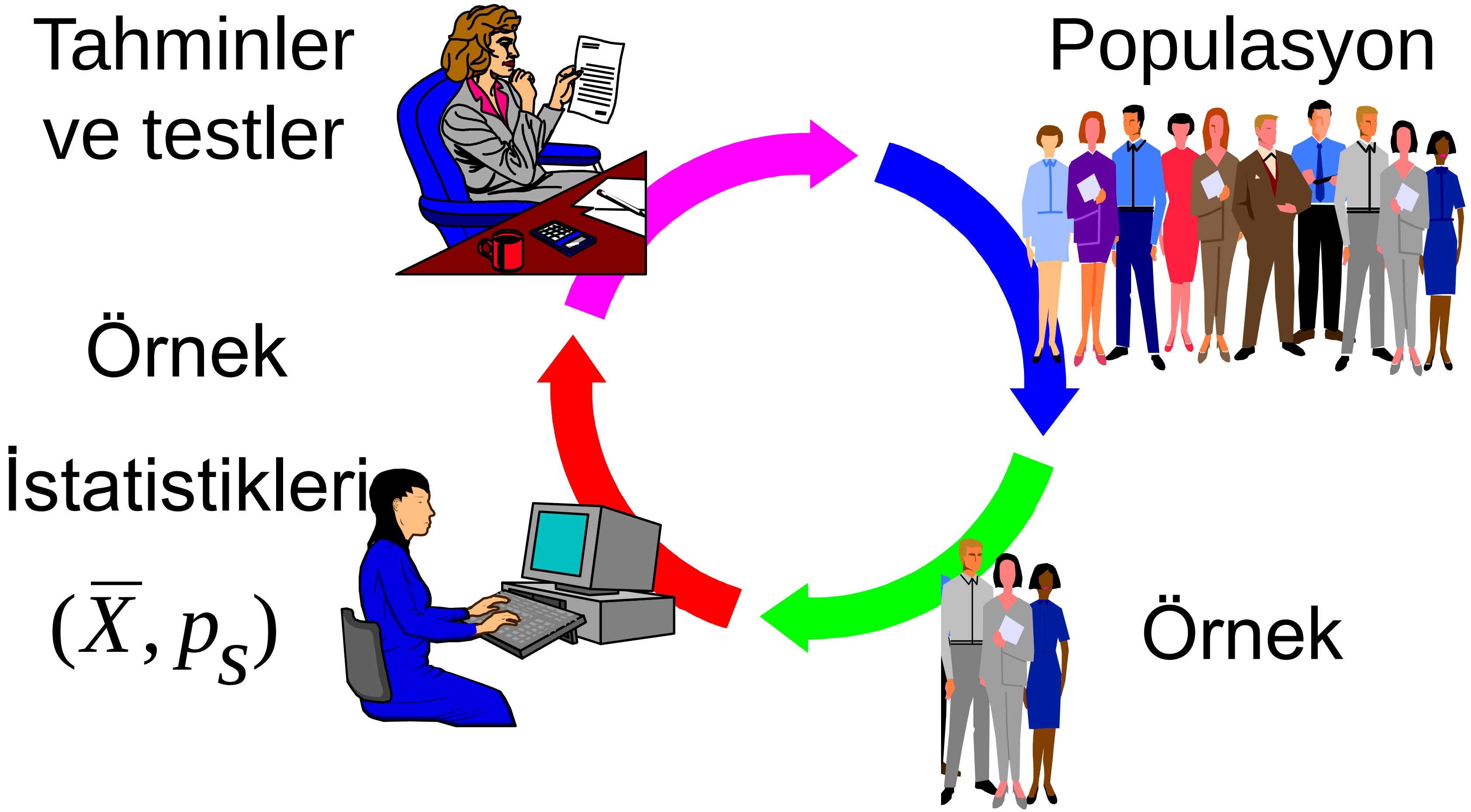
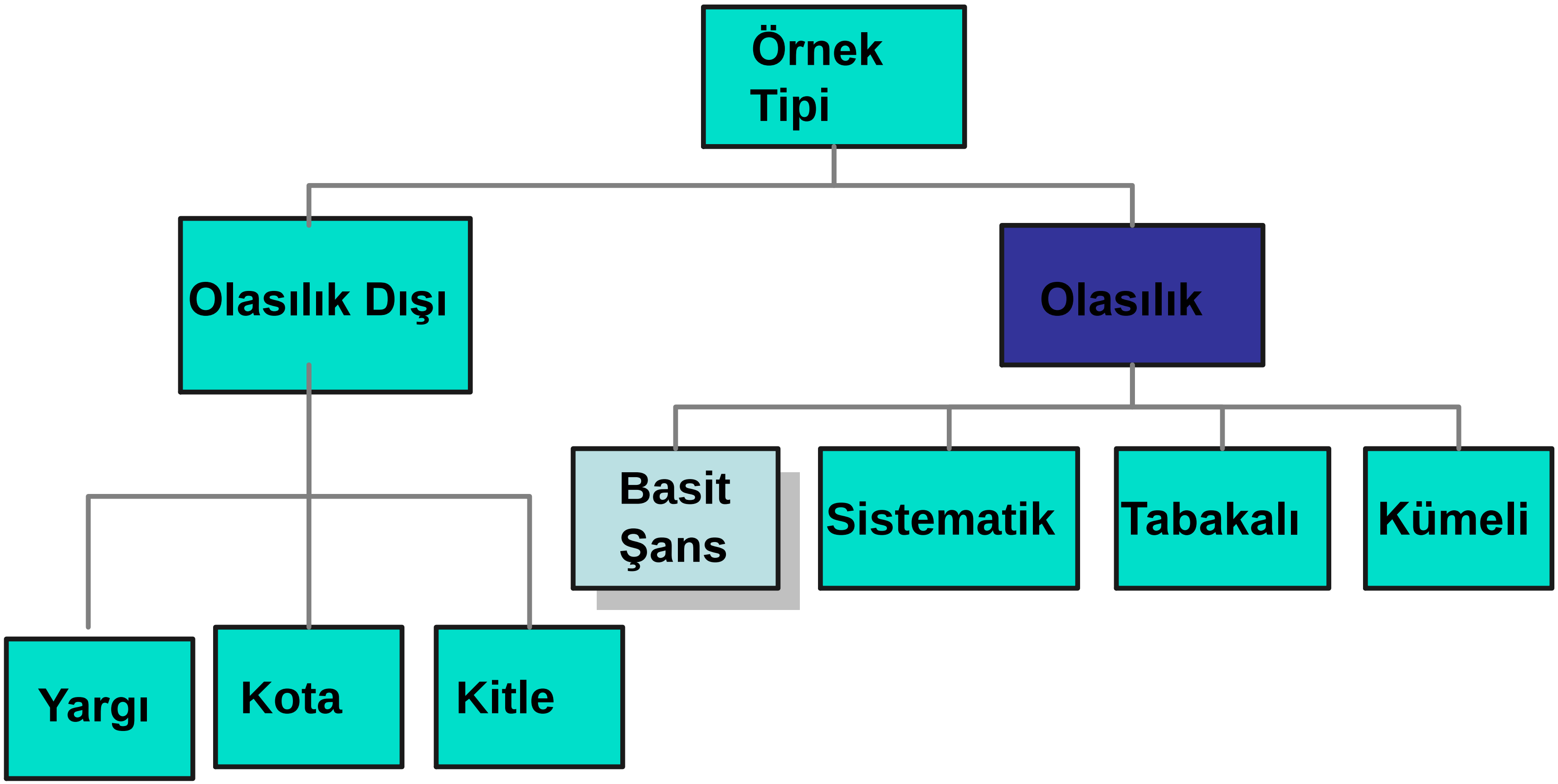
ÖRNEKLEME TEORİSİ VE TAHMİN TEORİSİ

Yorumlama süreci



Örnek Tipleri



Niçin Örnek?

Anakütle parametrelerinin örnek değerleri(örnek istatistikleri) yardımıyla tahmin edilmesine imkan sağlamak modern istatistiğin önemli bir görevidir.

Anakütlenin tamamı incelenmez.

Anakütleden bir şans örneği alınır.

Elde edilen örnek değerlerinin anakütle parametresi yerine kullanılması için iki şart vardır:

a. Örnek şans örneği olmalı. Anakütledeki her birimin örneğe girme şansı eşit olmalı

b. Örnek yeterince büyük olmalı

Örnekleme;

İadeli örnekleme:Çekilen birimin anakütleye tekrar iade edilmesidir.

İadesiz örnekleme:Çekilen birim anakütleye iade edilmez.

Bir anakütleden alınan şans örneklerinin her birisi için örnek istatistikleri hesaplandığında örnekleme dağılımları ortaya çıkar:

Bir örneğin ortalaması hesaplanmışsa elde edilen $\overline{X}_i$

dağılımı **ortalamaların örnekleme dağılımı**,

Her örnek için p oranları hesaplandığında **oranların örnek dağılımı** elde edilir.

