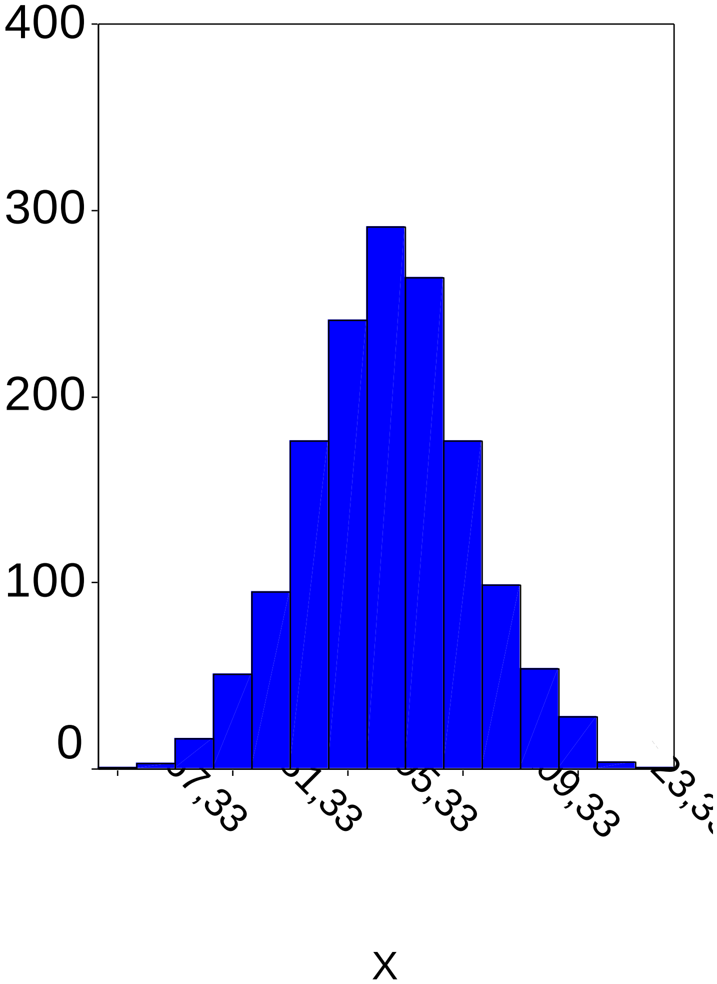
DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

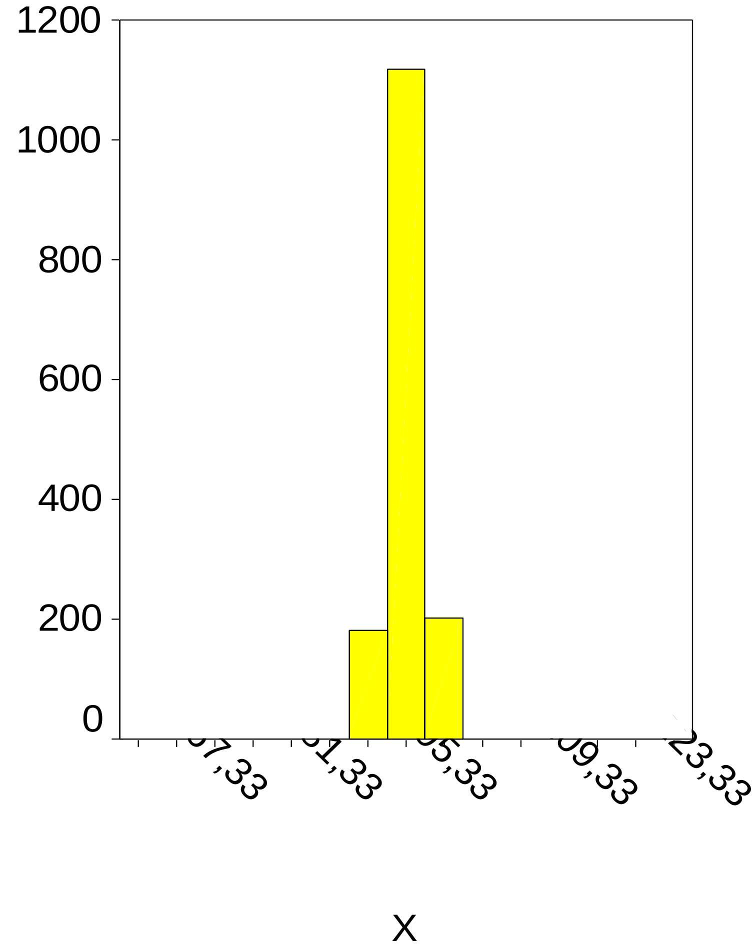
Değişkenlik (Yayılım) Ölçüleri

- İki farklı anakütleyi birbirinden ayırmak için her zaman yalnızca yer ölçüleri yeterli olmayabilir.

