Université Nangui Abrogoua

UFR Sciences Fondamentales et Appliquées

Licence 2 : M - I et P - C **Année Universitaire : 2019–2020**

Fiche N° 1 des Travaux dirigés d'Analyse 3

EXO 1 Etudier la nature des intégrales suivantes

$$\int_0^1 \frac{1}{t^2\sqrt{1-t}}dt \qquad \int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{e^t-1}dt$$

$$\int_0^{+\infty} \left(1-\cos\frac{1}{t}\right)dt \qquad \int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+t)}{\sqrt{t}(1+t^2)}dt$$

EXO 2 Montrer que l'intégrale $J = \displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{(2t-1)\sqrt{t^2-1}}dt$ converge et calculer sa valeur.

EXO 3 Déterminer l'ensemble des couples $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ tels que l'intégrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-x}+a\sin x+b\cos x}{x^2}dx$$

converge.

EXO 4 Soit $\alpha > 0$.

1. Montrer que l'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{\alpha^2+x^2}dx$ converge et que

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{\alpha^2+x^2}dx = \frac{\pi\ln\alpha}{2\alpha}.$$

2. En déduire la convergence et la valeur de $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \ln(\alpha\tan(x))dx$.