İki ayrı anakütlenin karşılaştırılması yapılıyorsa farklarla ilgili örnekleme dağılımı ortaya çıkar:

Her iki anakütleden alınan n_A ve n_B büyüklüğündeki örneklerin ortalamaları hesaplanmış ve bu $\overline{X}_A$ ve $\overline{X}_B$

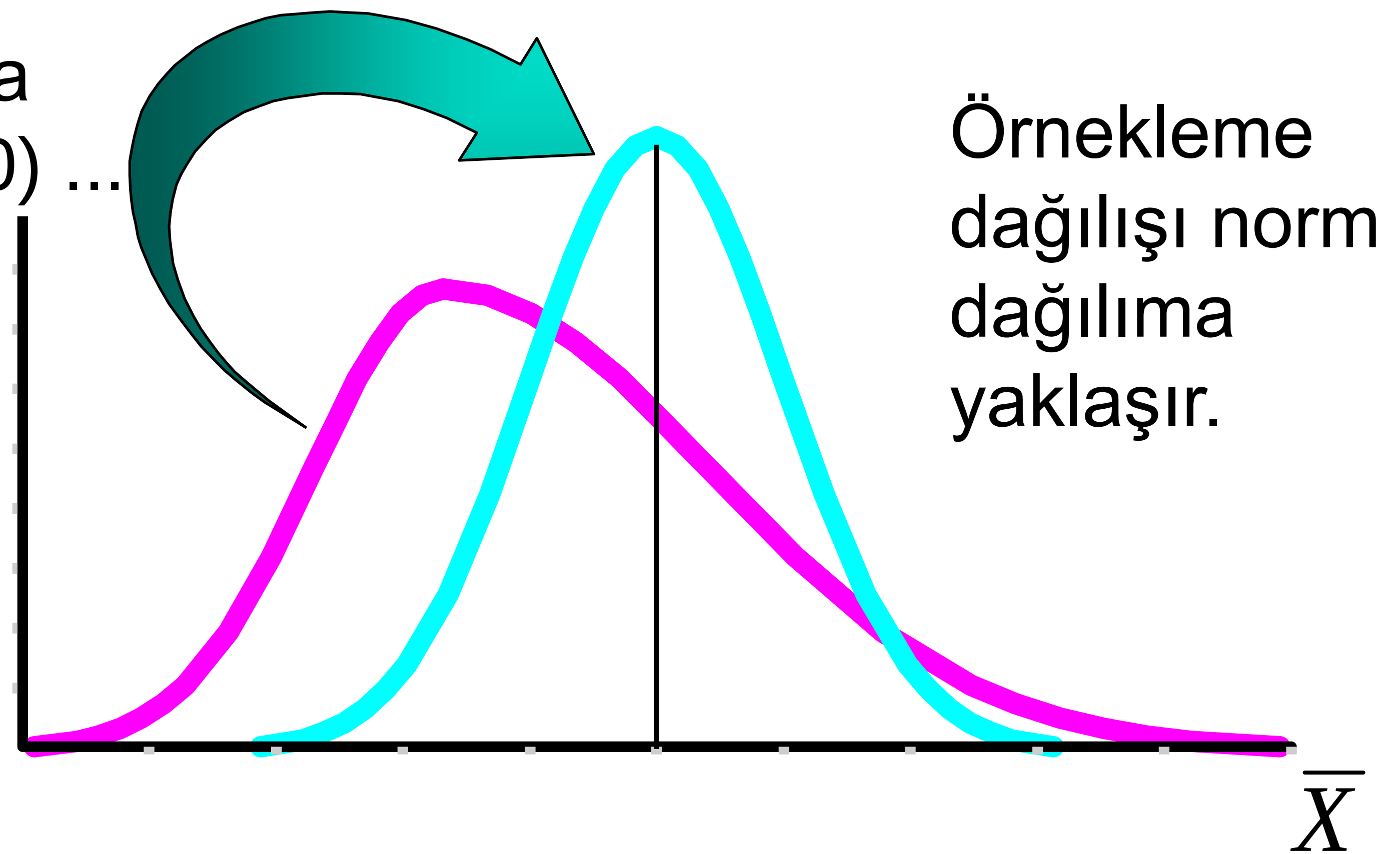
değerleri arasındaki farklar belirlenmişse elde edilen dağılım **ortalamalar arası farkların örnekleme dağılımıdır**.

Anakütlelerden alınan örnekler için oranlar hesaplanmış ve bu oranların anakütleler itibariyle gösterdikleri farklılıklar ortaya konulmuşsa elde edilen dağılım **oranlar arası farkların örnekleme dağılımıdır.**

- Bir populasyon parametresini tahminlemek için şans değişkenleri kullanılır:
- Örnek ortalaması, örnek oranı, örnek medyanı…

Merkezi Limit Teoremi

Örnek hacmi arttıkça ($n \geq 30$) ...



Örnekleme dağılışı normal dağılıma yaklaşır.

ORTALAMALARIN ÖRNEKLEME DAĞILIMI

Ortalamaların örnekleme dağılımı anakütle ortalamasının iyi bir tahmincisidir.

Her biri n hacimli çok sayıda örneğe ait ortalamaların gösterdiği dağımın değişkenliği tek örneğin değişkenliğinden daha azdır.

Standart sapma bir örneğin değişkenliği hakkında bilgi verirken ,

Ortalamaların örnekleme dağılımının değişkenliği standart hatayla gösterilir.

Aşırı değerlerin etkisinin önemli ölçüde yok edilmesi, ortalamaların örnekleme dağılımının değişkneliğini azaltıcı bir faktördür.

Ana kütle standart sapması bilindiğinde standart hata

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}$$

eşitliğiyle hesaplanır. Standart z değerleri

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_X}$$

formulüyle hesaplanır. Ortalamaların örnekleme dağılımında

$X \rightarrow \overline{X}$ $\mu_X \rightarrow \mu_{\overline{X}}$ $\sigma_x \rightarrow \sigma_{\overline{x}}$ yerini alır.

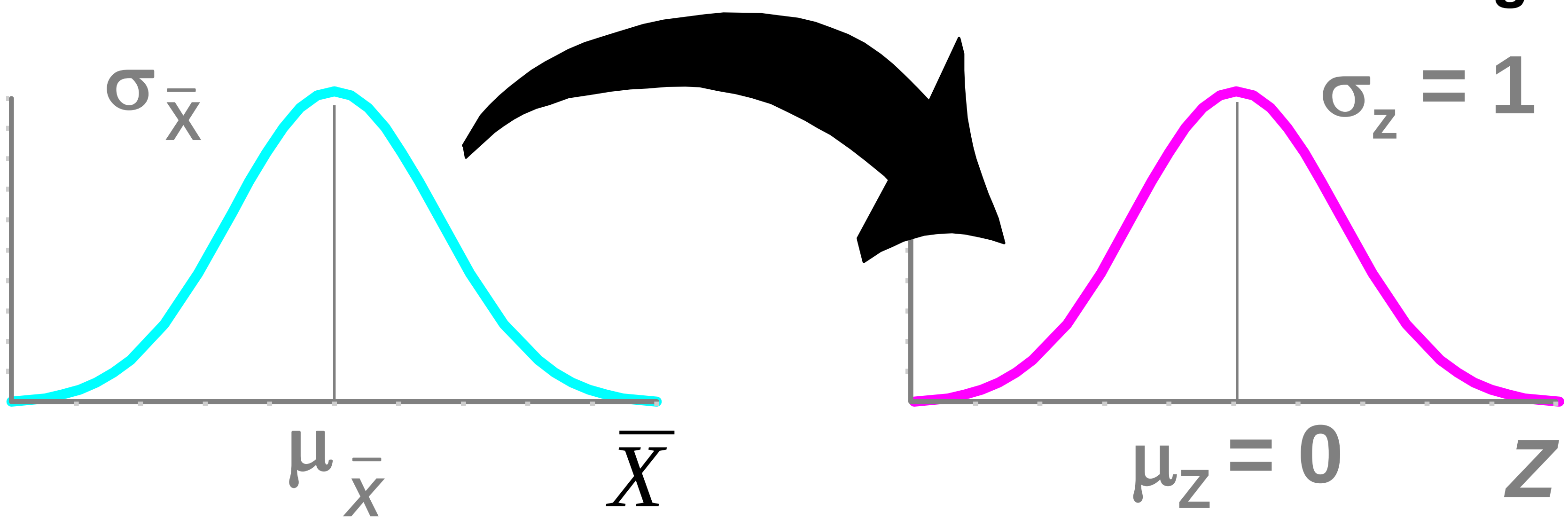
Herhangi bir $\bar{X}$ değerinin standart Z değerine dönüştürmesinde

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_x} \longrightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}}$$

eşitliği kullanılır.

Örnekleme dağılımı

Standart normal dağılım



Normal populasyondan örnekleme

- **Merkezi eğilim**

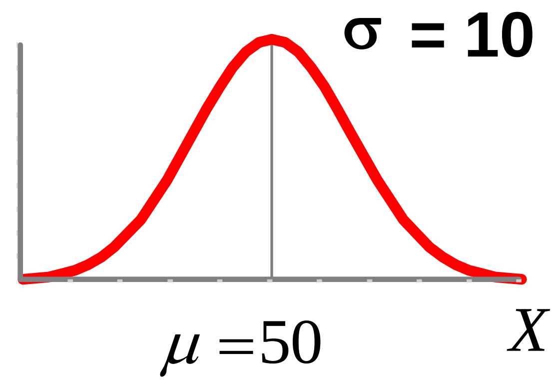
$$\mu_{\overline{X}} = \mu$$

- **Yayılım**

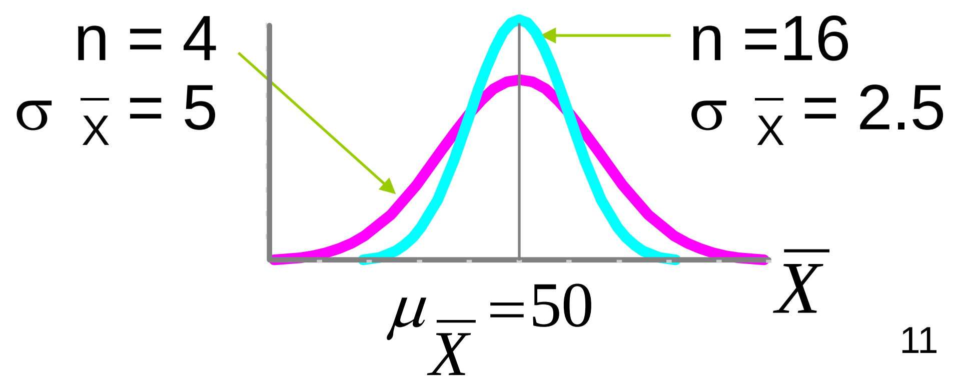
$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

  – yerine koyarak örnekleme

Populasyon dağılımı



Örnekleme dağılımı



Alıştırma

- Türk telekomda çalışan bir operatörsünüz. Uzun mesafeli telefon görüşmeleri **μ = 8 dk**. & **σ = 2 dk**. İle normal dağılmakta. Eğer 25 aramalık örnekler seçerseniz örnek ortalamalarının % kaçı **7.8** & **8.2** dk. arasında olacaktır?