- Dağılımları birbirinden ayırt etmede kullanılan ve genellikle aritmetik ortalama etrafındaki değişimi dikkate alarak hesaplanan istatistiklere değişkenlik(yayılım) ölçüleri adı verilir.

Aşağıdaki iki grafik n = 1500 hacimlik alınan iki farklı örnek doğrultusunda oluşturulan histogramlardır. Her iki örnek ortalaması yaklaşık olarak 100 olduğuna göre iki örneğin aynı anakütleden alındığı söylenebilir mi?





- İki örneğin aynı anakütleden geldiği söylenemez.

- Bunun nedeni alınan örnek sonucunda oluşturulan histogramda dağılımların ortalama etrafında farklı olmasından kaynaklanmaktadır.

- Dağılımları birbirinden ayırt etmede kullanılan **yayılım ölçüleri** aritmetik ortalama etrafındaki değişimleri dikkate alan tanımlayıcı istatistiklerdir.

- **Bir veri setinde aritmetik ortalamalardan her bir gözlemin farkı alınıp bu değerlerin tümü toplandığında sonucun 0 olduğu görülür**.

- **Örnek: 4,8,9,13,16** şeklinde verilen bir basit seri için;

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{4+8+9+13+16}{5} = 10$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x}\right) = \left(4-10\right) + \left(8-10\right) + \left(9-10\right)$$
$$= \left(13-10\right) + \left(16-10\right) = 0$$

- ***Bu örnekten görüleceği üzere gözlemlerin aritmetik ortalamadan uzaklığı alıp toplandığında 0 elde edildiğinden dolayı bu problem mutlaka değer kullanarak veya karesel uzaklık alınarak ortadan kaldırılır.***

1) Ortalama Mutlak Sapma(OMS)

- Veri setindeki her bir gözlem değerinin aritmetik ortalamadan farklarının mutlak değerlerinin toplamının örnek hacmine bölünmesiyle elde edilir.
- Gözlem değerlerinin aritmetik ortalamadan faklarının toplamı 0 olacağından bu problemi ortadan kaldırmak için mutlak değer ifadesi kullanılır.

Basit seriler İçin:

$$OMS = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| x_i - \bar{x} \right|}{n}$$

Gruplanmış seriler İçin:

$$OMS = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \left| x_i - \bar{x} \right|}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

Sınıflanmış Seriler İçin :

$$OMS = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \left| m_i - \bar{x} \right|}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

Örnek: İstatistik I dersini alan 10 öğrencinin vize notları aşağıdaki gibi sıralanmıştır. Buna göre vize notları için ortalama mutlak sapma değerini hesaplayınız.

30,41,53,61,68,79,82,88,90,98

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{30+41+....+98}{10} = 69$$

$$OMS = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| x_i - \overline{x} \right|}{n} = \frac{|30-69| + |41-69| + ... + |98-69|}{10}$$

$$= \frac{145}{10} = 14{,}5$$

Örnek: Aşağıdaki tabloda 30 günlük süre içinde bir restoranın kullandığı et miktarının dağılımı verilmiştir. Günlük kullanılan et miktarının ortalama mutlak sapmasını hesaplayınız.

Sınıflar	f_i	m_i	$\lvert f_i(m_i - \bar{x})\rvert$
30-36'dan az	2	33	$\lvert 2(33-46,6)\rvert$
36-42'den az	6	39	$\lvert 6(39-46,6)\rvert$
42-48'den az	10	45	$\lvert 10(45-46,6)\rvert$
48-54'dan az	7	51	$\lvert 7(51-46,6)\rvert$
54-60'den az	4	57	$\lvert 4(57-46,6)\rvert$
60-66'den az	1	63	$\lvert 1(63-46,6)\rvert$
Toplam	30		163,2

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} m_i f_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = 46,6\,kg. \qquad OMS = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \lvert m_i - \bar{x}\rvert}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{163,2}{30} = 5,44\,kg.$$

2) Varyans

- Ortalama mutlak sapmada kullanılan mutlak değerli ifadeler ile işlem yapmanın zor hatta bazı durumlarda imkansız olması sebebiyle yeni değişkenlik ölçüsüne ihtiyaç duyulmaktadır.

- Mutlak değer ifadesindeki zorluk aritmetik ortalamadan farkların karelerinin alınmasıyla ortadan kalkmaktadır.

