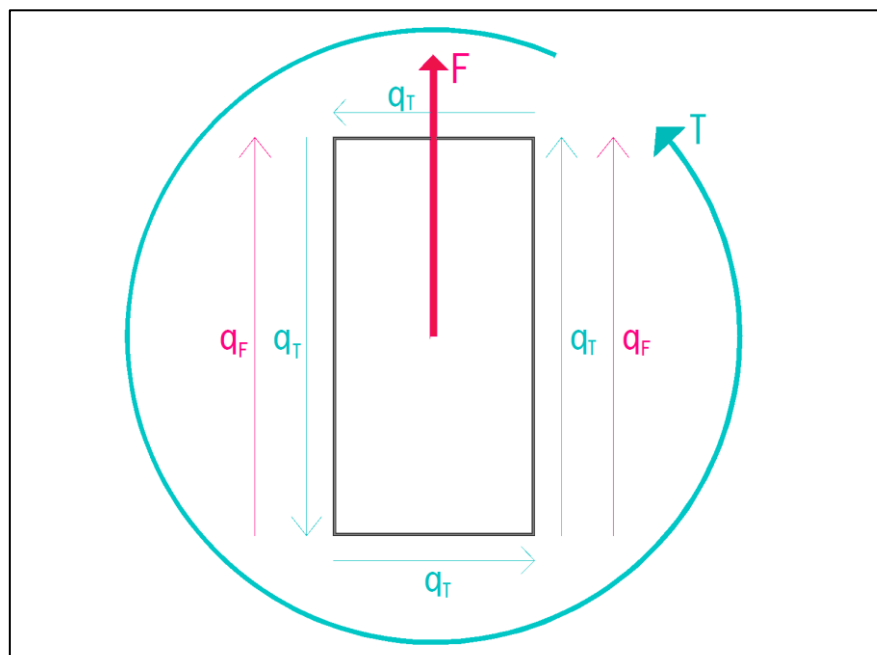


図 3.6.3-1 剪断流の図

q_f について剪断力が前後ウェブで均等に分布する前提をしているが、プログラムでは念のため、次式で評価している。

$$q_F = \frac{(SFD)}{\left(\frac{H_0 + H_i}{2}\right)} = 2 \times \frac{(SFD)}{(H_0 + H_i)}$$

合成剪断流は前面ウェブと後面ウェブで作用する力が異なり次式で求める。

$$q_{calculate} = \max (Abs(q_T + q_f) , Abs(q_T - q_f))$$

必要ウェブ厚 t_w はウェブ材の許容剪断応力 τ 、荷重倍数 n、安全率から次式で求まる。

$$t_w = \frac{q_{calculate} \times S.F \times n}{\tau}$$

ここで許容剪断応力 τ は単純に剪断強さを評価してはいけない事に注意する。

以下に許容剪断応力を記すが、A5052 のデータは文献値からは分からなかった。(続く)

表 3.6.3-1

(許容応力の単位は kg/mm²)

板 厚		外 板	ウ エ ブ ()	
in	mm	2024C-T3	2024C-T3	7075C-T6
0.016	0.4			(一般には)
0.020	0.5	7	10	(使用せず)
0.025	0.6	7	10	
0.032	0.8	7	10	15
0.040	1.0	8	10	15
0.045	1.2	9	12	15
0.050	1.3	9	13	16
0.056	1.4	10	14	17
0.063	1.6	11	15	18
0.071	1.8		16	19
0.080	2.0		18	21
0.090	2.3	11		
0.102	2.6		18	21

この値を超えるときには、半張力場計算などを行い、実験で確認する。
(注) D/h0.5程度の大きさの折曲フランジ付軽減孔を許容できる。

3.6.3-2 必要ウェブ厚計算 その2

表 3.6.3-1 では

板厚 0.8mm 付近では剪断強さの 1/2 程度が許容剪断応力になっている。

※単位が kgf/mm²=9.81MPa となっている事に注意してほしい。

BT25 では許容剪断応力を以下のように設定した。

使用するウェブ材 A5052 の剪断強さ 144MPa より $\tau = 72\text{MPa}$ と仮定する。

3.6.4 ウェブ座屈計算

① 張力場ウェブでは破壊に至る前にウェブの座屈(剪断シワ)を許容する。

② 張力場ウェブでは曲げ対抗力はフランジ材に依存する。

③ しかしながら座屈後の座屈挙動の計算には難がある。

定性的には荷重倍数 2 G まで剪断シワの座屈を抑制する事が必要とされている。

剪断シワ発生後は座屈挙動の解析が困難。

※少なくとも半張力場実験等が必要。

①～③より制限荷重倍数までは座屈を許容しないウェブを採用した。(安全率は無視※)