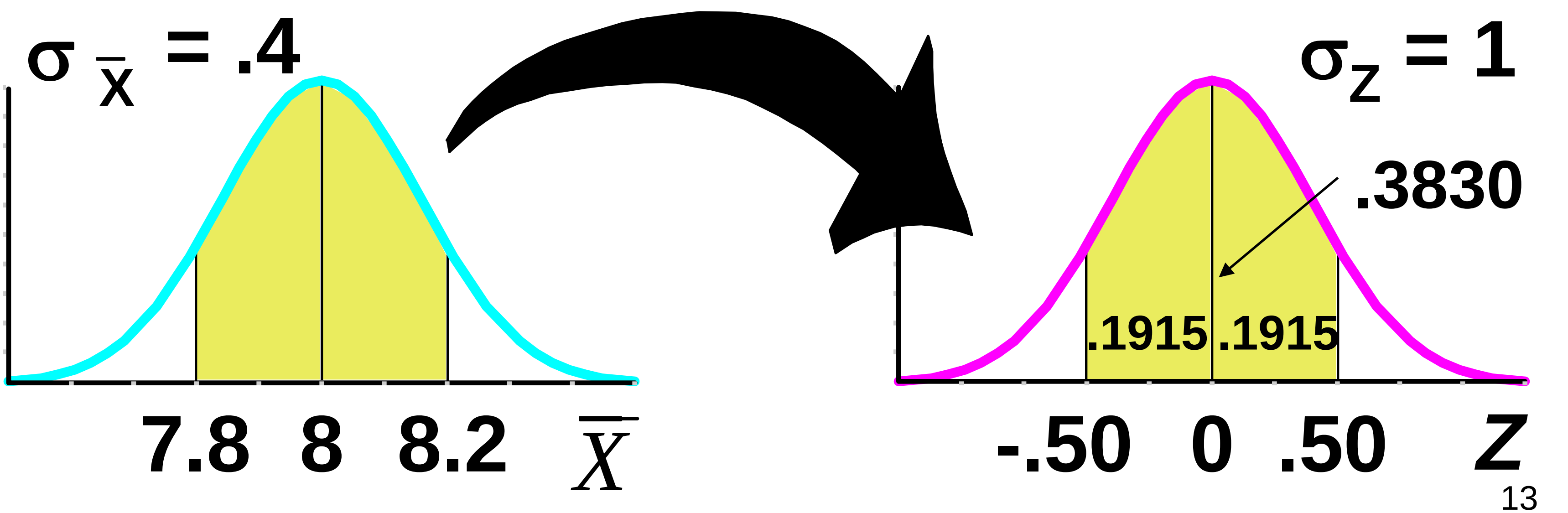
Çözüm

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{7.8 - 8}{2 / \sqrt{25}} = -.50$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{8.2 - 8}{2 / \sqrt{25}} = .50$$

Örnekleme dağılımı

Standart normal dağılım



ORANLARIN ÖRNEKLEME DAĞILIMI

Oranların örnek dağılımının ortalaması anakütle oranına eşittir.

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \qquad Z = \frac{p-P}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}}$$

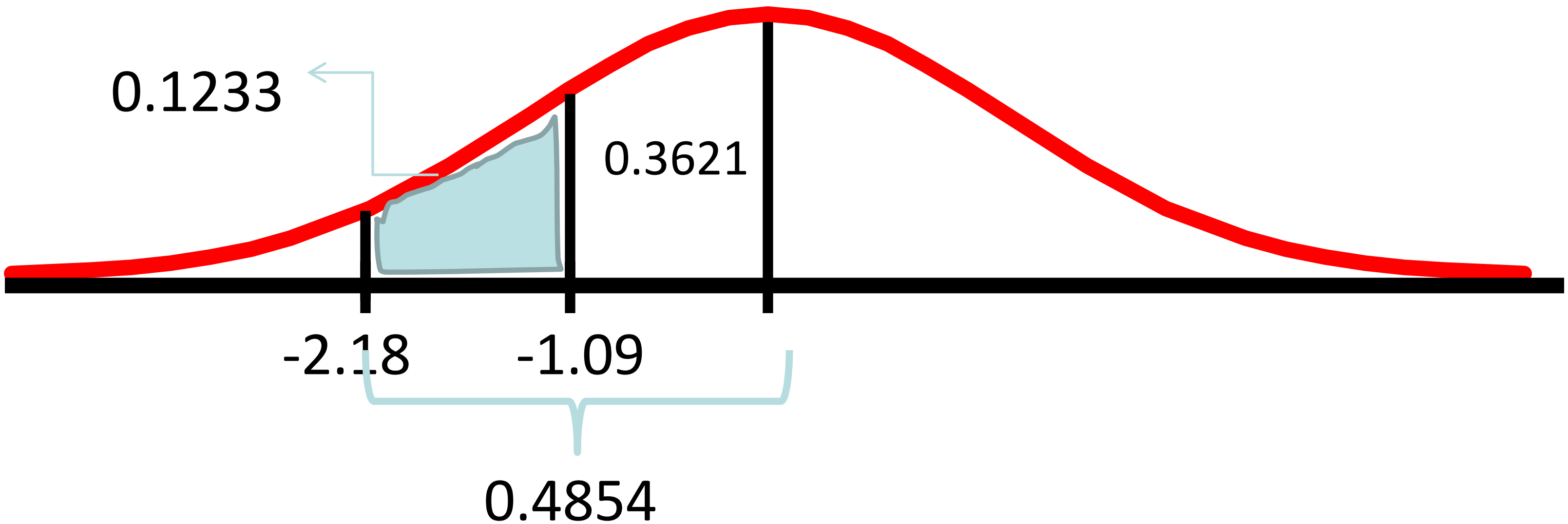
ÖRNEK: Büyük bir alışveriş merkezinde 15000 YTL'den fazla alışveriş yapan müşterilerin %30'unun kredi kartı kullandığı tespit edilmiştir. 15000 YTL'den fazla alışveriş yapan 100 müşteri için oranların örneklem dağılımının standart hatası nedir?

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} = \sqrt{\frac{0.30(1-0.30)}{100}} = 0.0458$$

ORANLARIN ÖRNEKLEME DAĞILIMI

Aynı örnek için 15000 YTL'den fazla alışveriş yapan 100 müşteriden %20 ile %25'inin kredi kartı kullanması ihtimalini hesaplayınız.

$$Z_1 = \frac{p_1 - P}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}} = \frac{0.20 - 0.30}{\sqrt{\frac{0.30(1-0.30)}{100}}} = -2.18 \qquad Z_2 = \frac{p_2 - P}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}} = \frac{0.25 - 0.30}{\sqrt{\frac{0.30(1-0.30)}{100}}} = -1.09$$



$$P(0.20 \leq P \leq 0.25) = P(-2.18 \leq Z \leq -1.09) = 0.4854 - 0.3621$$

$$P(0.20 \leq P \leq 0.25) = 0.1233$$

ORTALAMALAR ARASI FARKLARIN ÖRNEKLEME DAĞILIMI

Ortalamalar arası farkın örnek dağılımının ortalaması $\mu_1 - \mu_2$ ve standart hatası da σ_1 - σ_2 ile gösterilir.

$$\sigma_{\bar{X}_1-\bar{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$Z = \frac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

ORTALAMALAR ARASI FARKLARIN ÖRNEKLEME DAĞILIMI

Örnek: İki farklı un fabrikasında paketlenen standart 1 kg'lık un paketleri test edilmiş ve birinci fabrikadan alınan 100 paketin ortalaması 1.03 kg, standart sapması 0.04kg; ikinci fabrikadan alınan 120 paketin ortalaması 0.99 kg, standart sapması 0.05 kg bulunmuştur. Anakütle standart sapmaları bilinmediği için örnek standart sapmalarından hareketle ortalamalar arası farkın standart hatası,

$$\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}$$

$$=\sqrt{\frac{(0.04)^2}{100}+\frac{(0.05)^2}{120}}$$

$$= 0.006$$

ORANLAR ARASI FARKLARIN ÖRNEKLEME DAĞILIMI

Oranlar arası farkın örnek dağılımının ortalaması $P_1 – P_2$ ve standart hatası da σ_1 - σ_2 ile gösterilir.

$$\sigma_{P_1 - P_2} = \sqrt{\frac{P_1(1-P_1)}{n_1} + \frac{P_2(1-P_2)}{n_2}}$$

$$Z = \frac{(p_1 - p_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{P_1(1-P_1)}{n_1} + \frac{P_2(1-P_2)}{n_2}}}$$

ORANLAR ARASI FARKLARIN ÖRNEKLEME DAĞILIMI

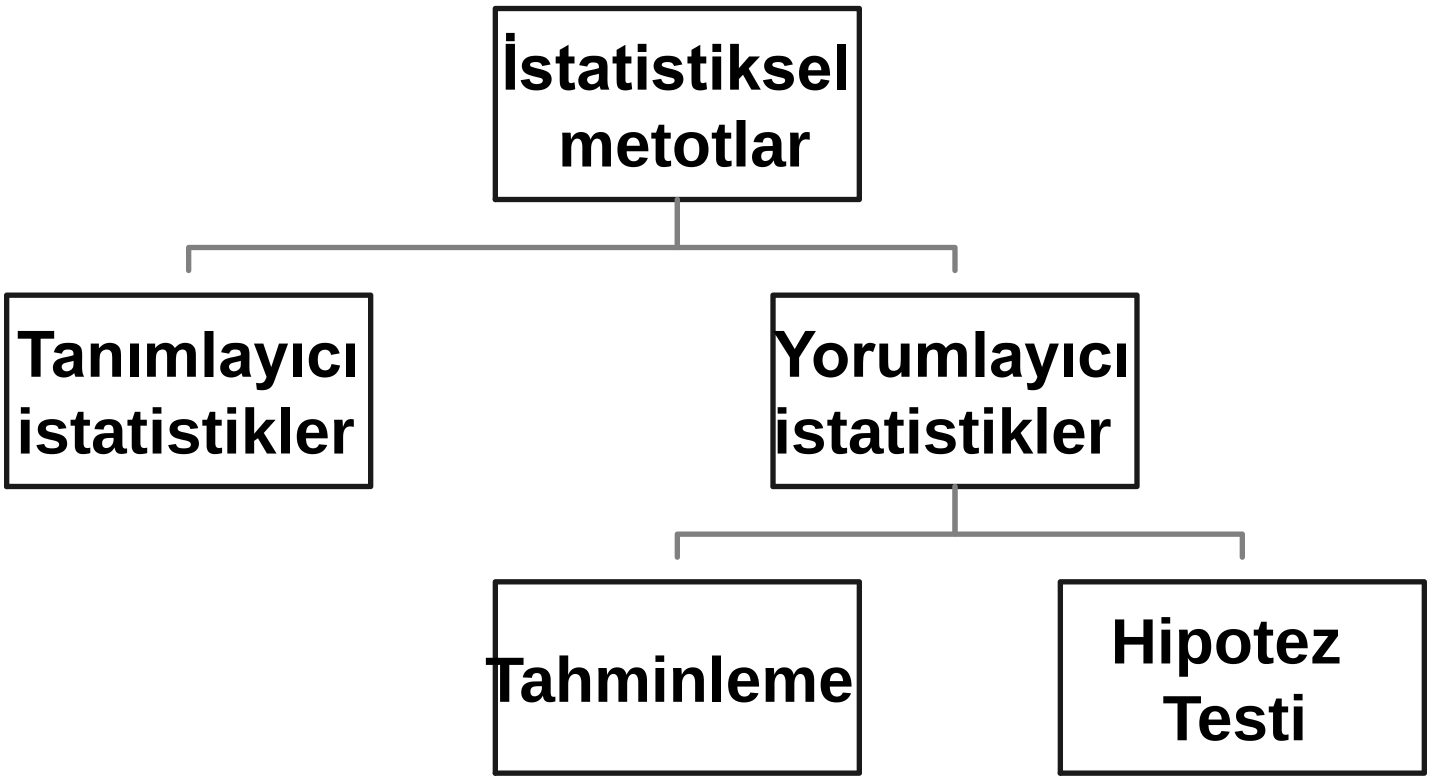
Örnek: Birinci fabrikadaki kusurlu mamul oranının 0.08 ve ikinci fabrikadaki kusurlu mamul oranının 0.05 olduğu bilinmektedir. Tesadüfi olarak birinci fabrikadan 100, ikinci fabrikadan 150 mamul seçilmiş ve birinci örnekteki kusurlu mamul oranı 0.09, ikinci örnekteki kusurlu mamul oranı 0.06 olarak gözlenmiştir. Buna göre kusur oranları arasındaki farkın standart hatası:

$$\sigma_{P_1 - P_2} = \sqrt{\frac{P_1(1-P_1)}{n_1} + \frac{P_2(1-P_2)}{n_2}}$$

$$\sigma_{P_1 - P_2} = \sqrt{\frac{0.08(0.92)}{100} + \frac{0.05(0.95)}{150}}$$

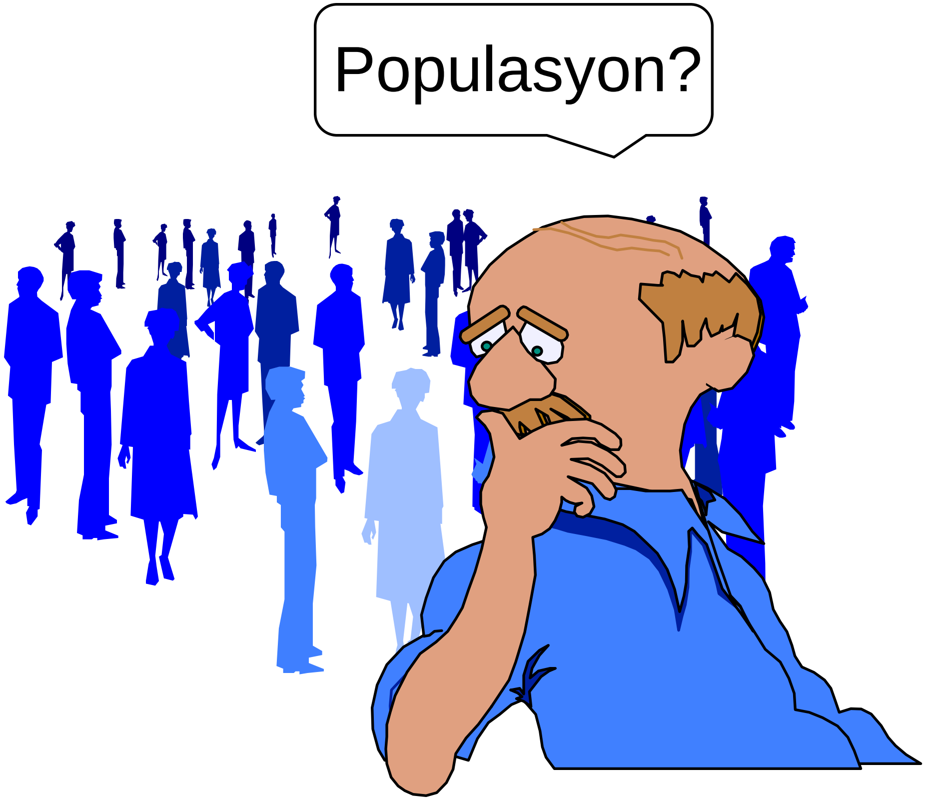
$$\sigma_{P_1 - P_2} = 0.0324$$

İstatistiksel metotlar

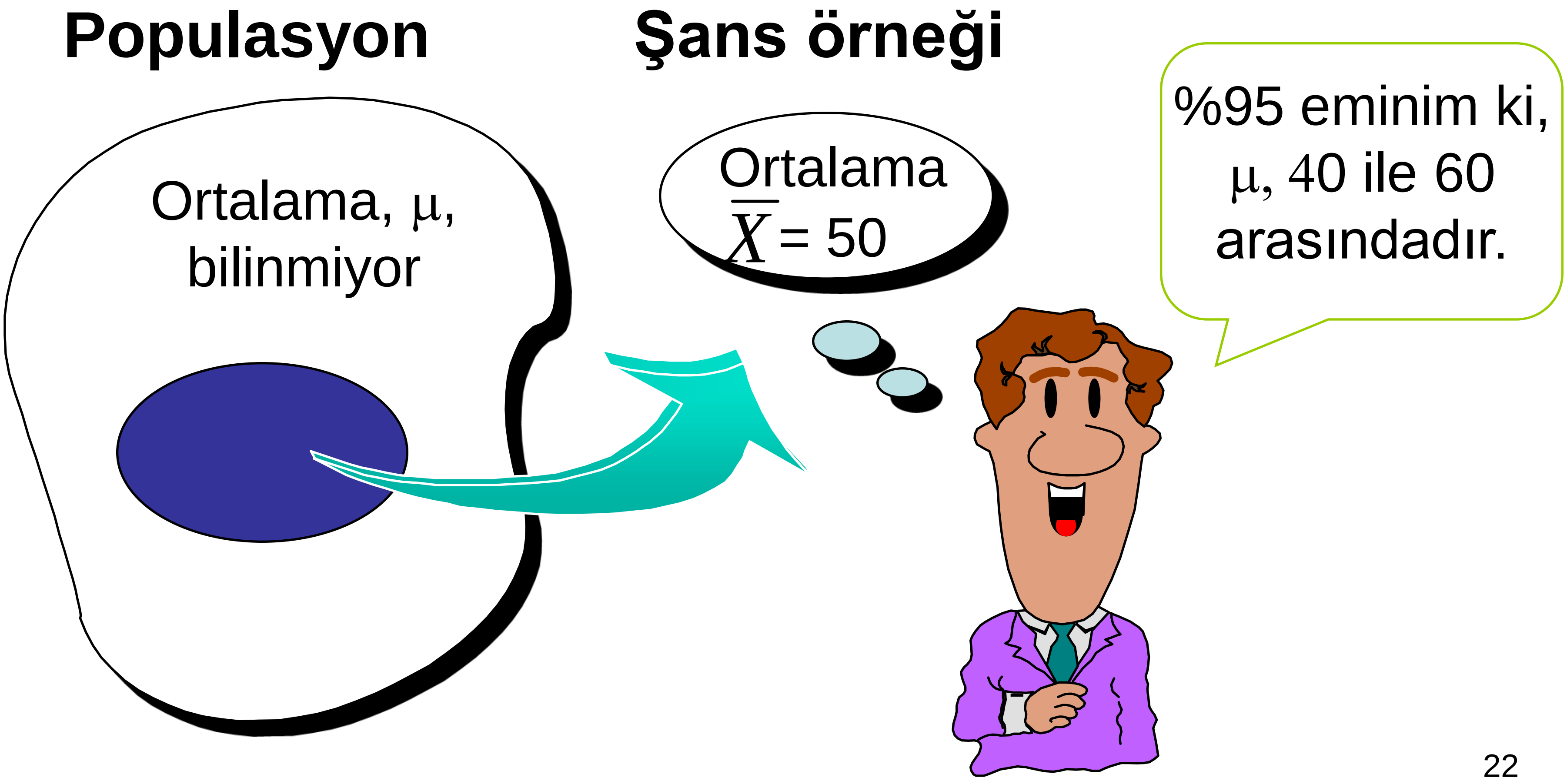


Yorumlayıcı İstatistikler

- Aralık tahminleme ve hipotez testlerini içerir.
- Amacı populasyon karakteristikleri hakkında karar vermektir.



Tahmin süreci

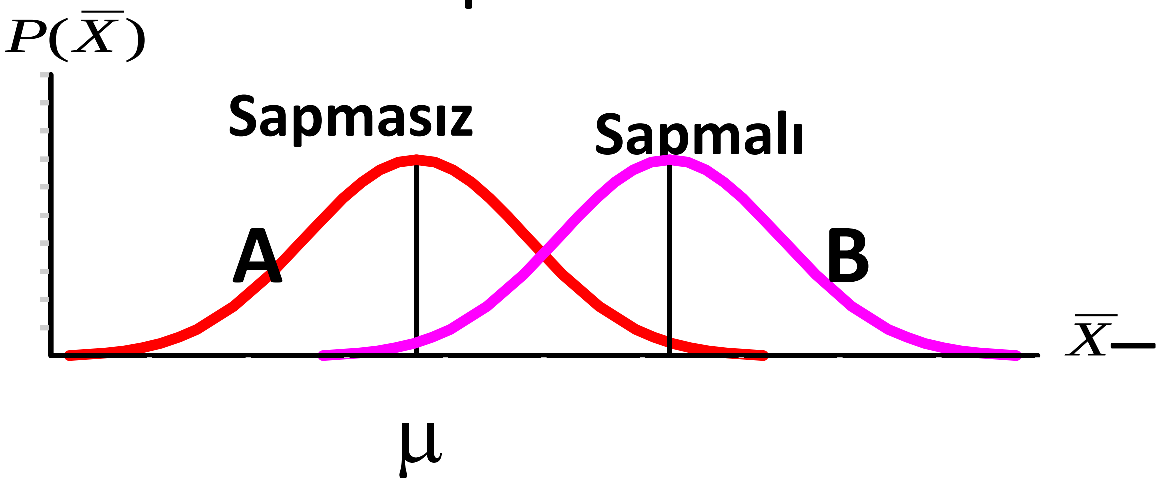


Bilinmeyen populasyon parametreleri tahminlenir...