- ***Veri setindeki her bir gözlem değerinin aritmetik ortalamadan farklarının karelerinin toplamının örnek hacminin bir eksiğine bölünmesinden elde edilen değişkenlik ölçüsüne örnek varyansı adı verilir.***

Basit seriler İçin:

Populasyon Varyansı:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}$$

μ : Populasyon Ortalaması   N : Populasyon Hacmi

Örnek Varyansı :

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Gruplanmış Seriler İçin:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1}$$

Sınıflanmış Seriler İçin :

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (m_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2$$

ifadesi istatistikte bir çok formülde kullanılır ve ***kareler toplamı*** olarak adlandırılır.

• Matematiksel olarak hesaplama kolaylığı sağlaması açısından formüllerde kareler toplamının açılımı olan aşağıdaki eşitlik kullanılabilir.

$$\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}$$

Basit Seriler İçin:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x\right)^2}{n}}{n-1}$$

Gruplanmış Seriler İçin:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=}^{k} f_i x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=}^{k} f_i x_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i}}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1}$$

Sınıflanmış Seriler İçin :

$$s^2 = \frac{\sum_{i=}^{k} f_i m_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=}^{k} f_i m_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i}}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1}$$

3) Standart Sapma

- Varyans hesaplanırken kullanılan verilerin kareleri alındığından verilerin ölçü biriminin karesi varyansında ölçü birimi mevcut ölçü birimini karesi olur.

- **Örnek: kg^2, cm^2 gibi.**

- Bu nitelendirme veriler açısından bir anlam taşımayacağından varyans yerine ortalama etrafındaki değişimin bir ölçüsü olarak onun pozitif karekökü olan ***standart sapma*** kullanılır.

Basit seriler İçin:

Populasyon Standart Sapması: $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum \left(x_i - \mu\right)^2}{N}}$

μ : Populasyon Ortalaması   N : Populasyon Hacmi

Örnek Standart Sapması : $s = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n-1}}$

Gruplanmış Seriler İçin: $s = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1}}$

Sınıflanmış Seriler İçin : $s = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{k} f_i (m_i - \overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1}}$

Örnek: İstatistik I dersini alan 10 öğrencinin vize notları aşağıdaki gibi sıralanmıştır. Buna göre vize notları için varyans ve standart sapmayı hesaplayınız.

30,41,53,61,68,79,82,88,90,98

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{30+41+....+98}{10} = 69$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1} = \frac{\left(30-69\right)^2 + \left(41-69\right)^2 + ... + \left(98-69\right)^2}{9}$$

$$= \frac{4538}{9} \approx 504,22$$

$$s^2 \approx 504,22 \quad \rightarrow s = \sqrt{s^2} = \sqrt{504,22} \approx 22,45$$

İstatistik I vizesinden alınan notların ortalama etrafında yaklaşık olarak 22 puan değiştiği görülmektedir.

Aynı soru kareler ortalamasının açılımı kullanılarak çözüldüğünde aynı sonuçları verecektir.

30,41,53,61,68,79,82,88,90,98

x	x^2
30	900
41	1681
53	2809
61	3721
68	4624
79	6241
82	6724
88	7744
90	8100

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 690 \quad \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 52148$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x\right)^2}{n}}{n-1} = \frac{52148 - \frac{(690)^2}{10}}{9}$$

$$s^2 \approx 504{,}22$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{504{,}22} \approx 22{,}45$$

Örnek: Yandaki tabloda bir Samsung bayisindeki LCD televizyonların ekran boyutlarına göre satış miktarları verilmiştir. Frekans dağılımının varyans ve standart sapmasını hesaplayınız.

Grup	Frekans	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
51	1	**51**	**2601**
66	3	**198**	**13068**
72	4	**288**	**20736**
82	5	**410**	**33620**
94	7	**658**	**61852**
	$\sum f_i =$ **20**	**1605**	**131607**

$$s^2 = \frac{\sum_{i=}^{k} f_i x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=}^{k} f_i x_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i}}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1} = \frac{131607 - \frac{(1605)^2}{20}}{19} \approx 147,67$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{147,67} \approx 12,15$$

Örnek: Aşağıdaki tabloda 30 günlük süre içinde bir restoranın kullandığı et miktarının dağılımı verilmiştir. Günlük kullanılan et miktarının varyansını ve standart sapmasını hesaplayınız.

