TR797 解説(初回)

1.前提知識

1.1　揚力の式　（高校生でも知っててほしい）

$\frac{1}{2}\rho V^2$ ：動圧[Pa]　S :投影面積[m^2]について揚力 Lift[N]には以下の式が成り立つ。

$$Lift = \frac{1}{2}\rho V^2 S\, C_L$$

1.2　クッタ・ジュコーフスキーの定理(二次元揚力)

以下の式で表される Lift は単位スパン幅当たりの揚力 Lift[N/m]である事に注意する。

(1.1 の Lift は力だけど、1.2 は線密度とか分布荷重の類で力ではないのです)

$$Lift = \rho V \Gamma$$

1.3　1.1 と 1.2 の関係式

1.1 の Lift について全幅 span[m]の翼を考えて$\rho V \Gamma$との関係式を作れる。

翼弦長を chord[m]とすると 1.1 について次のようになる。

$Lift = \frac{1}{2}\rho V^2 (chord \times \mathrm{span})\, C_L/\mathrm{span} = \frac{1}{2}\rho V^2 (chord)\, C_L$ [N/m]

$Lift = \rho V \Gamma$

$$\Gamma = \frac{1}{2}(chord) V\, C_L$$

この Γ [m²/s]は循環(circulation)と呼ばれるものです。

TR797 では構造設計を考慮した、スパン方向に関する最適循環分布関数 Γ (span)を求めます。

循環は翼弦長と揚力係数C_L(←取付角で制御可能!)の 2 変数で決まる事に、注意してください。

1.4　循環について

循環は流体を回転(流速ベクトルを曲げ)させる度合を表している。

電流まわりに磁場が生じるように、循環(揚力)は誘導速度(吹き下ろし)を与えます。

ある翼スパン位置の誘導速度は、全てのスパン位置の循環から影響を受けます。

ビオ・サバールの法則は磁場計算だけだは無く、循環による誘起速度算出にも適用できます。

2.　TR-797　計算の流れ(大まかな流れ)

① 片翼を N 個のパネル要素として離散化する。

② このときパネル半幅を dS とする

③ あるパネル番号 i に各パネル位置の循環Γによる誘起速度 Vn_i を考える。
誘起速度 Vn_i を求めるために、左右のパネル j がパネル i に誘起する速度を考える。

④ 誘起速度 Vn_i を求めるために③の結果を全ての j について足し合わせる
（Vn_i を求めるために Q_{ij} を求める。（Q_{ij} が何かは 3.3.2 で解説※））

⑤ 各種変数を翼スパンで正規化する。

⑥ 揚力、翼根曲げモーメント、誘導抗力に関する拘束条件から⑤の変数を用いた連立方程式を立てる。

⑦ 連立方程式は循環分布が未知数として独立、⑦を解くと最適循環の解が導かれる。

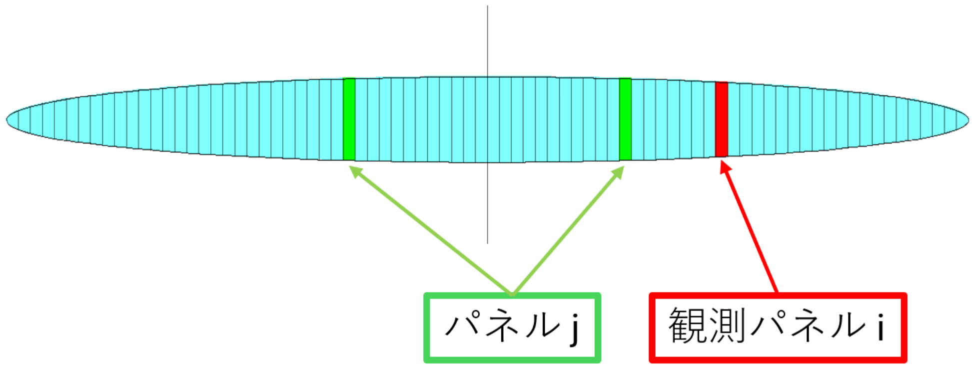

図 1　左右 2N 個、幅 2 dS に分割された翼の様子

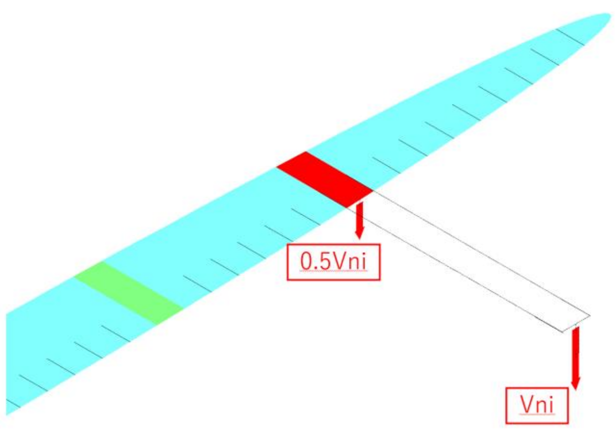

図 2　観測パネル i に誘起される速度 Vn_i

3.　前提条件と計算式

3.1　前提条件

TR-797では、翼たわみの動的計算は実施しない、
ただしTR-797の後に行うLLT解析では、たわみの追尾計算を行う。
TR797では特定のたわみ(上反角分布)に従い構造-空力最適化を行う。