	Populasyon parametresini	Örnek istatistiğiyle Tahminle!
Ortalama	μ	$\bar{X}$
Oran	P	p
Varyans	σ^2	s^2
Farklar	$\mu_1 - \mu_2$	$\bar{X}_1 - \bar{X}_2$

Tahminleyicilerin Özellikleri

1. Sapmasızlık

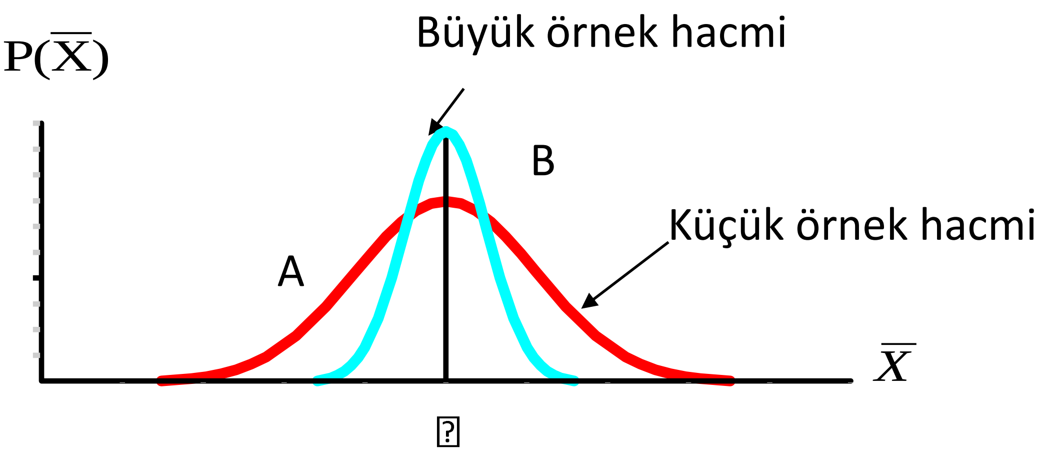


N birimlik aynı anakütleden farklı sayıda örneklem seçilebileceği için tahmin edicinin değeri de seçilen örnekleme göre değişmektedir. Bu durumda örneklem sayısı kadar elde edilen tahmin edici, bir rassal değişken olup, ortalaması ve varyansı olan bir olasılık dağılımına sahiptir. Bu dağılımın beklenen değerinin anakütle parametresine eşit olmasına, diğer bir ifadeyle bir istatistiğin beklenen değeri ile bilinmeyen anakütle parametresi arasındaki farkın sıfıra eşit olmasına *"sapmasızlık"* denir.

$$\mathrm{E}(\overline{\mathrm{X}}) = \mu \Rightarrow \mathrm{E}(\overline{\mathrm{X}}) - \mu = 0$$

Tahminleyicilerin Özellikleri

2. Tutarlılık (Kararlılık)

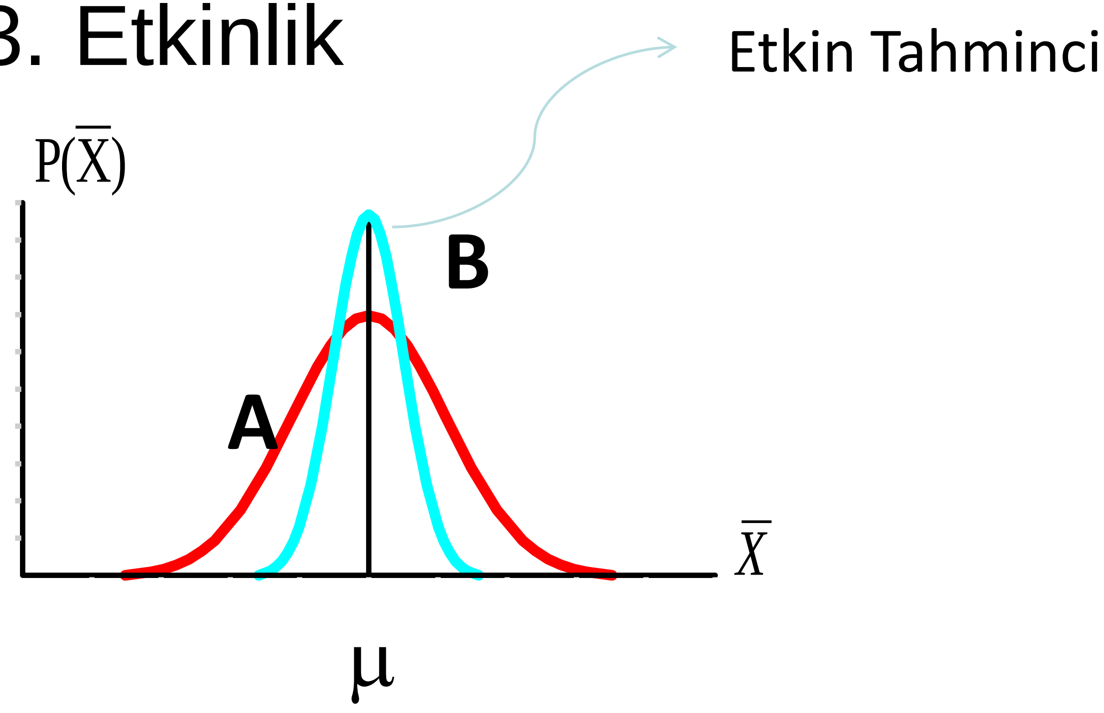


Örneklemdeki birim sayısı sonsuza doğru arttırıldığında, tahmin edicinin değerinin anakütle değerine yaklaşması ve n=N olması durumunda aralarındaki farkın sıfıra inmesi özelliğine ***<u>“tutarlılık”</u>*** denir.

$$\lim_{n\to\infty} P = \left(\left|\theta - \overline{\theta}\right| < \varepsilon\right) = 1$$ ⇨ $\hat{\theta}$, θ’nın tutarlı tahmincisidir.

Tahminleyicilerin Özellikleri

3. Etkinlik



Birden fazla sapmasız ve tutarlı tahminci olması durumunda, bir tahmincinin varyansının, aynı anakütle parametresinin başka bir tahmincisinin varyansından daha küçük olması durumunda elde edilen tahmincilere ***<u>“etkin”</u>*** tahminci adı verilmektedir.

İstatistiksel Tahminleme

Nokta Tahmini

Populasyon parametresinin tek bir tahmin değerini verir

$$\overline{X} = \hat{\mu}$$

$$s = \hat{\sigma}$$

$$p = \hat{P}$$

Aralık Tahmini

Populasyon parametresinin tahmin aralığını verir. Nokta tahmini kullanılarak hesaplanır.

$$20 \leq \mu \leq 60$$

$$2.5 \leq \sigma^2 \leq 3.4$$

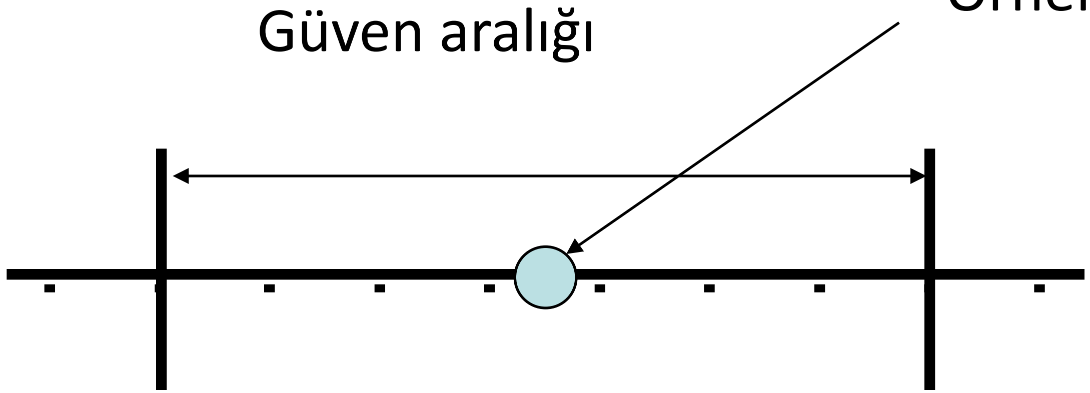
$$0.25 \leq P \leq .035$$

Güven Aralığı Tahmini

- Bir değer aralığı verir.
- Populasyon parametresine yakınlık hakkında bilgi verir.
- Olasılık terimleriyle ifade edilir.

Güven Aralığı Tahmininin Elemanları

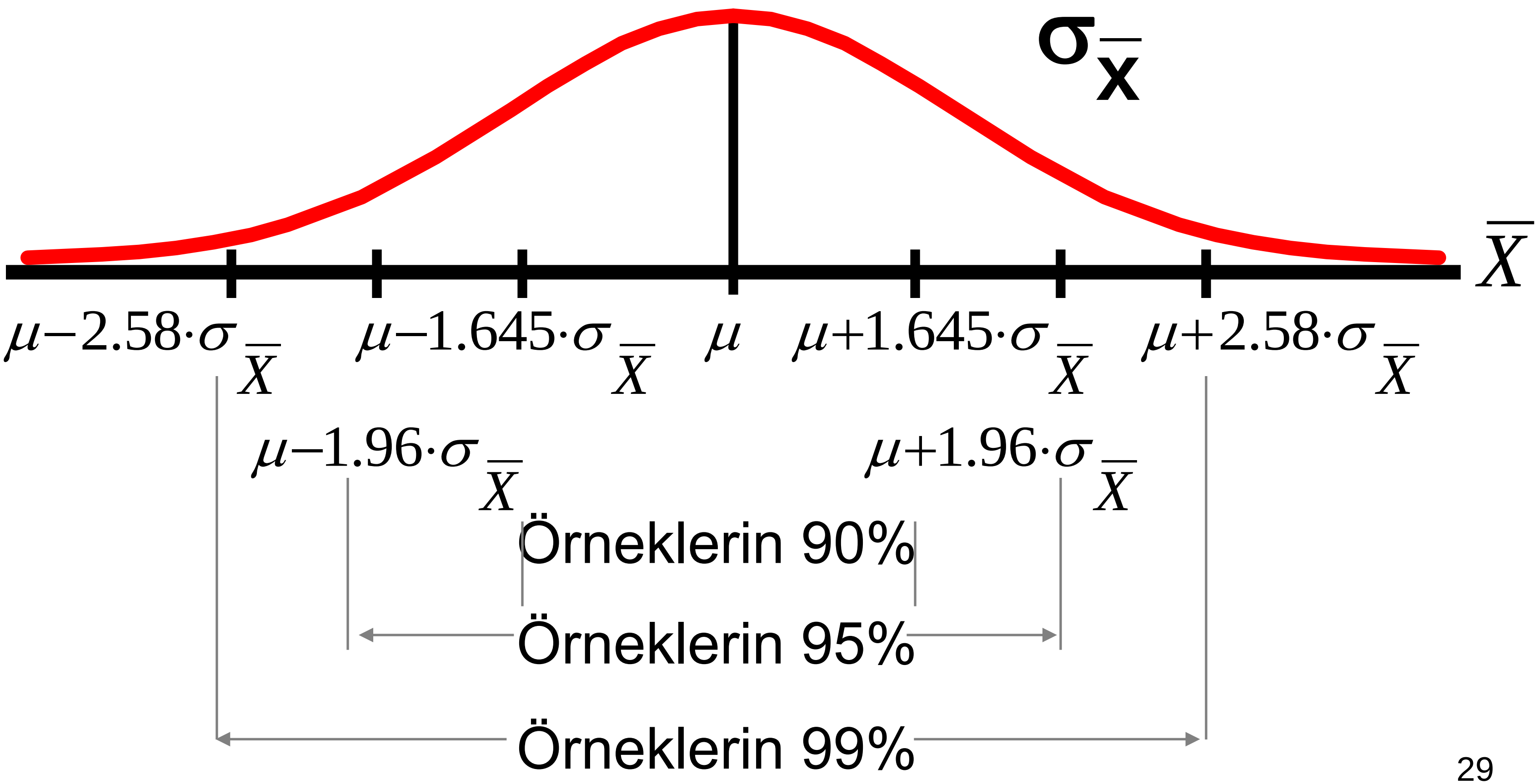
Populasyon parametresinin aralık içinde bir yere düşmesinin olasılığı



