VŠB TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY

# Komponenta serveru pro podporu výuky teoretické informatiky - Simulace Turingova stroje RAMem

Bc. Jakub Koběrský

Semestrální práce

Vedoucí práce: Ing. Martin Kot, Ph.D.

Ostrava, 2025

# Zadání semestrálního projektu

**Název:** Komponenta serveru pro podporu výuky teoretické informatiky - Simulace Turingova stroje RAMem

**Rok zadání:** 2024/2025

**Vedoucí:** Ing. Martin Kot, Ph.D.

**Student:** Jakub Koběrský

**Zaměření:** Teoretická informatika

**Forma studia:** prezenční

## Text zadání:

1. V rámci studentských prací vzniká sada dynamických webových stránek pro výuku předmětů teoretické informatiky.
2. Cílem tohoto projektu je doplnit stránku zabývající se simulací Turingova stroje strojem RAM
3. Uživatel bude mít možnost zadat specifikaci Turingova stroje a stránka mu zobrazí zdrojový kód pro stroj RAM.
4. Poté bude možné sledovat současně výpočet obou strojů na stejném (nebo odpovídajícím) vstupu.
5. Pro Turingův stroj bude předpřipravených alespoň 5 specifikací, aby si mohl uživatel vše vyzkoušet i bez zadávání vlastního vstupu.

## Literatura:

Podle pokynů vedoucího semestrálního projektu.

# Obsah

# Seznam použitých zkratek a symbolů

| | | |
|---|---|---|
| RAM | – | Random Access Machine |
| IP | – | Instruction Pointer, ukazatel na právě prováděnou instrukci |
| JSON | – | JavaScript Object Notation |
| JS | – | JavaScript |
| DOM | – | Document Object Model, rozhraní pro manipulaci s HTML |
| UI | – | User Interface, uživatelské rozhraní |
| UX | – | User Experience, uživatelská zkušenost |

# Seznam obrázků

# Kapitola 1

# Úvod

Cílem této semestrální práce je vytvoření aplikace pro simulaci Turingova stroje strojem RAM, sloužící k výuce teoretické informatiky. Aplikace obsahuje simulaci Turingova stroje s předpřipravenými příklady, které jsou následně přeloženy do kódu stroje RAM. Oba stroje lze poté zároveň krokovat a v reálném čase vidět obsah pásek a paměti, včetně stavu a pozice strojů. K předpřipraveným příkladům lze definovat i své vlastní stroje, které je možné sdílet mezi jednotlivými zařízeními.

Práce je rozdělena do několika kapitol, kdy ve 2. kapitole je popsán teoretický základ obou strojů nutný pro pochopení průběhu simulace, následován popisem několika vybraných předpřipravených strojů a popisem samotného algoritmu simulace Turingova stroje. V další kapitole je probrán stručný popis použitých technologií, jak jsou použity a jaké výhody do aplikace přináší. V neposlední řadě, v kapitole 4, je probrána samotná webová aplikace, její návrh, implementace, uživatelské rozhraní a jsou zde také natíněny možné způsoby rozšíření aplikace.

Webová aplikace je v průběhu obhajoby dostupná na adrese `https://ram.koberskyj.cz/`, zprostředkované přes Github Pages [1].

# Kapitola 2

# Turingovy stroje a stroje RAM

## 2.1 Turingův stroj

Jedná se o idealizovaný model počítače, který lze použít ke zkoumání hranic algoritmicky řešitelných úloh. Stroj popsal v roce 1936 Alan Turing a od té doby je to jeden z klíčových formálních nástrojů pro definici pojmu `algoritmus` a pro charakterizaci rekurzivně vyčíslitelných jazyků [2]. Je na něm postavena **Churchova-Turingova teze**, podle které může být každý algoritmus realizován Turingovým strojem. Programovací jazyky a stroje, které umožňují vyjádřit libovolný takovýto algoritmus, se označují jako **Turingovsky úplné** [3].

Existuje několik různých variant Turingova stroje, všechny ale obsahují nějakou verzi *nekonečné pásky*, *čtecí hlavu* a *přepisovací pravidla*. V této práci je Turingův stroj implementován s oboustranně nekonečnou páskou, samotná simulace je však limitována na stroj s jednostranně nekonečnou páskou. Více je konkrétní implementace popsána v kapitole 4.1.

