

Université Nangui Abrogoua

UFR Sciences Fondamentales et Appliquées

Licence 2 : Maths-Info & Phys-Chimie | Année Universitaire : 2019–2020

Fiche N° 2 des Travaux dirigés d'Analyse 3

EXO 1

Etudier la nature des séries numériques suivantes :

a. $\sum_{n \geq 0} \frac{e^n}{n!}$ b. $\sum_{n \geq 0} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$ c. $\sum_{n \geq 1} \left[\left(1 + \frac{1}{n} \right)^{-n} - \frac{1}{e} \right]$

d. $\sum_{n \geq 0} \frac{a^{n+1} 2^{-n}}{2n+1}$ où $a \in \mathbb{R}$ e. $\sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$ f. $\sum_{n \geq 1} \sin(n) \frac{\ln n}{n}$

EXO 2

Etudier la convergence et calculer des séries $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^2 + 5n + 6}$ et $\sum_{n \geq 0} \frac{2^n + (-3)^n}{5^n}$.

EXO 3

Déterminer l'ensemble des triplets (a, b, c) de nombres réels strictement positifs tels que la série $\sum_{n > 0} u_n$ de terme général $u_n = \frac{1}{an+b} - \frac{c}{n}$ soit convergente.

EXO 4

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de réels strictement positifs.

1) Montrer que si la série $\sum_{n \geq 0} u_n^2$ convergente alors la série $\sum_{n \geq 0} \frac{u_n}{n^2}$ converge.

2) Montrer que la série $\sum_{n \geq 0} u_n$ convergente si et seulement si la série $\sum_{n \geq 0} \frac{u_n}{1+u_n}$ converge.