Sınıflar	f_i	m_i	$f_i(m_i - \bar{x})^2$
30-36'dan az	2	33	$2(33-46,6)^2$
36-42'den az	6	39	$6(39-46,6)^2$
42-48'den az	10	45	$10(45-46,6)^2$
48-54'dan az	7	51	$7(51-46,6)^2$
54-60'den az	4	57	$4(57-46,6)^2$
60-66'den az	1	63	$1(63-46,6)^2$
Toplam	30		1579,2

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} m_i f_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = 46,6\,kg.$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (m_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1} = \frac{1579,2}{30-1} \approx 54,46$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{54,46} \approx 7,38\,kg.$$

4) Range (Değişim Aralığı)

- Veri setindeki yayılımı ifade etmede kullanılan en basit istatistik değişim aralığıdır. Genel olarak basit seriler için kullanılır.

- En büyük gözlem değeri ile en küçük gözlem değeri arasındaki fark değişim aralığını verir.

- Değişim aralığı, veri setindeki tek bir gözlemin aşırı derecede küçük veya büyük olmasından etkilendiği için bir başka ifadeyle örnekte yer alan sadece iki veri kullanılarak hesaplandığından tüm veri setinin değişkenliğini açıklamada yetersiz kalmaktadır.

- **$R = X_{max} - X_{min}$** $\longrightarrow$ X: SÜREKLİ ŞANS DEĞİŞKENİ
- **$R = X_{max} - X_{min} + 1$** $\longrightarrow$ X: KESİKLİ ŞANS DEĞİŞKENİ

Örnek: Bir fabrikada çalışan 5 endüstri mühendisinin bildiği yabancı dil sayıları aşağıda verilmiştir. Buna göre bu mühendislerin bildiği yabancı dil sayısı için değişim aralığını hesaplayınız.

2,0,1,2,0

$X_i = 0,0,1,2,2.$ $n = 5$ $i: 1,2,3,4,5.$

- **$R = X_{max} - X_{min} + 1 = 2 - 0 + 1 = 3$**

5) Değişkenlik(Varyasyon) Katsayısı

- **Standart sapmayı ortalamanın bir yüzdesi olarak ifade eden ve iki veya daha fazla populasyondaki varyasyonu (değişkenliği) karşılaştırmada kullanılan ölçüye varyasyon(değişkenlik) katsayısı denir.**
- İki veya daha fazla populasyon üzerinde aynı şans değişkenleri için yapılan araştırmalarda değişkenliklerin karşılaştırılması için kullanılan bir ölçüdür.
- **Örnek:** İstanbul'da ve Ankara'da yaşayan ailelerin aylık gelirlerinin değişkenliklerinin karşılaştırılması

Varyasyon Katsayısı:

$$C_V = \frac{s}{\bar{X}} * 100$$

Örnek: Kuruyemiş satan bir dükkanda bir haftalık sürede satılan leblebi, fıstık ve bademlerin ortalamaları ve standart sapmaları aşağıda verilmiştir. Buna göre kuruyemişleri değişkenlikleri açısından karşılaştırınız ve kuruyemişin değişkenliğinin daha fazla olduğunu belirtiniz.

	$\overline{X}$	s
Leblebi	30 kg.	5 kg.
Fıstık	40 kg.	4 kg.
Badem	10 kg.	3 kg.

$$C_{V_{leblebi}} = \frac{s}{\overline{X}} * 100 = \frac{5}{30} * 100 = 16,67 = \%16,67$$