### 2.1.1 Definice stroje

Formálně je Turingův stroj definován jako šestice $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$, kde [3]:

- $Q$ je konečná neprázdná množina stavů,
- $\Gamma$ je konečná neprázdná množina páskových symbolů,
- $\Sigma \subseteq \Gamma$ je konečná neprázdná množina vstupních symbolů,
- $\delta : (Q - F) \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{-1, 0, +1\}$ je přechodová funkce,
- $q_0 \in Q$ je počáteční stav,
- $F \subseteq Q$ je množina koncových stavů.

Výsledek rozdílu $\Gamma - \Sigma$ je vždy speciální znak $\square$, který označuje prázdný znak (blank).

### 2.1.2 Příklady Turingových strojů

Aplikace obsahuje základních 5 příkladů, které pracují následovně:

- **Shodné délky**[1] - stroj přijímá slova, kde se symboly $a, b, c$ opakují n-krát za sebou,
- **Zrcadlit** - stroj zrcadlí symboly $a, b$ směrem doprava,
- **Kopírovat** - stroj kopíruje symboly $a, b$ směrem doprava,
- **Palindrom** - stroj přijímá slova složená ze symbolů $a, b$, která jsou z obou stran stejná,
- **Sudý počet a** - stroj přijímá slova, kde se vyskytuje sudý počet symbolu $a$.

## 2.2 RAM stroj

RAM stroj (Random-Access Machine) představuje turingovsky úplný, idealizovaný model počítače. Skládá se z *programové jednotky* (sekvence instrukcí), *pracovní paměti* a *vstupní* a *výstupní* pásky. Buňky paměti i pásky obsahují pouze celá čísla ($\mathbb{N}$), nelze do nich tedy uložit znak. Pracovní paměť slouží pro vstup i výstup a je indexována od 0 ($R_0$) do $n$ ($R_n$). Vstupní páska slouží pouze pro čtení a naopak výstupní pouze pro zápis. Stejně jako u Turingova stroje existuje i zde řada modifikovaných definic RAM stroje. Stroj navíc obsahuje ukazatel na právě prováděnou instrukci v programové jednotce (IP) a v základu obsahuje tyto instrukce [3]:

- $R_i := c$
- $R_i := R_j$
- $R_i := [R_j]$
- $[R_i] := R_j$
- $R_i := R_j$ `op` $R_k$ - aritmetické instrukce, `op` $\in \{+, -, *, /\}$
  nebo $R_i := R_j$ `op` $c$
- `if` $(R_i$ `rel` $R_j)$ `goto` $l$ - podmíněný skok, `rel` $\in \{=, \neq, \leq, \geq, <, >\}$
  nebo `if` $(R_i$ `rel` $c)$ `goto` $l$
- `goto` $l$ - nepodmíněný skok
- $R_i :=$ `READ`() - čtení ze vstupu
- `WRITE`$(R_i)$ - zápis na výstup

[1] Jedná se o ukázkový příklad z prezentace předmětu teoretické informatiky

- `halt` - zastavení programu

Všechny uvedené instrukce jsou v aplikaci plně podporovány a jejich detailní popis se nachází v kapitole 4.1.

## 2.3 Simulace Turingova stroje strojem RAM

Jelikož Turingův stroj pracuje se znaky, se kterými stroj RAM pracovat neumí, je zapotřebí nějakého slovníku, co by nám ke každému znaku přiřadil číselnou hodnotu. Například tímto předpisem:

$$\Sigma \longrightarrow \mathbb{N}, \qquad a_1 \to 1,\ a_2 \to 2,\ \ldots,\ a_n \to n$$

Hodnota 0 je rezervována pro znak $\square$, aby z počátku nulová (nezapsaná) buňka paměti RAM odpovídala prázdnému symbolu na pásce. Samotný program stroje RAM lze tvořit následujícím způsobem:

1. Program začne skokem na aktuální stav.
2. Pro každý stav definuj návěští, které si načte aktuální symbol na pásce. Poté následuje série skoků, které „rozřadí“ běh programu do konkrétních stavů s daným symbolem.
3. Pro každý stav s konkrétním symbolem definuj návěští. Aktualizuj symbol na pozici čtecí hlavy podle přepisovacího pravidla přechodové funkce a vykonej posun ($\{-1, 0, +1\}$). Pokud je nový stav koncový - konec programu (`halt`), jinak skoč na tento nový stav (zpět krok 2).