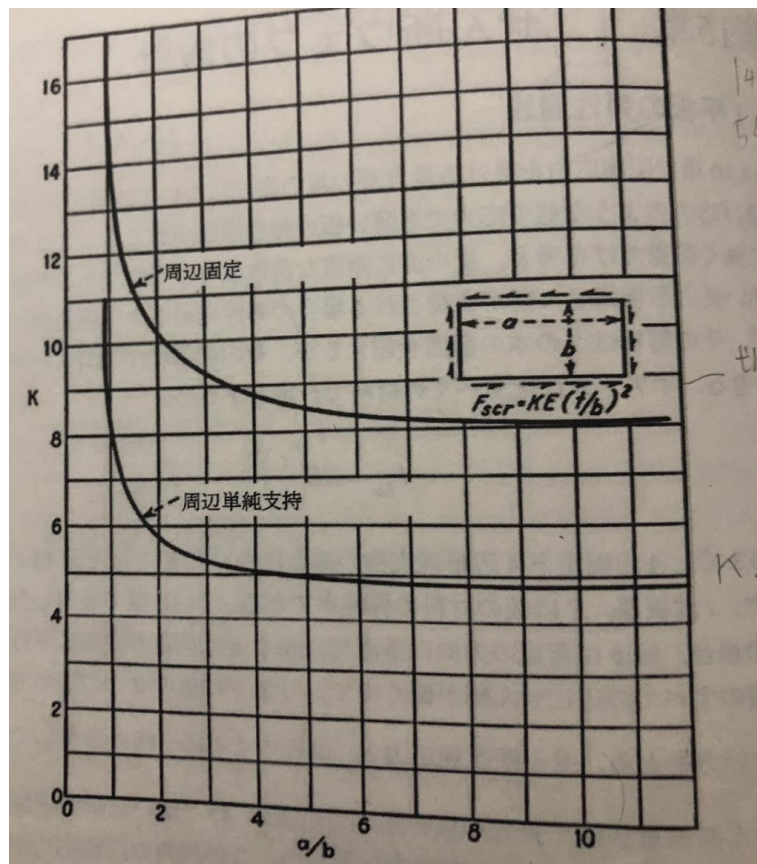


図 3.6.2.1 板要素の剪断座屈座屈係数

ウェブ座屈にはコの字チャンネル材を購入して破壊試験を実施する事を検討した。
しかしながら、以下の問題点があつた。

- ① 現状の予算が不足している。
- ② 必要工数が多い。
- ③ 実験までに時間が必要で、決断の延長が活動に停滞を招く可能性がある。
- ④ RTR に比べて 11kg 程度のウェブ重量減少が期待された。
- ⑤ スチフナ重量は 1kg 程度となった。