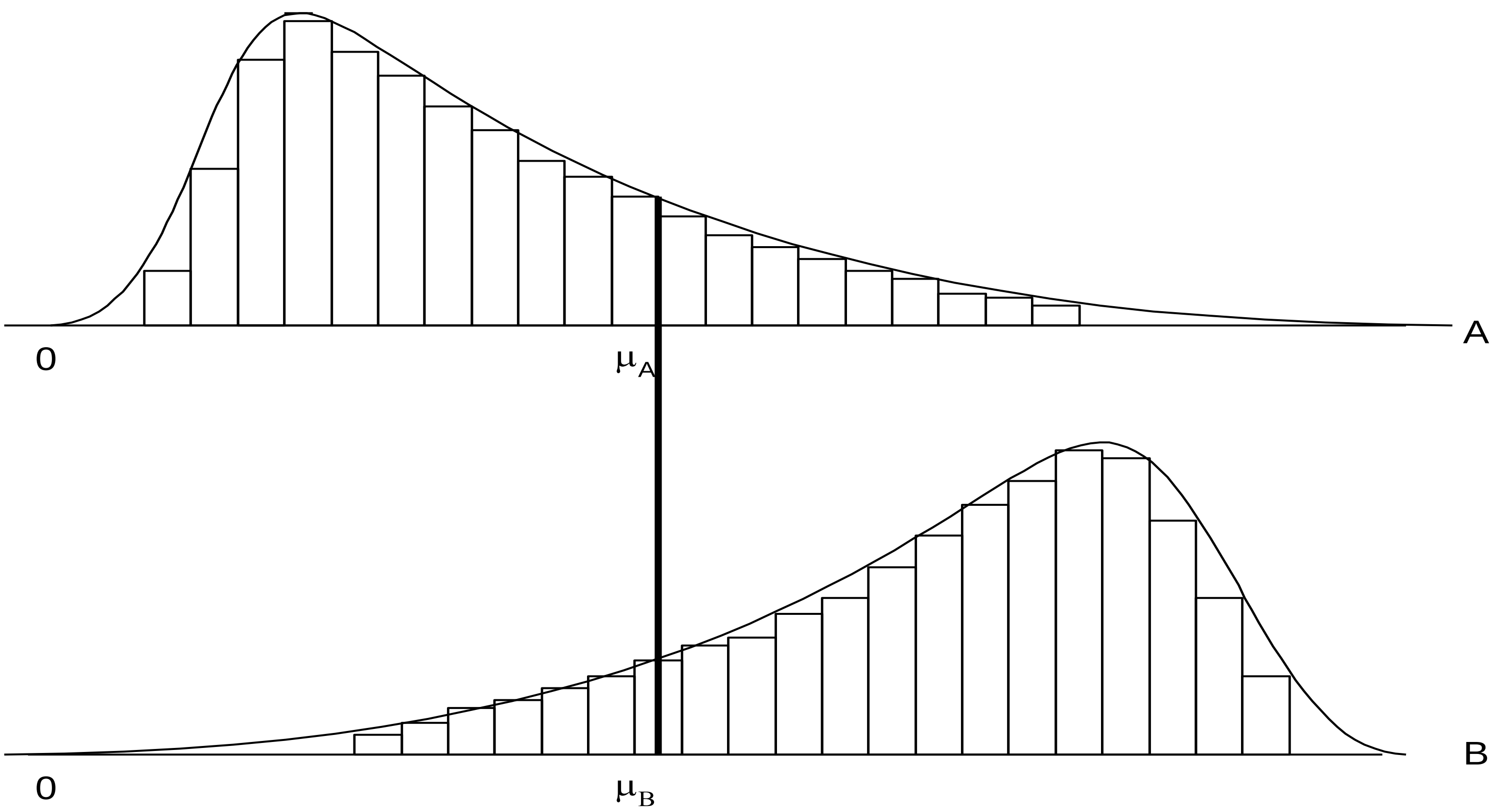
$$C_{V_{fıstık}} = \frac{s}{\overline{X}} * 100 = \frac{4}{40} * 100 = 10 = \%10$$

$$C_{V_{BADEM}} = \frac{s}{\overline{X}} * 100 = \frac{3}{10} * 100 = 30 = \%30$$

Üç kuruyemişin değişkenlikleri karşılaştırıldığında en küçük standart sapma değeri bademde olmasına rağmen en büyük varyasyon katsayısına sahip olduğundan, en fazla değişkenliğin bademde olduğu görülür. Aritmetik ortalamalar içerisinde standart sapma yüzdelerine bakıldığında en büyük yüzde bademdedir.

Çarpıklık (Asimetri) ve Basıklık Ölçüleri

- Populasyonları birbirinden ayırmak için her zaman yalnızca yer ve yayılım ölçüleri yeterli olmayabilir. Aşağıda iki farklı populasyondan alınmış örnekler için oluşturulan histogramlar verilmiştir.



- Şekilden görüleceği üzere A ve B örneklerinin aynı ortalamaya ve yaklaşık olarak aynı değişkenliğe sahip olmalarına rağmen bu iki örneğin açıkça aynı populasyondan gelmediği söylenir.

- Asimetri (çarpıklık) ifadesi simetrik olmayan anlamını taşımaktadır.

- Şekillere bakıldığında frekansların A'da daha çok sol tarafta (küçük x_i değerlerinde), B'de ise daha çok sağ tarafta (büyük x_i değerlerinde), toplandığı görülmektedir.

- Asimetri ve basıklık ölçüleri bir serideki gözlem değerlerinin dağılımının şeklini ortaya koyan ölçülerdir. Bu ölçüler yorumlanırken normal dağılım özellikleri dikkate alınır. Normal dağılım eğrisi simetrik ve normal bir basıklığa sahiptir. Asimetri ölçüsü serinin frekans dağılımının simetrik dağılımdan uzaklaşma derecesini gösterirken, basıklık ölçüsü verilerin normal dağılıma göre ortalama etrafında ne kadar yoğun bir şekilde dağıldığını gösteren ölçülerdir.
- Asimetri ölçüsünün işaret büyüklüğü verinin çarpıklığının yön ve şiddetini gösterirken, basıklık ölçüsünün büyüklüğü verilerin ortalama civarında aşırı yoğunlaştığına, küçüklüğü ise verilerin ortalamaya etrafında fazla dağınık olduğuna işaret etmektedir.