# Kapitola 3

# Použité technologie

V této kapitole jsou popsány základní technologie a jejich balíčky, které jsou v této práci použity.

## 3.1 JSON

Jedná se o standardní formát textu, přes který lze reprezentovat strukturovaná data. Výhodou oproti binárnímu kódu či standardnímu textového souboru je čitelnost, kdy jsou definovaná jasná pravidla formátu, který je snadno čitelný jak pro uživatele, tak počítače. Tento formát je založen na základně syntaxe JavaScript (JS) objektů a slouží především pro ukládání dat a komunikaci mezi zařízeními [4].

## 3.2 TypeScript

TypeScript je o open-source jazyk vyvinutý firmou Microsoft, který především rozšiřuje JS syntaxi o typy a jejich kontrolu. Zdrojový kód se nejprve přeloží (transpiluje) do JS kódu, který lze následne spustit ve webovém prohlížeči (nebo na serveru přes například Node.js). Mezi hlavní přednosti tohoto jazyka patří zejména dřívější odhalení chyb díky typové kontrole a našeptávání během psaní kódu [5].

## 3.3 Webové technologie

Webová stránka v dnešní době již není většinou skládaná pouze z HTML a CSS, mnohé stránky se neobejdou bez různé interaktivity pomocí jazyka JavaScript, případně WebAssembly. Stránka pak může díky této interaktivity komunitovat přímo s lokálním počítačem či internetem, může provádět různé dynamické upravy v DOM (Document Object Model) a slouží i ke zprostředkování složitějších animací.

### 3.3.1 Použité API a knihovny

Pro zjednodušení práce a přidání možnosti ukládání dat byly použity tyto webové technologie:

- **localStorage**, sloužící pro lokální dlouhodobé uložení dat ve formátu klíč-hodnota, která je formátu JSON [6].

- **Shadcn**, pro již předpřipravené komponenty, jako jsou například tlačítka, ikonky a vyskakovací okna. Samotná knihovna využívá Radix UI a Lucide ikonky [7].

- **Tailwind CSS**, který slouží pro jednoduché stylování přímo přes třídy na jednotlivých HTML elementech nebo jejich ekvivalentních prvků [8].

### 3.3.2 React.js

Samotná aplikace je napsána za pomocí frameworku React.js, který výrazně zjednodušuje zejména interaktivitu aplikace a rozděluje kód do jednotivých komponent.

React.js slouží ke tvorbě webových uživatelských rozhraní v JS nebo, v tomto případě, v jazyce TypeScript. Hlavní myšlenkou knihovny je deklarativní a komponentový přístup - rozhraní se skládá z malých, znovupoužitelných kompopent, které popisují, jak má aplikace vypadat pro konkrétní stav dat. HTML elementy komponent a i celkově jednotlivé kompomenty jsou v tomto případě reprezentovány ekvivalentní strukturou JSX/TSX s minimálními změnami. Díky této myšlence lze snadno vytvářet komplexní UI prvky, které jsou na pozadí složeny z menších a menších prvků. React kód je převážně spouštěn na straně uživatele v prohlížeči, avšak existují i alternativy v podobě mobilních aplikací přes React Native nebo kódů pro server přes Next.js. Při změně jednotlivých komponent React efektivně aktualizuje pouze dotčené části DOM (Document Object Model) pomocí své vlastní implementace zvané „virtual DOM“ [9].

## 3.4 Git

Jedná se o jeden z nejrozšířenějších verzovacích systémů, který výrazně usnadňuje práci v týmu, řešení záloh evidenci jednotlivých změn. Data mohou přes něj mohou být uložena jak lokálně, tak i na serveru [10]. V této práci byl použit server **GitHub**, který umožňuje správu privátních i věřejných projektů, obsahuje uživatelky přívětivé rozhraní a má i několik dodatečných funkcí navíc, jako jsou například GitHub pages [11].

V této práci je použit verzovací systém zejména kvůli tomu, aby měl vedoucí práce vždy k dispozici aktuální verzi projektu, včetně historie aktivity. Aplikace je také zveřejněna na již zmíněném GitHub Pages, jelikož je tato funkce zdarma a odpadá tak nutnost řešit hosting na jiných službách.