⑤についてスチフナ数を削るメリットは工数面以外はあまり無いように感じた。

以上より安全よりも設計を行い桁試験成功の確率を高めるとともに、工数削減と低価格化は後輩に委ねることにした。

$$F_{scr} = KE \left(\frac{t_{web}}{b} \right)^2$$

$$K = 8.0$$

図 3.6.2.1 より $K = 8$ 、周辺固定の支持条件を検討していた。

しかしながら前述の通り実験ができないため、周辺単純支持を仮定した。

このとき $K=8.0$ を満たす $a/b=1.0$ を採用している。

これは桁高と等間隔にスティフナを配置する事を意味する。

BT25 では計算上は $K=8.0$ としつつも、 $a/b=0.5$ を採用した

3.6.1.2 で伝聞的にスティフナが必要ないという情報はあるが数式で証明できていない。

それ故にスティフナを入れたほうが、大学への説明も考慮すると賢明だと判断した。

・剪断シワ発生の判定式 R_S は以下のように行う。

3.6.3-1 より次式の剪断流から剪断応力を求める。

$$q_{calculate} = \max (Abs(q_T + q_f) , Abs(q_T - q_f))$$

$$Q_q = \frac{q_{calculate}}{t_{web}}$$

$$R_S = \frac{q_{calculate} \times n}{F_{scr}}$$

$R_S < 1$ を満足することが座屈の抑制に必要となる。

3.6.5-1 必要ウェブ厚計算 妥当性評価

3.6.3-1 と 3.6.3-2 で計算した評価式は安全寄りとなるはずである。

それには以下の根拠が挙げられる。

- ① ウェブ材はコの字チャンネル材であり板材より座屈に強いと思われる。
- ② フランジ材の座屈実験で既に固定支持として評価済だが、フランジの方が板要素に近くウェブはチャンネル材側なので、固定支持の方が妥当
- ③ そもそも剪断シワが発生しても剛性が落ちるだけで永久的なひずみが残らなければ問題ない
- ④ 本来、半張力場として耐えるはずであり、張力場理論自体が安全寄りのためスティフナは過剰になりがち
- ⑤ 3.6.1.2 に記した通り 2012 年付近の上智大がバルクヘッドのみで設計しているという噂。

3.6.5-2 ウェブ厚計算 今後の課題

できれば以下の①～④に取り組んでほしい。

- ① 剪断シワの発生に関して試験する(45 度方向注意)
- ② 半張力場設計に挑む
- ③ スチフナ削減による機体製作費の削減
- ④ スチフナ削減による工数の削減