Asimetri Ölçüleri

Ortalamaya Dayanan Asimetri (PEARSON) Ölçüsü

Asimetrisi hafif serilerde ortalamalar arasında aşağıdaki gibi bir ilişki söz konusudur.

$$(\bar{x} - \mathrm{mod}) \cong 3.(\bar{x} - medyan)$$

Bu ilişkinin her iki tarafı standart sapmaya oranlandığında iki asimetri ölçüsü elde edilir.

$$Sk_p = \frac{\bar{x} - \mathrm{mod}}{s}$$ veya

$$Sk_p = \frac{3(\bar{x} - med)}{s}$$

$Sk_P < 0 \rightarrow$ Negatif çarpık(Sola)

$Sk_P > 0 \rightarrow$ Pozitif Çarpık(Sağa)

$Sk_P = 0$ ise dağılış simetrik

Yukarıdaki asimetri ölçülerinden daha çok birincisi kullanılır. Modun hesaplanamadığı durumlarda ikinci formül kullanılarak asimetri belirlenir. Bu asimetri ölçüsü ±1 e yaklaştıkça çarpıklık kuvvetli hale gelirken, 0,5 e yaklaştıkça orta şiddette 0'a yaklaştıkça hafif şiddette çarpıklık söz konusu olur.

Sağa çarpık durumda gözlem değerlerinin büyük bir kısmı modun sağında, sola çarpık durumda ise solunda yer alacaktır. Diğer bir deyişle sağa çarpık serilerde aritmetik ortalama sağa doğru (büyük değerler yönüne) kayarken, sola çarpık serilerde aritmetik ortalama sola (küçük değerler yönüne) kayma göstermektedir.

Kartillere Dayanan Asimetri (BOWLEY) Ölçüsü

Simetrik serilerde Q_3-Q_2 = Q_2-Q_1 olduğu bilinmektedir. Eğer Q_3-Q_2 > Q_2-Q_1 ise serinin sağ tarafında bir yoğunlaşma olduğu, aksi halde sol tarafta bir yoğunlaşma olduğu söylenebilir. Bu durumu daha iyi ortaya koymak için Bowley tarafından geliştirilen aşağıdaki asimetri ölçüsü kullanılabilir.

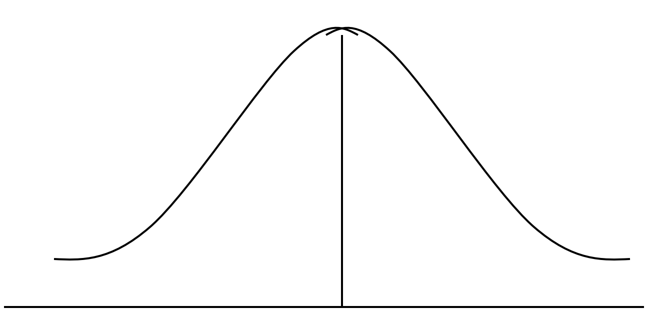
$$Sk_b = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1}$$

$Sk_b < 0 \rightarrow$ Negatif çarpık(Sola)

$Sk_b > 0 \rightarrow$ Pozitif Çarpık(Sağa)

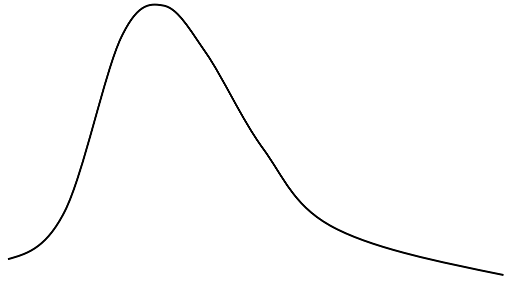
$Sk_b = 0$ ise dağılış simetrik

Bu ölçü sıfıra yaklaştıkça asimetri hafifler. ±1 e yaklaştıkça asimetri kuvvetli hale gelir.