### 3.4.1 GitHub Pages

GitHub Pages slouží pro automatické publikování webových stránek s předpřipravenými či vlastními URL [1]. Vzhledem k použití frameworku je však nutné aplikaci nejdříve sestavit, a pak až následně publikovat. Aplikace se publikuje do vlastní větve v repozitáři projektu, takže nemusí být součástí zdrojových kódů.

# Kapitola 4

# Implementace

Tato kapitola obsahuje již konkrétní popis implementace aplikace, její návrh a je zde popsáno i UI, včetně UX. Samotná aplikace je psána celá v jednom React.js projektu a obsahuje již zmíněné technologie z kapitoly 3.

## 4.1 Implementace strojů

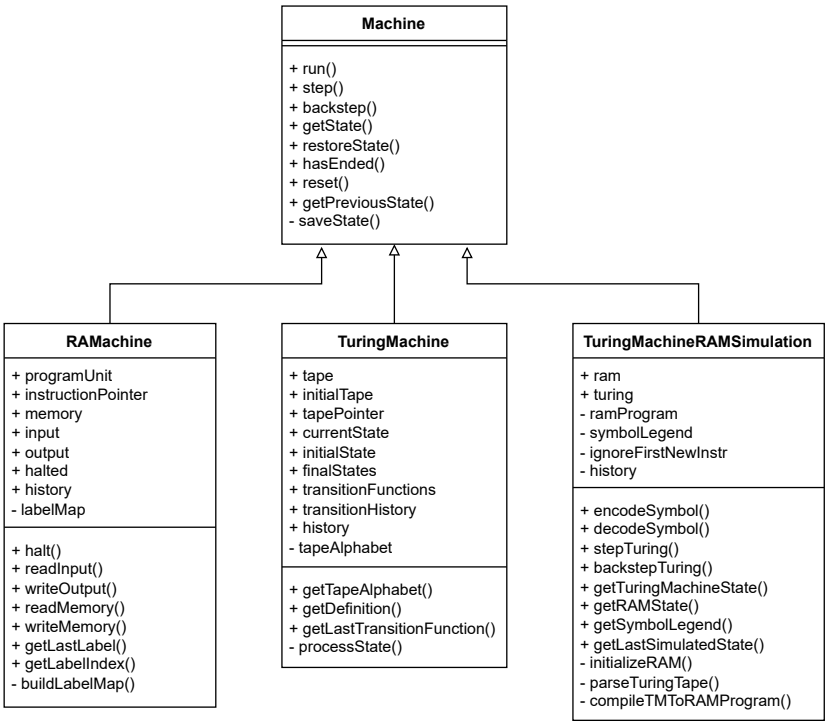
Aplikace obsahuje dohromady tři stroje, kdy samotná simulace je brána jako samostatný stroj. Zbylé dva stroje jsou tedy Turingův stroj a RAM stroj.

Všechny stroje jsou reprezentovany ve formě třídy a dědí třídu `Machine`, která definuje různé sjednocené operace pro všechny stroje, jako je například funkce `reset`, `backstep` a nebo `restoreState`. Všechny stroje si evidují historii kroků z důvodu jednoduchého krokování zpět. Toto chování však není vynucené třídou `Machine`, ta pouze vyžaduje, aby všechny stroje podporovaly nějakou formu krokování. Třídní diagram strojů je zobrazen na obrázku 4.1.

Turingův stroj je implementován s oboustranně nekonečnou pásku a vyžaduje u všech stavů předponou $q$. Stroj také obsahuje mnoho kontrol parametrů před samotným definováním, nelze tedy například nadefinovat stroj, který obsahuje na pásce symboly mimo definovanou abecedu.

Pokud nastane v kterémkoli stroji chyba, dojde k vyvolání vlastní sjednocené chyby `MachineError`, která dědí ze zabudované třídy `Error`, takže ji lze odchytit shodně jako ostatní chyby přes `try/catch` syntaxi. Třída obsahuje navíc informaci o tom, jaký stroj danou chybu vyhodil. To je výhoda například pro stroj simulace, kde pak můžeme zjistit přímo ve kterém konkrétním stroji chyba nastala.