以上で桁のウェブ、フランジ設計の解説は終わり

次章では、ブラケット設計とリベット設計について記す。

フランジ材とウェブ材の接着面積計算とかは木製ボックス桁の本を参照してほしい

3.7 GroupF_B 解説

3.7.1 ブラケット設計

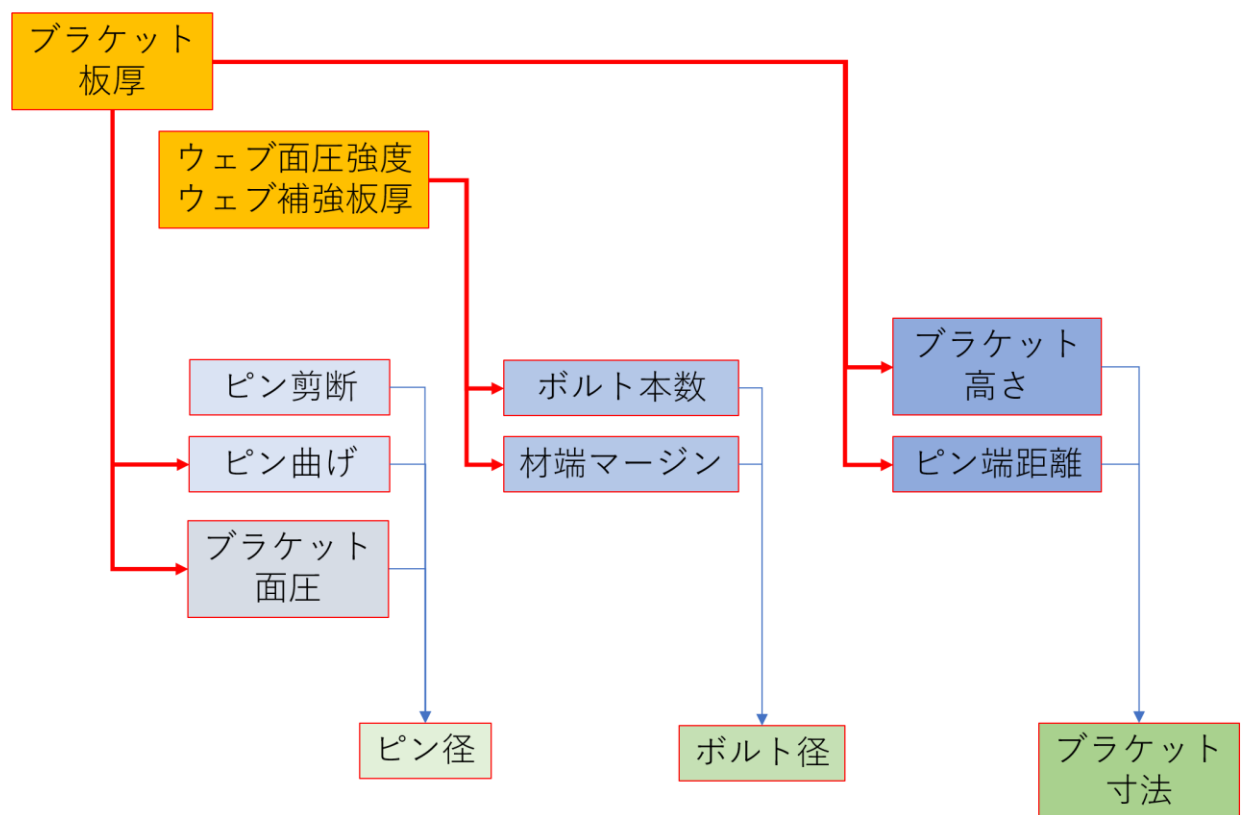


図 3.7.1 ブラケット設計情報フロー

ブラケット設計は次の手順で行う。

- ① ピン設計(ブラケット板厚と深い関係)
- ② ボルト設計(ウェブ補強板の板厚と深い関係)
- ③ ブラケット設計

3.7.1.0 軸力・横力の計算

ブラケット材の垂直方向荷重を軸力 P と呼ぶ、ブラケット剪断方向荷重を横力 S と呼ぶ。
ピンとボルトや接着に働く荷重は軸力も横力も、剪断で受けることに注意する！

軸力 P 、横力 S を次式から求める。

主翼曲げから M_{BMD} 、主翼捩じりから M_{TMD} が求まる。

フランジ軸間距離を H 、桁幅を B として次式を考える。

$$P_N = \frac{M_{BMD}}{H}$$

$$P_T = \frac{M_{TMD}}{B}$$

$$S_1 = F_{SFD} + \frac{Q_{TMD}}{B}$$

$$P_{u,l} = P_N \pm 0.5P_t$$

n : 荷重倍数 について以下のように値をとる

$$P = n \times \max(P_u, P_l)$$

$$S = 0.7nS_1$$

$$F = \sqrt{P^2 + S^2}$$

3.7.1.0-※

木製ボックス桁の本は側面ウェブの片側にしかブラケットが付かない。

ここで木製フランジ前後の荷重分担率は5対5をとっている。

本設計システムではフランジ軸力のみ荷重分担率を安全寄りの7対3型で評価する。

$$F = \sqrt{(kP)^2 + S^2} \quad \text{として評価する。}$$

前後フランジ荷重分担率k
0.5~0.7
0.7
0.7
0.7

図 3.7.2 前後荷重分担率 k

この荷重分担率kはブラケット設計のシートで設定できる。

※尚、アルミ単桁では次式Sのはずだが、念のため安全寄りの $S_1 = F_{SFD} + \frac{Q_{TMD}}{B}$ で評価する。

$$S = Abs\left(\frac{F_{SFD}}{2}\right) + Abs\left(\frac{Q_{TMD}}{B}\right) \quad (\text{本システムは左記式で評価していない})$$