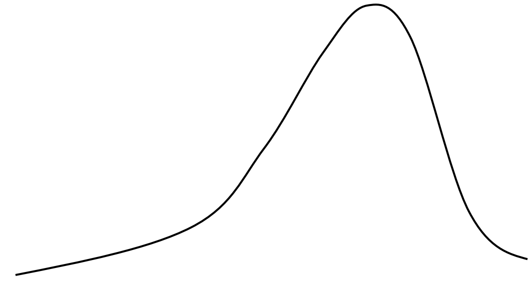
Simetrik Dağılım

A.O = Med = Mod



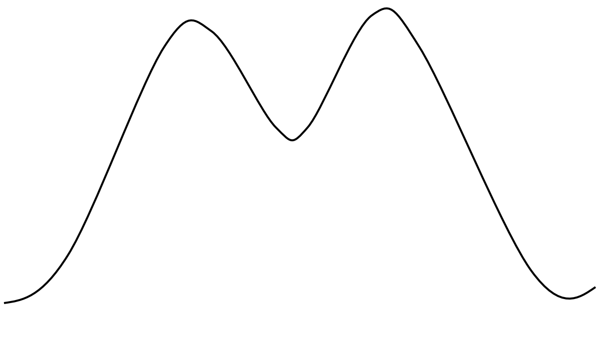
Sağa çarpık dağılım

A.O > Med > Mod

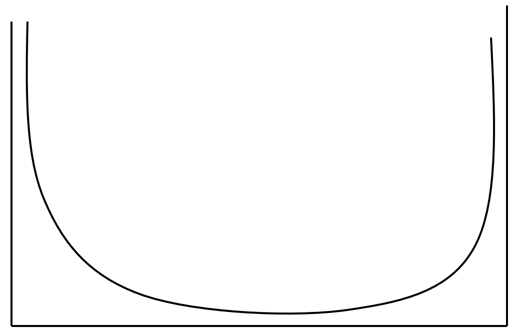


Sola çarpık dağılım

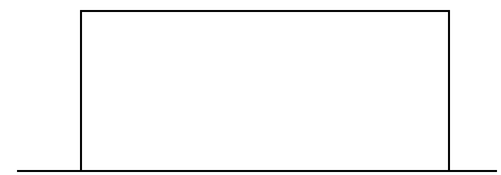
A.O < Med < Mod



İki modlu simetrik dağılım



Modu olmayan dağılım



Tekdüzen dağılım

Örnek: Aşağıdaki tabloda 30 günlük süre içinde bir restoranın kullandığı et miktarının dağılımından elde edilen bazı tanımlayıcı istatistikler verilmiştir. Buna göre pearson ve bowley asimetri ölçülerini hesaplayıp yorumlayınız.

Aritmetik Ort.	**Mod**	**Medyan**	Q_1	Q_2	s^2
46,6	45,4	46,2	41,5	51,9	54,46

$$Sk_p = \frac{3(\overline{X} - med)}{s} = \frac{3(46,6 - 46,2)}{\sqrt{54,46}} \approx 0,16 > 0$$

Sağa Çarpık , Pozitif Asimetri

$$Sk_p = \frac{\bar{x} - \text{mod}}{s} = \frac{46,6 - 45,4}{\sqrt{54,46}} \approx 0,16 > 0$$

Sağa Çarpık,

Pozitif Asimetri

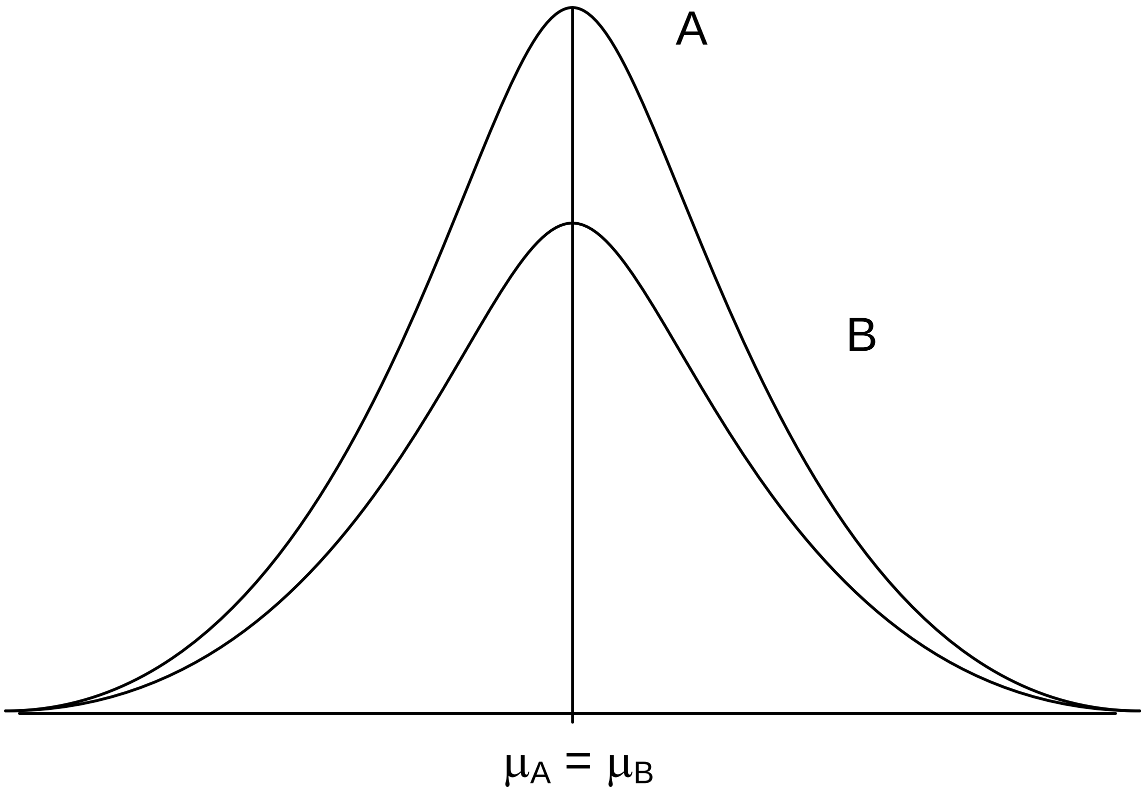
$$Sk_b = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1} = \frac{(51,9 - 46,2) - (46,2 - 41,5)}{51,9 - 41,5}$$

