

## Exercice 18

Soit  $A$  le nombre de soldats que comporte l'armée de Han Xing.

La modélisation de notre situation nous ramène au système suivant:

$$(S) : \begin{cases} A \equiv 2 [3] \\ A \equiv 3 [5] \\ A \equiv 2 [7] \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} 35 = 3 \times 11 + 2 \\ 3 = 2 \times 1 + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 35 \times (-1) + 3 \times 12 = 1$$

$$\text{Donc } x_1 = -35 \quad \text{et} \quad \begin{cases} x_1 \equiv 0 [5] \\ x_1 \equiv 0 [7] \\ x_1 \equiv 1 [3] \end{cases}$$

$$15 = 7 \times 2 + 1 \Rightarrow 15 \times 1 + 7 \times (-2) = 1$$

$$\text{Donc } x_2 = 15 \quad \text{et} \quad \begin{cases} x_2 \equiv 0 [5] \\ x_2 \equiv 1 [7] \\ x_2 \equiv 0 [3] \end{cases}$$

$$21 = 5 \times 4 + 1 \implies 21 + 5 \times (-4) = 1$$

$$\text{Donc, } x_3 = 21 \text{ et } \begin{cases} x_3 \equiv 0 [7] \\ x_3 \equiv 0 [3] \\ x_3 \equiv 1 [5] \end{cases}$$

Ainsi une solution particulière de notre système

$$(S) \text{ est : } a = 2x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

$$a = -70 + 30 + 63$$

$$a = 23$$

Par conséquent,  $A = 23 + 105k$ ,  $k \in \mathbb{N}$ .