Třída RAM stroje navíc obsahuje jednoduché rozhraní pro komunikaci s pamětí a páskou, díky kterému je pak požné definovat jednotlivé instrukce. Všechny tyto instrukce implementují z rozhraní `Instruction`. Příklad implementace instrukce `WriteOutput` je zobrazen v kódě 4.1. Každá instrukce má také parametr `options`, díky kterému můžeme přiřadit instrukci návěští nebo popisek, přes který lze nastavit různé „body synchronizace“, které se využívají například při simulaci popsané v další sekci.




Obrázek 4.1: Class diagram implementovaných strojů

```
class WriteOutput implements Instruction {
   options?: InstructionOption;
   private operandFrom: Operand;
   constructor(operandFrom: Operand, options?: InstructionOption) {
      this.operandFrom = operandFrom;
      this.options = options;
   }
   execute(machine: RAMachine): void {
      const value = resolveOperand(machine, this.operandFrom); // Operand muze
          byt konstanta nebo registr.
      machine.writeOutput(value); // Jedna z funkci rozhrani RAM stroje.
   }
   asComponent(): JSX.Element {
      return <span>WRITE({operandToJSX(this.operandFrom)})</span>; // Slouzi pro
          formatovany vypis dane instrukce.
   }
}
```

Listing 4.1: Ukázka kódu instrukce `WriteOutput`

## 4.2 Průběh simulace

Pro inicializaci stroje pro simulaci je nutné mít konkrétní instanci existujícího Turingova stroje. Jednotlivé kroky inicializace jsou následující:

1. Vytvoření slovníku podle postupu ze sekce 2.3.
2. Kompilace kódu stroje RAM podle přechodových funkcí Turingova stroje. Jednotlivé kroky kompilace jsou následující:
   (a) Načtení vstupní pásky do paměti. Za poslední buňku se vloží číslo $-1$ pro ukončení načítání,
   (b) inicializace řídících buněk paměti, sloužící pro běh simulace,
   (c) překlad kódu podle algoritmu ze sekce 2.3,
   (d) výpis paměti na výstupní pásku.
3. Dojde k enkódování Turingovy pásky podle již vytvořeného slovníku a její nahrání na vstupní pásku RAM stroje.
4. Vytvoření instance samotného RAM stroje.

Vstupní Turingův stroj může mít oboustranně nekonečnou pásku, ale simulovaný RAM stroj však simuluje pouze jednodstranně nekonečné pásky. Kvůli tomu obsahuje RAM stroj navíc podmínky na ošetření, zda páskou nepřesahuje meze. Pokud ano, simulace se zastaví a stroj vyhodí příslušnou chybu.