28

Güven aralığı

$$\overline{X} \pm Z \cdot \sigma_{\overline{X}} = \overline{X} \pm Z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



Güven Seviyesi

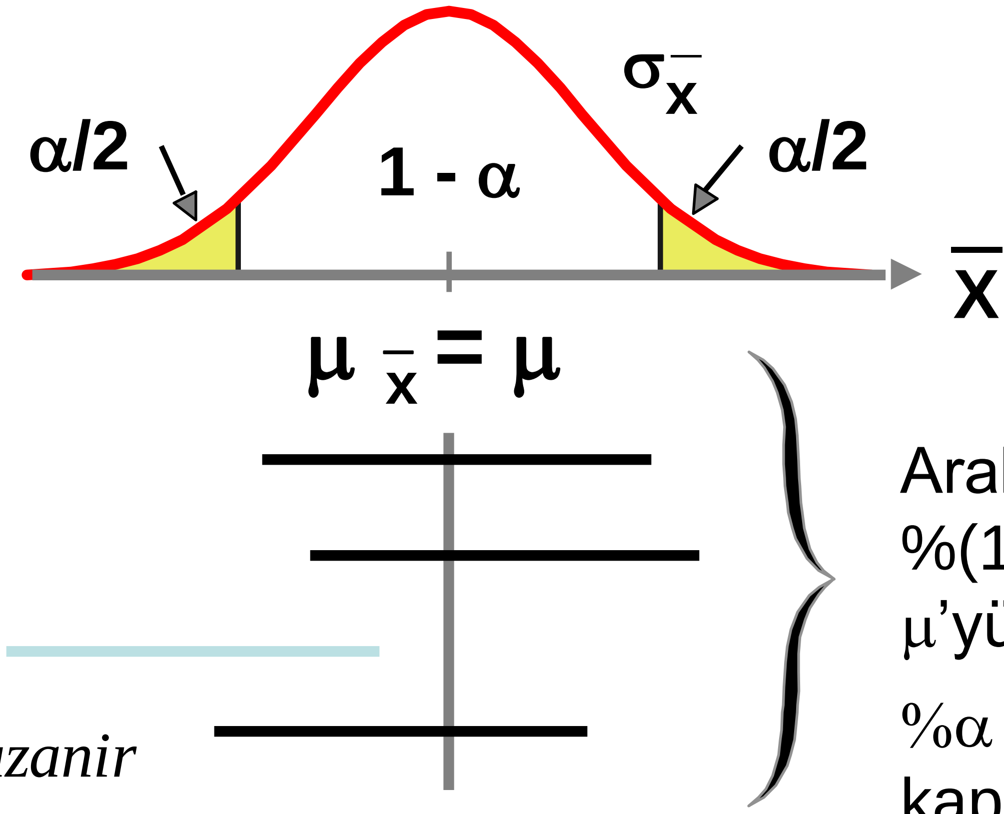
- Bilinmeyen populasyon parametresinin aralık içine düşme olasılığıdır.
- $\%(1 - \alpha) =$ güven seviyesi

α : Parametrenin aralık içinde olmaması olasılığıdır.

- Tipik değerler %99, %95, %90

Aralıklar ve güven seviyesi

Ortalamanın örnekleme dağılımı



aralık

$\bar{X} - Z \cdot \sigma_{\bar{X}}$ 'dan

$\bar{X} + Z \cdot \sigma_{\bar{X}}$ 'a kadar uzanir

Aralıkların %(1 - α) ‘ı μ’yü kapsar.

%α ‘sı kapsamaz.

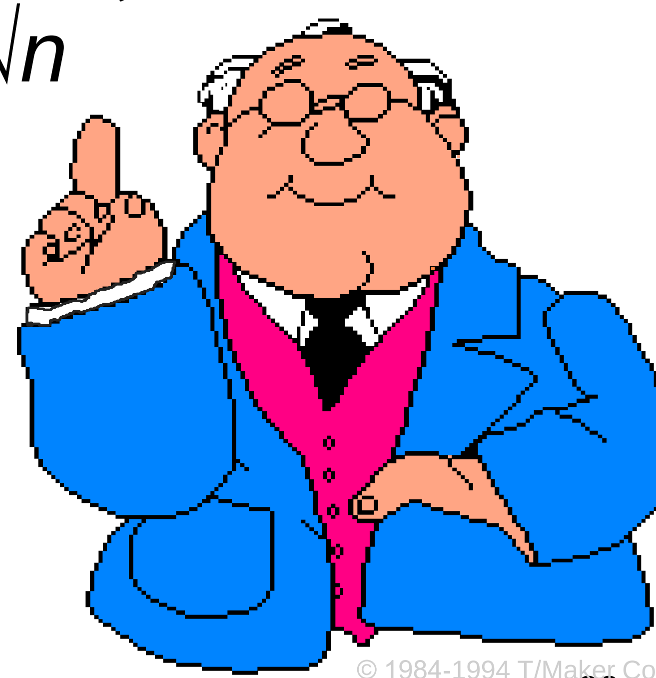
Çok sayıda aralık

Aralık genişliğini etkileyen faktörler

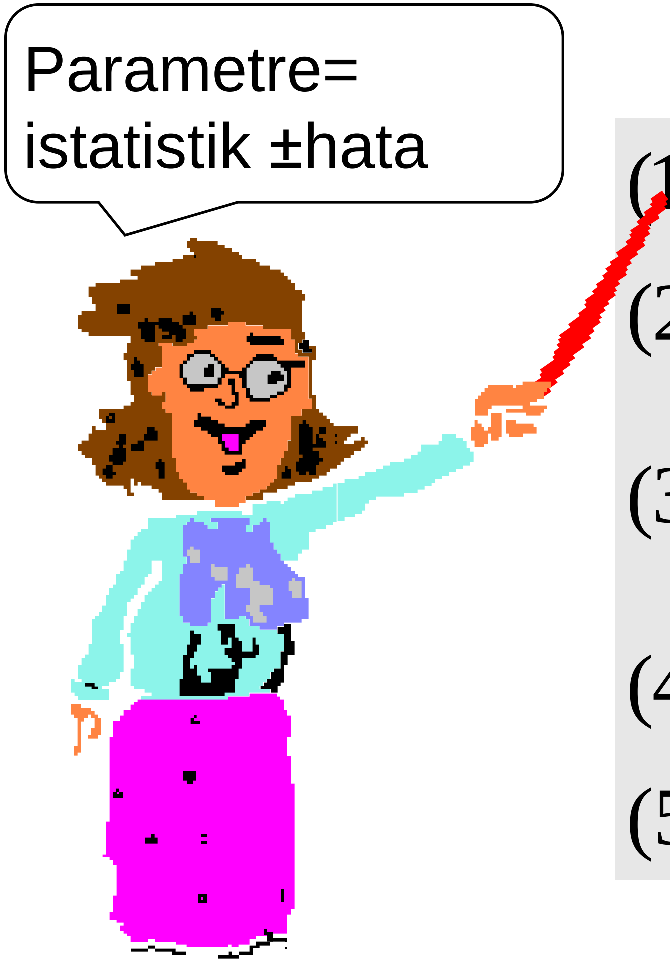
Aralık

$\bar{X} - Z \cdot \sigma_{\bar{X}}$ 'dan $\bar{X} + Z \cdot \sigma_{\bar{X}}$ 'ya uzanir.