3.2　入力データ

①～⑧を実行するためには以下のデータを入力する事が必要である。
L : 揚力
le : 翼根から翼端までの翼のスパン長さ(経路長であって上面からの投影長ではない)
dS : パネルの半幅
U : 設計機速
ρ : 気体密度
翼素位置分布(パネル境界位置): Y(i)　　・・・・・・・・・※1
上反角による高さ分布(パネル境界位置): Z(i)　　・・・・※1
上反角分布(パネル境界位置): Φ_deg(i)　　・・・・※1
※1　プログラム群GroupAを実行する事でデータ入力欄に出力済なので手動入力不要.

3.3　TR-797の定式化　(各種条件の整理と計算の流れ①～⑧の定式化を行う。)

3.3.1 離散化処理

項目① 片翼をN個のパネル要素として離散化する。
項目② パネル半幅をdSとする
⇒ 3.2_※1の平均値を取ればよい。また度数法は弧度法へ変換する。

$$y(i) = \frac{\mathrm{Y(i) + Y(i+1)}}{2}$$

$$z(i) = \frac{\mathrm{Z(i) + Z(i+1)}}{2}$$

$$\emptyset(i) = \frac{\mathrm{\emptyset\_deg(i) + \emptyset\_deg(i+1)}}{2} \times \frac{\pi}{180}$$

この時点で揚力 L、曲げモーメント B、誘導抗力 Di は以下のように記述できる。

$$L = 4\rho U \sum_{i=1}^{N} \Gamma_i cos\phi_i \Delta S_i$$

$$B = 2\rho U \sum_{i=1}^{N} \Gamma_i (y_i cos\phi_i + z_i sin\phi_i) \Delta S_i$$

$$D_i = 2\rho U \sum_{i=1}^{N} \Gamma_i V_{ni} \Delta S_i$$

3.3.2　誘起速度

項目③　パネル番号 i に各パネル位置の循環Γによる誘起速度 Vn_i を考える。

項目④ 誘起速度 Vn_i を求めるために③の結果を全ての j について足し合わせる

2-図 1，2 で記した観測パネル i について、 j は全てのパネルに該当するから
項目③、④は次式で表せる。

$$V_{ni} = \sum_{j=1}^{N} Q_{ij}\, \Gamma_j$$

※　Q_{ij}:　左右翼のパネル j が単位循環のときに、観測パネル i にパネル j が誘起する速度
ビオ・サバールの法則よりQ_{ij}の算出が可能だが、情報量が多いため定式化は後述する。

3.3.3　変数を定義するための変数

⑤ 各種変数を翼スパン le で正規化する。(3.2 で定義した)
各変数はパネル半幅 dS、パネル中心のスパン位置$y(i)$、パネル中心の高さ位置$z(i)$
単位循環誘起速度の部分要素Q_{ij}が正規化される

$$\Delta\sigma_i = \frac{\Delta S_i}{l_e}$$

$$\eta_i = \frac{y_i}{l_e}$$

$$\zeta = \frac{z_i}{l_e}$$

$$q_{ij} = Q_{ij} l_e$$

3.3.4　変数定義

⑥ 揚力、翼根曲げモーメント、誘導抗力について⑤の変数を用いた連立方程式を立てる。

$$
\begin{aligned}
g_i &= \frac{2l_e \rho U \Gamma_i}{L} \\
c_i &= 2cos\phi_i \Delta\sigma \\
b_i &= \frac{3\pi}{2}(\eta_i cos\phi_i + \zeta_i sin\phi_i)\Delta\sigma \\
A_{ij} &= \pi q_{ij} \Delta\sigma_i
\end{aligned}
$$

g(i) :最適循環分布の格納変数

c(i) :揚力の総和に関する変数

b(i) :翼根曲げモーメントに関する変数

Aij :誘導抗力に関する変数

3.3.5　拘束条件と連立方程式

⑦連立方程式は循環分布が未知数として独立、⑦を解くと最適循環の解が導かれる。

⑦A　拘束条件として、揚力一定とすると次式が求まる。

$$1 = \sum_{i=1}^{N} c_i g_i = \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{g}$$

⑦B　拘束条件として楕円循環の曲げモーメント M のβ倍となるような循環分布において次式を満たす。

$$\beta = \sum_{i=1}^{N} b_i g_i = \mathbf{b}^T \cdot \mathbf{g}$$

⑦C　翼効率 e を最大化する事が目的で、評価関数(1/e)を最小化する。

$$\frac{1}{e} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} g_i A_{ij} g_j = \mathbf{g}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{g}$$