3.7.1.1 ピン設計

3.7.1.1-A ピンへの剪断荷重

ウェブの片面を図 3.7.3 に示す

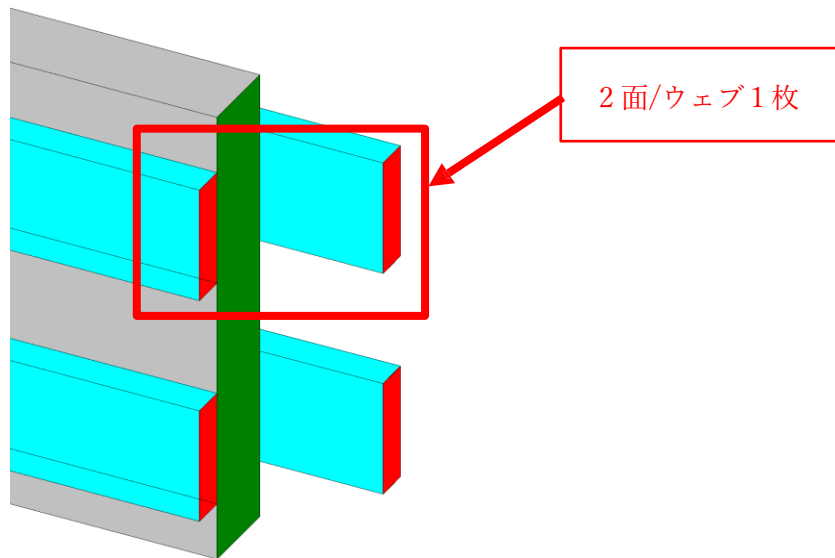


図 3.7.3 ウェブ 1 枚を 2 面で挟み込む接合ブラケット。

ピンの必要断面積は次式で求まる。

S.F.: 一般安全率 1.5 F.F.: 金具係数 1.15

τ : ピン材料の剪断強度

N:ウェブを挟み込むブラケット枚数 (図 3.7.3 のとき N=2)

$$F = \sqrt{(kP) + S^2}$$
$$A_\tau = \frac{F \times S.F. \times F.F.}{N\tau}$$

必要ピン径d は次の通り

$$d_\tau = \sqrt{\frac{4A_\tau}{\pi}}$$

3.7.1.1-B ピンへの曲げモーメント

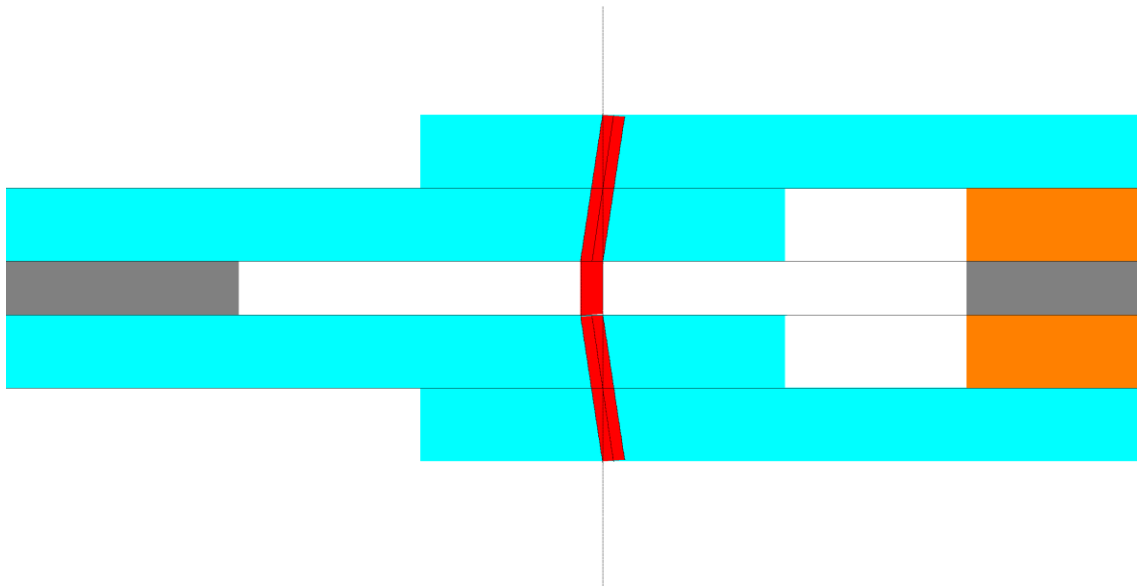


図 3.7.4 ブラケット軸力によるピンの偏心

図 3.7.4 はウェブをグレー色、シムプレートを橙色、ピンを赤色で図示する。ブラケット穴とピン軸径の軸径差からピンは偏心し上図のように曲げられる。偏心は編当たりを引き起こすため、有効幅 b を考える必要がある。ブラケット厚さ t は親側と子側で共通と仮定すると、以下が成立する。