- Verilerin yayılımı (σ)
- Örnek hacmi $\sigma_{\bar{X}} = \sigma_X / \sqrt{n}$
- Güven seviyesi ($1 - \alpha$)



Populasyon ortalamasının güven aralığının hesaplanması



(1) $$\mu = \overline{X} \pm Hata$$

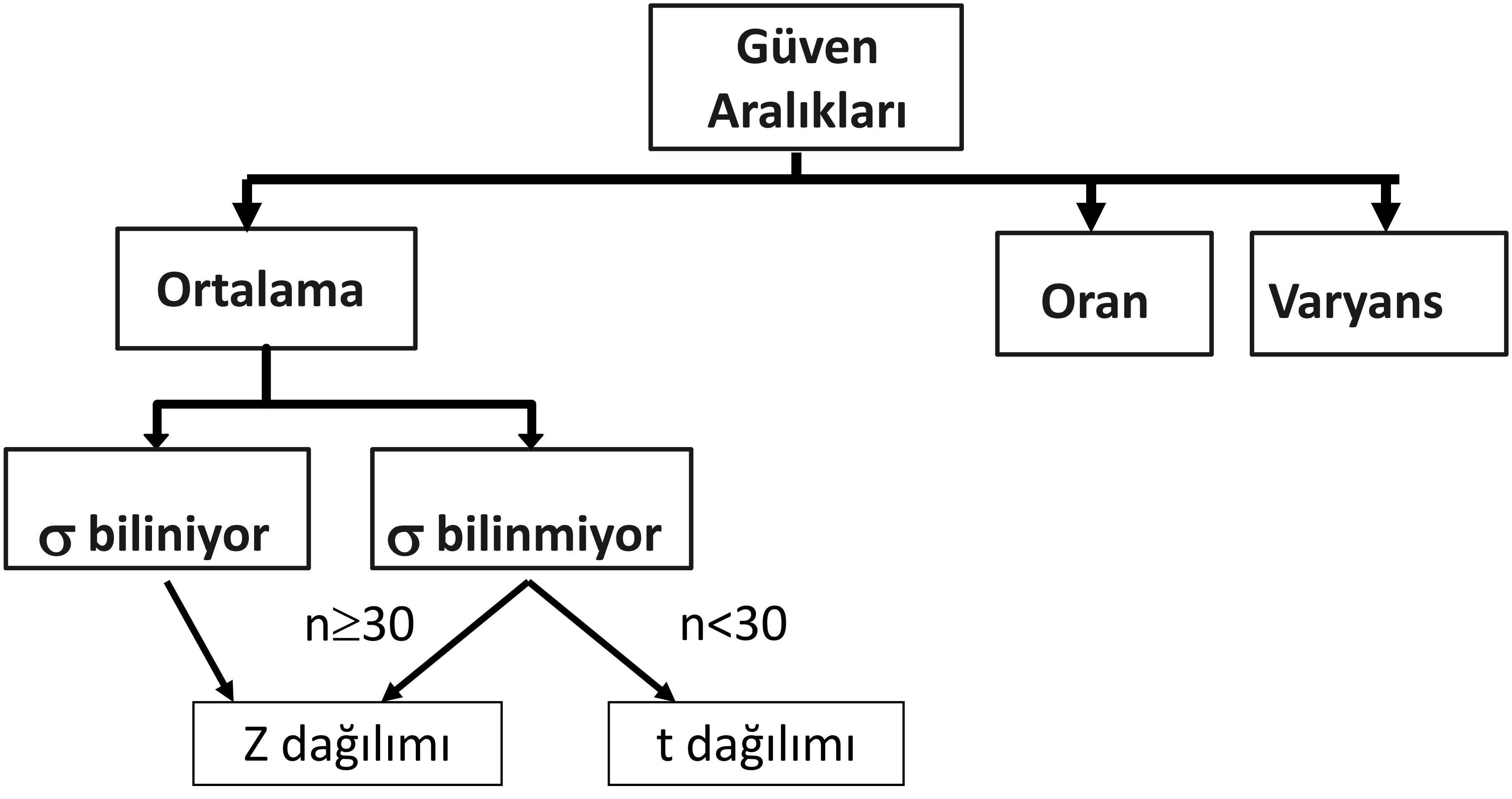
(2) $$Hata = \overline{X} - \mu \quad yada \quad \overline{X} + \mu$$

(3) $$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma_{\overline{x}}} = \frac{Hata}{\sigma_{\overline{x}}}$$

(4) $$Hata = Z\sigma_{\overline{x}}$$

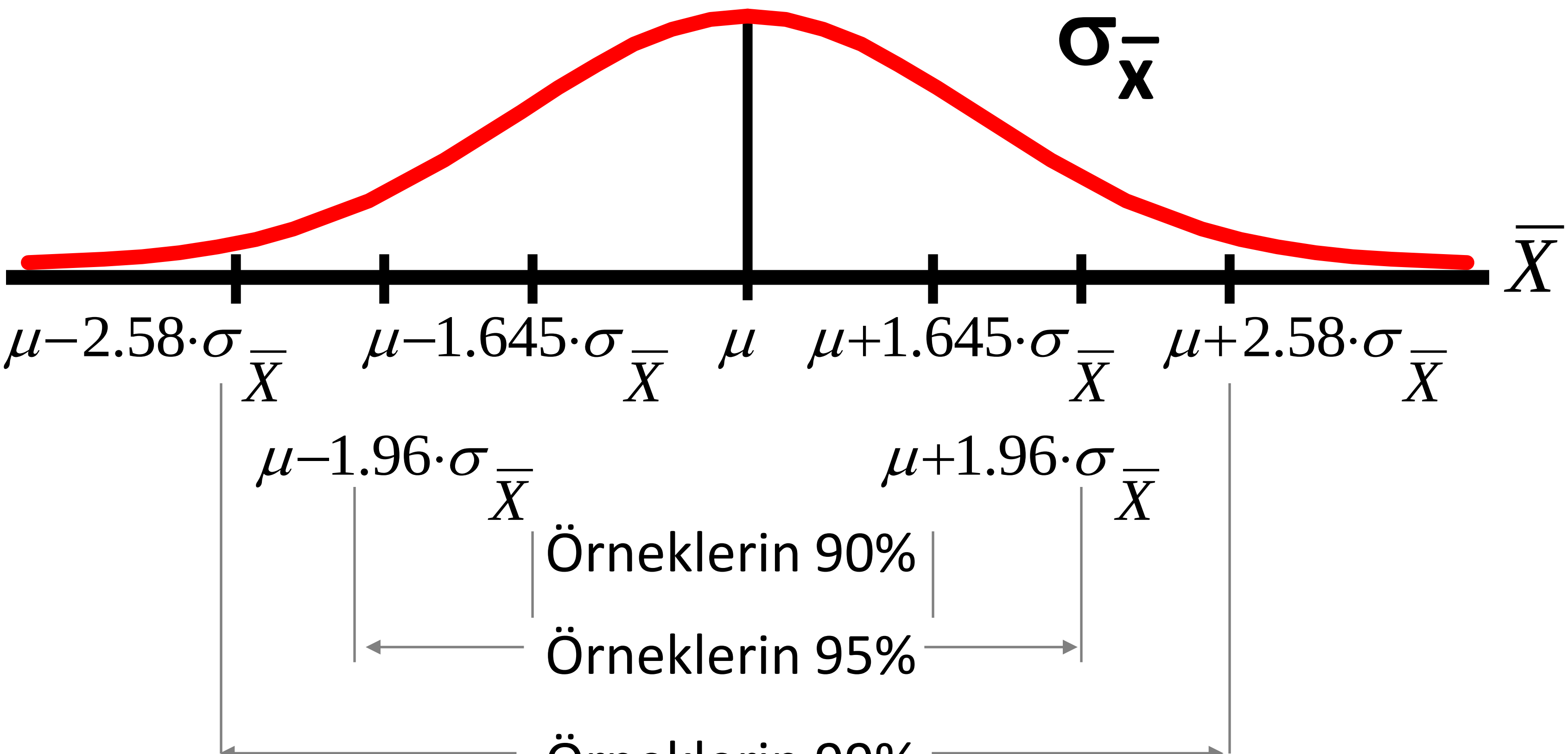
(5) $$\mu = \overline{X} \pm Z\sigma_{\overline{x}}$$

Güven Aralığı Tahminleri



ORTALAMALAR İÇİN GÜVEN ARALIĞI

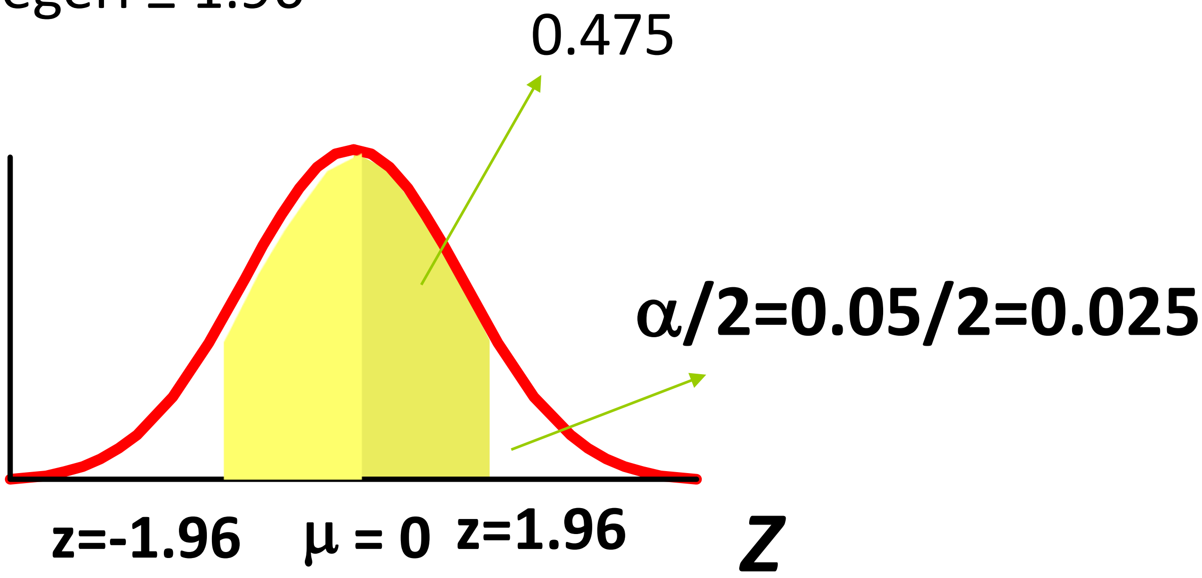
$$P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \le \mu_X \le \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$



ORTALAMALAR İÇİN GÜVEN ARALIĞI

Örnek: Bir fabrikada üretilen 100 mamulün ortalama ağırlığı 1040 gr standart sapması 25 gr bulunmuştur. Bu imalat prosesinde üretilen mamullerin ortalama ağırlığı %95 güvenle hangi aralıktadır?