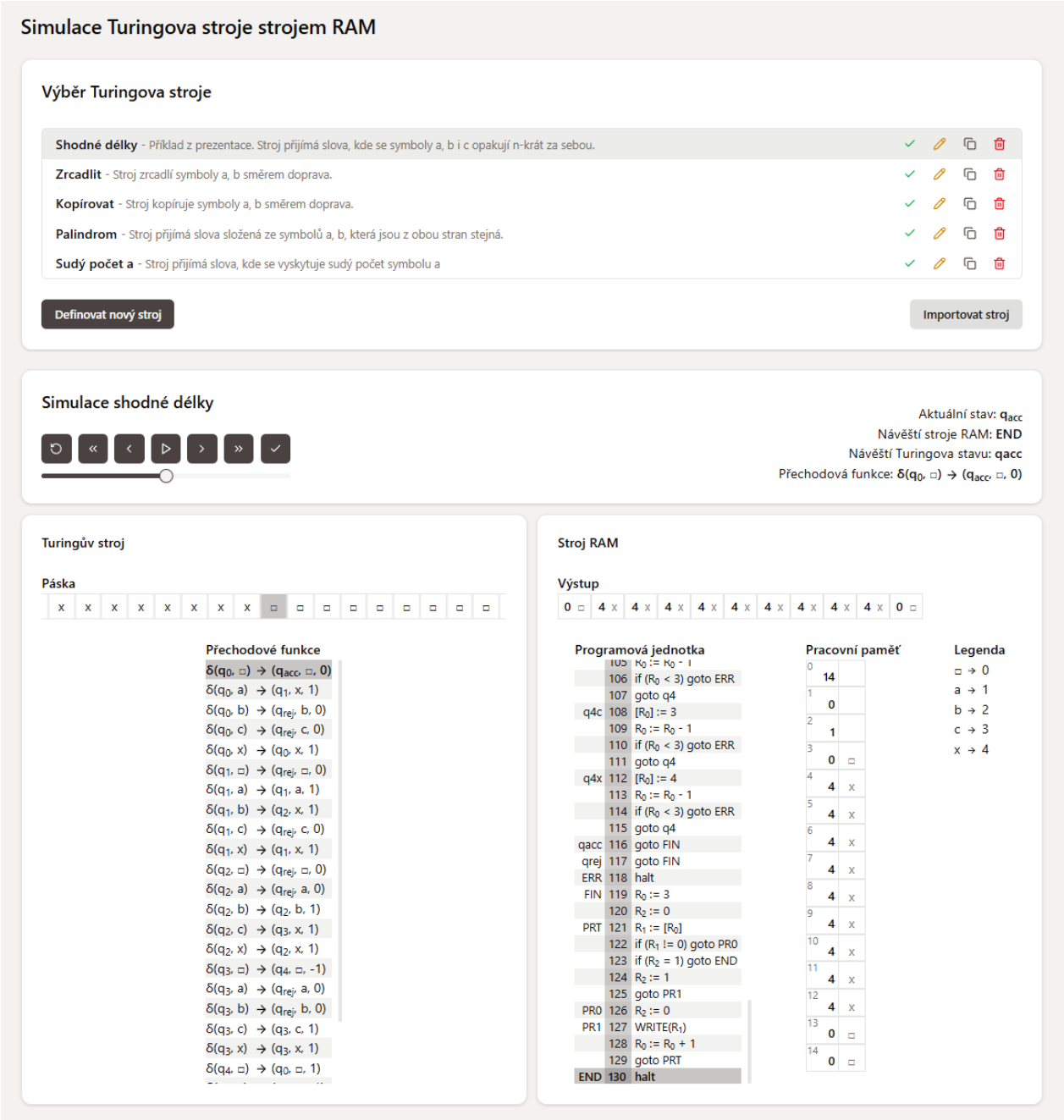
V paměti stroje RAM jsou první 3 buňky alokovány pro správu stroje a zbytek je určen pro obsah pásky. První buňky slouží při běhu simulace k následujícím účelům:

- První buňka odkazuje na aktuální pozici na pásce,
- druhá slouží, během části rozřazování (z algoritmu v sekci 2.3), k uchování hodnoty aktuální buňky,
- třetí buňka není během simulace využita. Použita je pouze při výpisu výsledného stavu na výstupní pásku.

Ze vstupní pásky je monžé načíst libovolný počet □ symbolů, avšak při výpisu nesmí být více než 2 prázdné znaky za sebou, tímto se výpis ukončí. Běžně by se výspup ukončil již po prvním prázdném znaku, ale v tomto případě podpory prázdných znaků jej lze použít jako levé „zarážedlo“ pásky.

## 4.3 Uživatelské rozhraní

Uživatelské rozhraní tvoří jedna responzivní stránka, která je rozdělena do dvou částí. V první části si uživatel zvolí stroj k simulaci a ve druhé části již může daný stroj simulovat a sledovat jeho průběh. Vzhled stránky je vyzobrazen na obrázku 4.2.




Obrázek 4.2: Uživatelské rozhraní aplikace

První část také obsahuje možnost definice vlastního stroje či sdílení a import jiných strojů. Obě možnosti přidání strojů obsahují ošetření vůči nadefinování neplatného stroje.

Průběh simulace ve druhé části je možné krokovat buď podle jednoho kroku Turingova stroje, nebo podle kroku stroje RAM. Dalšími možnostmi krokování jsou ekvivalentní kroky zpět, reset, konec a automatický běh, u kterého je možné si nastavit rychlost. Tlačítko konce je limitováno na 2000 kroků, aby se předešlo zacyklení běhu simulace. To je však možné obejít ručním krokováním nebo automatickým během simulace.

Vedle krokování jsou vypsány různé informace a stavy jednotlivých strojů, kdy po najetí na ně je zobrazen detailnější popis, co která hodnota znamená.