$$b = 0.5t$$

$$l = b$$

$$M = \frac{Fl}{2}$$

$$\sigma_M = \frac{16lF}{\pi d^3}$$

ピンの引張強さ σ_{tul} とすると、次式が必要条件

$$\sigma_M \leq \frac{\sigma_{tul}}{S.F. \times F.F.} = \sigma_{allow}$$

$$d_{M_min} \leq \sqrt[3]{\frac{16lF}{\pi \sigma_{allow}}}$$

3.7.1.1-C ブラケットへの面圧荷重

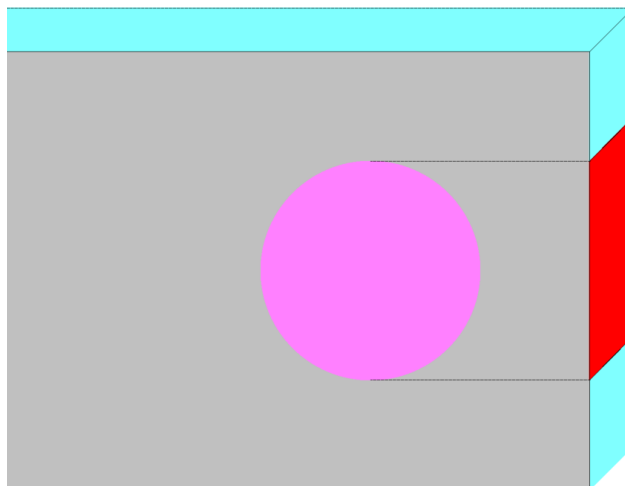


図 3.7.5 ピンによるブラケットへの面圧(赤色部が面圧面積)

F は荷重倍数込である事に注意する。

N:ウェブを挟み込むブラケット枚数 (図 3.7.3 のとき N=2)

σ_{Br} :ブラケット材終局面圧応力、板厚 t、ピン径 d

図 3.7.3 よりブラケット枚数に注意して

$$A_{Br_min} = \frac{F \times S.F. \times F.F.}{N \times \sigma_{Br}} = td$$

$$d_{Br_min} = \frac{A_{Br_min}}{t}$$

3.7.1.1-A,B,C の中で最大の d が、ピンの必要最小径になる。

$$d_{pin} = \max (d_{\tau}, d_{M_min}, d_{Br_min})$$

$$d_{pin} = \max \left(\sqrt{\frac{4A_{\tau}}{\pi}}, \sqrt{\frac{16lF}{\pi \sigma_{allow}}}, \frac{A_{Br_min}}{t} \right)$$

3.7.1.2 ボルト設計

3.7.1.2-A ボルト本数算出

B.F. 面圧係数 鳥コン機なので 1.0

σ_{web} : ウェブ材終局面圧応力

3.7.1.0-※より F は荷重倍数込なので既に前後分配されている。・・・・・・①

①より、ウェブ面数N_web は必ずN_web=1

t_{w+} : 面圧補強板の総厚(2面)とウェブ厚の和

σ_{Br_web} : ウェブの面圧強度

$$A_{Br_min} = \frac{F \times B.F. \times S.F.}{\sigma_{Br_web}} = \sum (t_{w+})d$$