%95 için z değeri ± 1.96



ORTALAMALAR İÇİN GÜVEN ARALIĞI

$$P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \le \mu_X \le \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(1040 - 1.96\frac{25}{\sqrt{100}} \le \mu_X \le 1040 + 1.96\frac{25}{\sqrt{100}}\right) = 0.95$$

$$P\left(1035.1 \le \mu_X \le 1044.9\right) = 0.95$$

Örnek

- n = 25 hacimli bir şans örneğinin ortalaması $\bar{X}$ = 50 dir. Populasyonun standart sapmasının σ_X = 10 olduğu bilindiğine göre μ_X için 95% ‘lik güven aralığını oluşturunuz.

$$P(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$$

$$P(50 - 1.96 \cdot \frac{10}{\sqrt{25}} \leq \mu \leq 50 + 1.96 \cdot \frac{10}{\sqrt{25}}) = 0.95$$

$$P(46.08 \leq \mu \leq 53.92) = 0.95$$

Populasyonun St.Sapması σ_X Bilinmediğinde ve **n$\geq$ 30** Olduğunda Ortalama İçin Güven Aralığı

- 1. Varsayımlar:
  - POPULASYONUN standart sapması bilinmiyor
  - Populasyon Normal dağılımlıdır.
- 2. Merkezi limit teoremi kullanılarak Z Dağılımı kullanılır.
- 3. Güven aralığı tahmini:

Örneğin st.sapması

$$P(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \times \frac{S_x}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \times \frac{S_x}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$$

Populasyon st.sapması bilinmediğinde ve n≥30 olduğunda ortalama için güven aralığı örneği

- Bir ampul şirketi yeni bir ampul geliştirerek piyasaya sürüyor. Üretim bandından 100 tanesi rassal olarak seçiliyor ve bunların standart sapması 140 saat, kulanım süreleri de ortalama olarak 1280 saat bulunuyor. α=0.05 için populasyon ortalamasının güven aralığını bulunuz.

$$P(\overline{X} - Z_{\alpha/2}\frac{S_x}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \overline{X} + Z_{\alpha/2}\frac{S_x}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$$

$$P(1280 - 1.96 \times \frac{140}{\sqrt{100}} \leq \mu \leq 1280 + 1.96 \times \frac{140}{\sqrt{100}}) = 0.95$$

$$P(1252.56 \leq \mu \leq 1307.44) = 0.95$$

Yorum: Şirketin ürettiği ampullerin ortalama ömrü, 0.95 olasılıkla 1252.56 ile 1307.44 saat arasındadır.

Bir Oranın Güven Aralığı

- 1. Varsayımları
  - İki kategorik çıktı vardır.
  - Populasyon Binom dağılımı gösterir.
- 2. Güven aralığı tahmini:

$$P(\hat{p} - Z_{\alpha/2}.S_{\hat{p}} \leq P \leq \hat{p} + Z_{\alpha/2}.S_{\hat{p}}) = 1 - \alpha$$

$$\hat{p} = \frac{x}{n}$$

x → Özellikli birim sayısı

n → Örnek hacmi

$$S_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\hat{p}.\hat{q}}{n}}$$

Bir Oranın Güven Aralığı

ÖRNEK:

•400 lise öğrencisinden oluşan bir örnekte 32 öğrenci üniversite sınavını kazanmıştır. Üniversite öğrencilerinin sınavı kazanma oranı için %95'lik güven aralığını bulunuz.

$$\hat{p} = \frac{32}{400} = 0.08$$

$$\mathbf{P(\hat{p} - Z_{\alpha/2}.S_{\hat{p}} \leq P \leq \hat{p} + Z_{\alpha/2}.S_{\hat{p}}) = 1 - \alpha}$$

$$P\left(0.08 - 1.96\sqrt{\frac{0.08(1-0.08)}{400}} \leq P \leq 0.08 + 1.96\sqrt{\frac{0.08(1-0.08)}{400}}\right) = 0.95$$

$$P(0.053 \leq P \leq 0.107) = 0.95$$

İki Ortalamanın Farkı İçin Güven Aralığı

Populasyon Varyansları Biliniyorsa:

$$P\left(\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)-Z_{\alpha/2}\times\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\le\mu_1-\mu_2\le\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)+Z_{\alpha/2}\times\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)=1-\alpha$$

Populasyon Varyansları Bilinmiyor fakat n > 30 olduğunda:

$$P\left(\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)-Z_{\alpha/2,}\times\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}\le\mu_1-\mu_2\le\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)+Z_{\alpha/2,}\times\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}\right)=1-\alpha$$

Populasyon st.sapması bilinmediğinde ve n>30 olduğunda iki ortalama farkı için güven aralığı örneği

Bir yabancı dil kursunun A sınıfında bilgisayar destekli ve B sınıfında klasik yöntemlerle eğitim verilmektedir. Kursun başlangıcından 6 hafta sonra her iki sınıfa da aynı test uygulanarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. A sınıfından rassal olarak seçilen 40 öğrencinin test sonucunda elde ettiği ortalama başarı notu 86 ve standart sapması 12, B sınıfından rassal olarak seçilen 35 öğrencinin ortalama başarı notu 72 ve standart sapması 14'tür. Her iki sınıftaki öğrencilerin ortalama başarı notları arasındaki farkın güven aralığını %99 olasılıkla belirleyiniz.

$$\bar{X}_1 = 86 \qquad S_1 = 12 \qquad n_1 = 40$$

$$\bar{X}_2 = 72 \qquad S_2 = 14 \qquad n_2 = 35$$

Populasyon st.sapması bilinmediğinde ve n>30 olduğunda iki ortalama farkı için güven aralığı örneği

$\bar{X}_1 = 86 \qquad S_1 = 12 \qquad n_1 = 40$

$\bar{X}_2 = 72 \qquad S_2 = 14 \qquad n_2 = 35$

$$P\left(\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - Z_{\alpha/2,} \times \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \le \mu_1 - \mu_2 \le \left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) + Z_{\alpha/2,} \times \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left((86-72) - 2.58 \times \sqrt{\frac{12^2}{40} + \frac{14^2}{35}} \le \mu_1 - \mu_2 \le (86-72) + 2.58 \times \sqrt{\frac{12^2}{40} + \frac{14^2}{35}}\right) = 0.99$$

$$P(6.18 \le \mu_1 - \mu_2 \le 21.82) = 0.99$$

İki Oran Farkının Güven Aralığı

- **1.** Varsayımları
  - İki kategorik çıktı vardır.
  - Populasyonlar Binom dağılımı gösterir.
- **2.** Güven aralığı tahmini:

$$\Pr\left(\left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2\right) - Z_{\alpha/2} \times S_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} \le P_1 - P_2 \le \left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2\right) + Z_{\alpha/2} \times S_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}\right) = 1 - \alpha$$

$$S_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \sqrt{\frac{\hat{p}_1 . \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 . \hat{q}_2}{n_2}}$$

İki oran farkının standart sapması

İki Oran Farkının Güven Aralığına Örnek

İki farklı ilacın bir hastalığı tedavi etme oranlarının farklı olup olmadığı kontrol edilmek istenmektedir. Bu amaçla 1000'er adet hasta üzerinde A ve B ilaçları denensin. Tedavi sonunda A ve B ilaçlarının uygulandığı hastaların sırasıyla 825 ve 760'ının iyileştiği gözlendiğine göre ilaçların hastalığı tedavi etme oranlarının farkının %95'lik güven aralığını bulunuz.

$n_1 = 1000$, $n_2 = 1000$ $\quad \hat{p}_1 = \frac{825}{1000} = 0{,}825 \quad \hat{p}_2 = \frac{760}{1000} = 0{,}760$

$$S_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \sqrt{\frac{\hat{p}_1 . \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 . \hat{q}_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{0.825.(1-0.825)}{1000} + \frac{0.760.(1-0.760)}{1000}}$$

$$= 0.018$$

İki Oran Farkının Güven Aralığına Örnek

$$\Pr\left(\left(\hat{p}_1-\hat{p}_2\right)-Z_{\alpha/2}\times S_{\hat{p}_1-\hat{p}_2}\le P_1-P_2\le\left(\hat{p}_1-\hat{p}_2\right)+Z_{\alpha/2}\times S_{\hat{p}_1-\hat{p}_2}\right)=1-\alpha$$

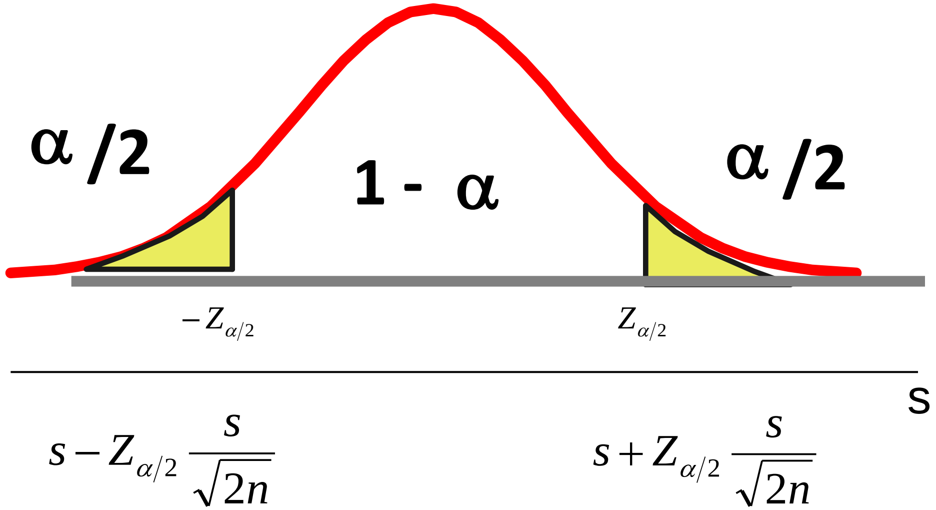
$$\Pr\left(\left(0.82-0.760\right)-1.96\times0.018\le P_1-P_2\le\left(0.82-0.760\right)+1.96\times0.018\right)=0.95$$

$$\Pr\left(0.029\le P_1-P_2\le0.10\right)=0.95$$

STANDART SAPMA İÇİN GÜVEN ARALIĞI

Örnek standart sapması s,anakütle standart sapması σ 'nın nokta tahminidir. Nokta tahmininden hareketle anakütle standart sapmasının güven aralığı,

$$s - Z_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{2n}} \leq \sigma \leq s + Z_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{2n}}$$



Standart Sapmalar için Güven Aralığına Örnek

Bir makinada , bir hafta içersinde yapılan 200 bilyeli yatağın çapları ölçülmüş ve ortalama 2.09 cm , standart sapma ise 0.11 cm bulunmuştur. Bütün bilyeli yatakların çaplarına ait standart sapmanın güven sınırlarını bulunuz.

n=200 $\overline{X} = 2.09$ $s = 0.11$ $\alpha = 0.01$

$$0.11 - 2.58\frac{0.11}{\sqrt{2.(200)}} \leq \sigma \leq 0.11 + 2.58\frac{0.11}{\sqrt{2.(200}}$$

$$0.0958 \leq \sigma \leq 0.1242$$