

Exercice 4

Soit $f: [-1; 3] \longrightarrow [0; 4]$

$$x \longmapsto x^2$$

Question 1

Indiquer la bonne réponse :

a) Comme $-1 \neq 1$ et $f(-1) = f(1) = 1$
alors f n'est pas injective ;

Donc la réponse a) est fautive

b) Soit $y \in [0; 4]$, alors $0 \leq y \leq 4$

$$\text{alors } 0 \leq \sqrt{y} \leq 2$$

$$\text{c'est-à-dire } \sqrt{y} \in [0; 2] \subseteq [-1; 3]$$

donc y admet un antécédent par f dans $[-1; 3]$

$$\text{et on a : } \sqrt{y} \in [-1; 3] \text{ et } f(\sqrt{y}) = y.$$

D'où f est surjective

Or f n'est pas injective,

donc f est surjective, mais pas injective

Ainsi, la réponse b) est vraie.

c) Comme f est surjective, alors la réponse

c) est fausse.

d) Comme f n'est pas surjective, alors la réponse

d) est fausse.

Question 2

Déterminons l'ensemble de définition de f

$$Df = \{x \in [-4; 3] : f(x) \in [0; 4]\}$$

$$Df = \{x \in [-4; 3] : x^2 \in [0; 4]\}$$

$$Df = \{x \in [-4; 3] : 0 \leq x^2 \leq 4\}$$

$$Df = \{x \in [-4; 3] : 0 \leq x \leq 2 \text{ ou } -2 \leq x \leq 0\}$$

$$Df = [-2; 2]$$