図 3.7.6 のように赤色のウェブ材に、緑色の面圧補強板が配置される

赤色板厚と緑色板厚の総和を t_{w+} として計算する。

このとき、ウェブと補強板のうち面圧の弱い方を物性値とする。



図 3.7.6 ウェブと補強板

ボルト本数を M とすると次式からボルト径が求まる。

$$A_{Br_min} = M(t_{w+})d$$

$$d = \frac{A_{Br_min}}{M(t_{w+})}$$

注意点①

木製ボックス桁の本では制限面圧応力を使うが、
本設計システムでは、面圧強度を安全率で除した許容面圧応力で代替している

注意点②

木製ボックス桁の本では軸力 P を誤植して合成荷重 F で計算している。◎
本設計システムでは、念のため荷重として P より厳しい F で計算する

注意点③

木製ボックス桁の本では木製フランジ部がウェブ厚に相当する。

3.7.1.2-B ボルト配置と材端マージン

D.J.ピアリーの構造設計書を参考に

ボルト材端距離はボルト距離の 1.5 倍、ボルト間距離はボルト径の 2 倍を基準にする。

ピンに働く横力 S はボルト反力 R でうける。

3.7.1.0 軸力・横力の計算より求まる横力S からボルト反力 R_n を考えたい。

ボルト穴(緑色)の各軸について、両端のボルトから等距離かつ最短距離となる位置(図心)を考える。

木製ボックス桁の本では図心に重心マークが書かれているが、重心を意味しているわけではない事に注意する。

本設計システムの GroupF_B では図心の位置等は自動計算する。

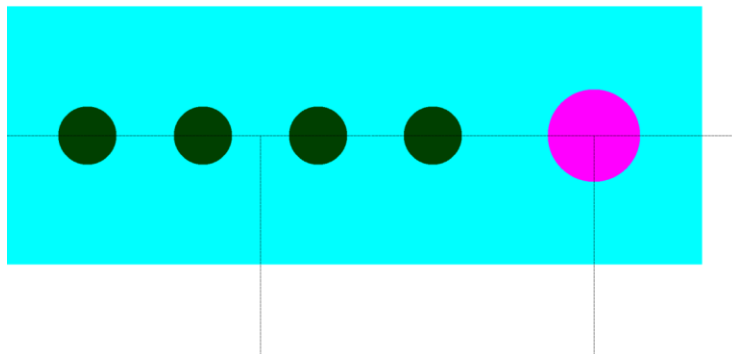


図 3.7.7 図心距離 e

図心まわりモーメントと力のつり合いから反力計算する。

① ボルト図心まわりモーメント M について

ピンに横力 S が働くので $M - eS = 0$

M はボルト群反力によるモーメントを示すので、ボルト反力の一部分 R_{A_n} について、図心からボルト穴軸への長さ L_n を腕としてモーメントを考える。

$$\sum_{n=1}^M R_{A_n} L_n = M = eS$$

② 力のつり合いについて

ボルト反力の一部分 R_{B_n} について、ピンに横力 S が働くので力のつり合いは次式で表す。

$$\sum_{n=1}^M R_{B_n} = M R_{B_n} = S$$

①、②から任意の n の中で最大となる反力 $R_{n,max}$ を求めたい。

向きの説明がややこしいので以下の式で代替する。

$$R_n = Abs(\max(\pm R_{A_n} + R_{B_n}))$$

$$R_{n_max} = \max(R_n)$$

$$\sigma_R = \frac{R_{n_max}}{t_w + d}$$

$$\sigma_{allow} = \frac{\sigma_{web}}{S.F.}$$

軽減率 η 、材端マージン m は次式で表せる。

$$\eta = \frac{\sigma_R}{\sigma_{allow}}$$

$$m = 3.5 \eta d = 3.5 \left(\frac{\sigma_R}{\sigma_{allow}} \right) d$$

木製ボックス桁の本において軽減率の説明が一切ないので上記を参照してほしい ◎

以上からボルト径 d と材端マージン m を定式化した。

次章ではブラケット設計について解説する。

3.7.1.3 ブラケット設計

3.7.1.3-A ブラケット必要幅(上下幅)の計算

・目的 ブラケット上下幅 B に対して、破壊判定を行う。

図 3.7.3 より、ブラケットはウェブ 1 枚あたり 2 面装着できる。

N :ウェブを挟み込むブラケット枚数 (図 3.7.3 のとき $N=2$)について

ブラケット一枚に加わる軸力 $P_{element}$ と横力 $S_{element}$ は次式から求まる。

$$P_e = \frac{P}{N} \quad S_e = \frac{S}{N}$$

上記荷重による引張応力 σ_t と曲げ応力 σ_b を定式化する。

ピン穴中心と、ピン穴に一番近いボルトの軸中心間距離を L とすると、

ピン径を d_{pin} ※、ブラケット板厚を t_{Br} とすると σ_t と σ_b は次式で表せる。

$$\sigma_t = \frac{P_e}{(B - d_{pin})t_{Br}}$$

$$\sigma_b = \frac{M(B/2)}{I} = \frac{\left(\frac{6}{N} S\right) LB}{(B^3 - d_{pin}^3) t_{Br}}$$