Část simulace Turingova stroje je sestavena z *interaktivní pásky*, kde je aktuální pozice pásky vždy na středu a pásku je také možné na chvíli myší nebo dotykem posunout a nahlédnout tak na momentálně skryté buňky. Další část obsahuje *seznam přechodových funkcí* se zvýrazněnou aktuální funkcí, která zůstane vždy viditelná.

Část simulace RAM stroje obsahuje o poznání více prvků. Jako první je zobrazena *vstupní* nebo *výstupní páska*. Výstupní páska je zobrazená pouze ve fázi zápisu na výstup, jinak je vždy zobrazena páska vstupní. Jednotivé buňky obou pásek obsahují také ekvivaltní znak odpovídající číslu po dekódování. Dalším prvkem je *programová jednotka*, která obsahuje seznam instrukcí, včetně návěští. Shodně jako u přechodových funkcí Turingova stroje je i tady zvýrazněna aktuální instrukce, která zůstane vždy viditelná. Další částí je *pracovní paměť* stroje, kde je od 4. buňky také zobrazen ekvivalentní znak po dekódování. Posledním prvek stroje RAM je *legenda* (slovník).

# Kapitola 5

# Závěr

Touto prací byla vytvořena responzivní webová aplikace simulující Turingův stroj strojem RAM. Pro uživatele obsahuje předpřipravené stroje, které může ihned začít simulovat, nebo si může vytvořit či importovat stroje vlastní.

Celá aplikace je veřejně dostupná přes GitHub Pages a odpadá tak nutnost ji lokálně spouštět na jednotlivých zařízeních.

Práce mi přinesla nové poznatky zejména v oblasti simulace zmíněných strojů, kdy jsem si od základu zkusil navrhnout a naprogramovat jednotlivé stroje včetně simulace. Mezi hlavními možnostmi rozšíření vidím především simulaci více typů Turingových strojů, či naopak simulaci RAM stroje Turingovým strojem. Z technického hlediska si myslím, že není úplně šťastně vyřešen způsob definování nových strojů, kdy je nutné zadat každý údaj do svého políčka a nelze tak tento proces automatizovat. Další možnost rozšíření vidím v přidání lokalizace, se kterou jsem také během vývoje počítal.

# Literatura


1. PAGES, GitHub. *GitHub Pages*. GitHub Pages, 2019. Dostupné také z: `https://pages.github.com/`.
2. GEEKSFORGEEKS. *Turing Machine in TOC*. GeeksforGeeks, 2016-05. Dostupné také z: `https://www.geeksforgeeks.org/turing-machine-in-toc/`.
3. SAWA, Zdeněk. *Teoretická informatika* [online]. [B.r.]. [cit. 2025-05-22]. Dostupné z: `https://www.cs.vsb.cz/sawa/ti/slides/ti-slides-01.pdf`.
4. BRAY, T. The JavaScript Object Notation (JSON) Data Interchange Format. *www.rfc-editor.org*. 2017-12. Dostupné z DOI: `10.17487/RFC8259`.
5. W3SCHOOLS. *TypeScript Introduction*. www.w3schools.com, [b.r.]. Dostupné také z: `https://www.w3schools.com/typescript/typescript_intro.php`.
6. MOZILLA. *Window.localStorage*. MDN Web Docs, 2019-03. Dostupné také z: `https://developer.mozilla.org/en-US/docs/Web/API/Window/localStorage`.
7. SHADCN. *Introduction*. ui.shadcn.com, [b.r.]. Dostupné také z: `https://ui.shadcn.com/docs`.
8. TAILWINDCSS. *Tailwind CSS - Rapidly Build Modern Websites without Ever Leaving Your HTML*. tailwindcss.com, [b.r.]. Dostupné také z: `https://tailwindcss.com/`.
9. MOZILLA. *Getting started with React - Learn web development | MDN*. MDN Web Docs, 2024-12. Dostupné také z: `https://developer.mozilla.org/en-US/docs/Learn_web_development/Core/Frameworks_libraries/React_getting_started`.
10. GIT. *Git*. Git-scm.com, 2024. Dostupné také z: `https://git-scm.com/`.
11. GITHUB. *GitHub*. GitHub, 2025. Dostupné také z: `https://github.com/`.