# Exercice 17

La modélisation de notre situation nous ramène au système :

$$(S)\begin{cases} N \equiv 3\,[17] \\ N \equiv 4\,[11] \\ N \equiv 5\,[6] \end{cases}$$

Comme $17 \wedge 11 = 1$, $11 \wedge 6 = 1$ et $17 \wedge 6 = 1$, alors (S) admet au moins une solution.

$$\left.\begin{array}{l} 66 = 17 \times 3 + 15 \\ 17 = 15 \times 1 + 2 \\ 15 = 2 \times 7 + 1 \end{array}\right\} \Longrightarrow 66 \times 8 + 17 \times (-31) = 1$$

Donc, $x_1 = 66 \times 8 = 528$

Ainsi $\begin{cases} x_1 \equiv 0\,[6] \\ x_1 \equiv 0\,[11] \\ x_1 \equiv 1\,[17] \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{l} 102 = 11 \times 9 + 3 \\ 11 = 3 \times 3 + 2 \\ 3 = 2 \times 1 + 1 \end{array}\right\} \Longrightarrow 102 \times 4 + 11 \times (-37) = 1$$

Donc, $x_2 = 102 \times 4 = 408$

Ainsi $\begin{cases} x_2 \equiv 0\,[6] \\ x_2 \equiv 1\,[11] \\ x_2 \equiv 0\,[17] \end{cases}$

$$187 + 6\times(-31) = 1 \implies x_3 = 187 \text{ et } \begin{cases} x_3 \equiv 1\,[6] \\ x_3 \equiv 0\,[11] \\ x_3 \equiv 0\,[17] \end{cases}$$

Donc une solution particulière de notre système (S)

est : $n = 528\times 3 + 408\times 4 + 187\times 5$

$n = 4151$

Par conséquent, $N = 4151 + k4488$, $k\in\mathbb{Z}$.

La fortune minimale que peut espérer le cuisinier lorsqu'il empoisonnera le reste des pirates est 4151.