

Exercice 5

Soit $f: G \rightarrow H$ un morphisme de groupes finis. Soit G' un sous-groupe de G d'ordre premier avec l'ordre de H .

Montrons que : $G' \subseteq \text{Ker } f$

Comme $f: G \rightarrow H$ est un morphisme de groupes finis et que G' est un sous-groupe de G , alors d'après l'exercice 4 $|f(G')|$ divise $|G'|$ et $|H|$;

or $|G'|$ est premier avec $|H|$;

donc nécessairement $|f(G')| = 1$;

d'où $f(G') = \{e_H\}$;

ainsi $G' \subseteq f^{-1}(\{e_H\}) = \text{Ker } f$

Par conséquent, $G' \subseteq \text{Ker } f$.