これを合成して σ_{tcr} を考える。

$$\sigma_{tcr} = \sigma_t + \sigma_b$$

ブラケットの終極引張応力(引張強さ)を σ_{tul} とおける。

破壊しないための条件は次式のようにになる。

$$\sigma_{tcr} \times S.F. \times F.F. < \sigma_{tul}$$

$$\frac{\sigma_{tcr} \times S.F. \times F.F.}{\sigma_{tul}} < 1$$

20	21	22	23
親板高さ	親板高さ/面数	子板高さ	子板高さ/面数
σ_{tcr} (負荷応力)	強度判定	σ_{tcr} (負荷応力)	強度判定
Mpa	need under1	Mpa	need under1
405.9569333	0.91042147	405.9569333	0.91042147
251.8597155	0.564834527	251.8597155	0.564834527
148.5165412	0.333071409	148.5165412	0.333071409

図 3.7.8 設計システムでの引張破壊判定式 need under1

注意点①

木製ボックス桁の本において σ_t について以下のように書かれている。

$$\frac{P}{2} = \frac{1}{2} \times 944 = 472kgf$$

F=944 でありP=943 である。おそらくF の値をP として誤植している。◎

本設計システムでは念のため安全側の次式に合わせている。

$$P_e = \frac{F}{N}$$

注意点②

木製ボックス桁の本において σ_b の定式化について以下のように書かれている。

$$\sigma_b = \frac{6k'S_1lB}{(B^3 - d_{bolt}^3)t_{Br}}$$

$k'S_1=0.5S$ と表せるがk'は面数N= 2 でk=1/Nとなる事に注意。

注意点③

木製ボックス桁の本では $d_{bolt} = d_{pin}$ であるため全穴において引張応力は共通で、最大応力は必ずボルト穴となる。

本設計システムでは d_{pin} で評価しているが、基本的にボルト径 d_{bolt} はピン径 d_{pin} より小さいことに注目する。

この場合、 $P \gg S$ より(軸力による引張破壊) \gg (横力による曲げ破壊)となる可能性は存在する。

ここでボルト径にピン穴径の穴がある事を仮定して計算した。

ピン径が 10mm 以上になる場合は次の 2 点で破壊評価をするべきである。

① ピン部引張応力

$$\sigma_{t1} = \frac{P_e}{(B - d_{pin})t_{Br}} \quad \sigma_{b1} = 0$$

② ボルト部引張応力、ボルト曲げ応力

$$\sigma_{t2} = \frac{P_e}{(B - d_{bolt})t_{Br}} \quad \sigma_{b2} = \frac{M(B/2)}{I} = \frac{(\frac{6}{N}S) LB}{(B^3 - d_{bolt}^3)t_{Br}}$$

3.7.1.3-B ティアアウト破壊判定式 安全余裕 MS

ピン中心からブラケット端までの距離を X とおく。

$$x = X - \frac{d_{pin}}{2}$$

図 3.7.3 で述べた N を考えた上で、

3.7.1.1 で求めた合成荷重 F, ブラケット幅 t を用いて

$$\tau_{cr} = \frac{F}{Nxt} = \frac{\sqrt{(kP) + S^2}}{N(xt)}$$

ブラケットの終局剪断応力(剪断強度) τ_{ul} を用いて安全余裕 MS は次式で表せる。

$$MS = \frac{\tau_{ul}}{\tau_{cr} \times S.F. \times F.F.} - 1$$

MS>0 を満たす X がブラケットには必要となる。

24	25	26	27
τ_p	Xp強度MS	τ_c	Xc強度MS
Mpa	need over 0	Mpa	need over0
114.1844631	0.393118288	114.1844631	0.39311829
82.00673636	0.939748743	82.00673636	0.93974874
42.46266977	2.746171982	42.46266977	2.74617198

図 3.7.8 設計システムでのティアアウト破壊判定式 need over 0

注意点①

木製ボックス桁の本では以下のように F が誤植されている。 ◎

$$\tau_{cr} = \frac{F}{Nxt} = \frac{477.3}{Nxt}$$

正しくはF=472 である事が誤植の次のページから分かる。

以上で GroupA～GroupF_B の解説が終了したが、
翼胴結合部について重要な注意点があるので必ず 4 章を確認してほしい。

ウェブのアングル部や接合板の重量計算等は、
GroupF_B で行うが体積求めるだけなので割愛する