$$= \frac{1}{10,4} \approx 0,10 > 0$$

Sağa Çarpık , Pozitif Asimetri

Basıklık Ölçüsü

Aşağıdaki A ve B dağılımlarının ortalamaları, değişkenlik ölçülerinin aynı olmasından dolayı ve hatta ikisinin de simetrik olmalarından dolayı bu iki dağılışı ayırt etmek için Basıklık Ölçüsü kullanılır.



Herhangi bir olasılık fonksiyonunun şekli ile ilgili parametrelerden bir tanesi de basıklık ölçüsüdür. Momentlere dayanan basıklık ölçüsü, asimetrik ortalamaya göre 4. momentin standart sapmanın 4. kuvvetine oranlanması ile elde edilir.

$$\alpha_4 = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$$

Sınıflandırılmış Seri İçin

$$\mu_4 = \frac{\sum f_i (m_i - \bar{X})^4}{\sum f_i}$$

$\boldsymbol{\alpha_4} = 3$ ise serinin basıklığı normaldir.

$\boldsymbol{\alpha_4} < 3$ ise seri normal dağılıma göre daha basıktır.

$\boldsymbol{\alpha_4} > 3$ ise seri normal dağılıma göre daha sivridir.

Örnek

Aşağıdaki serinin basıklık ölçüsünü bulunuz.

Sınıf Aralığı	f_i
10–12	10
12–14	50
14–16	60
16–18	20
18–20	10
Toplam	150

Sınıf Aralığı	f_i	m_i	$f_i m_i$
10–12	10	11	110
12–14	50	13	650
14–16	60	15	900
16–18	20	17	340
18–20	10	19	190
Toplam	150		2190

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i m_i}{\sum f_i} = \frac{2190}{150} = 14{,}6$$

Aritmetik ortalamaya göre momentler

$m_i - \bar{X}$	$f_i(m_i - \bar{X})$	$f_i(m_i - \bar{X})^2$	$f_i(m_i - \bar{X})^3$	$f_i(m_i - \bar{X})^4$
-3,6	-36	129,6	-466,56	1679,616
-1,6	-80	128	-204,8	327,68
0,4	24	9,6	3,84	1,536
2,4	48	115,2	276,48	663,552
4,4	44	193,6	851,84	3748,096
Toplam	0	576	460,8	6420,48

Aritmetik ortalamaya göre momentler:

$$\mu_1 = \frac{\sum f_i (m_i - \bar{X})}{\sum f_i} = \frac{0}{150} = 0$$

$$\mu_2 = \frac{\sum f_i (m_i - \bar{X})^2}{\sum f_i} = \frac{576}{150} = 3{,}84$$

$$\mu_3 = \frac{\sum f_i (m_i - \bar{X})^3}{\sum f_i} = \frac{460{,}8}{150} = 3{,}072$$

$$\mu_4 = \frac{\sum f_i (m_i - \bar{X})^4}{\sum f_i} = \frac{6420{,}48}{150} = 42{,}8$$

α_3 asimetri ölçüsü:

$$\alpha_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \qquad \sigma^2 = \mu_2 \Rightarrow \sigma^2 = 3{,}84 \quad \sigma = 1{,}96$$

$$\alpha_3 = \frac{3{,}072}{(1{,}96)^3} \cong 0{,}4 > 0$$ olduğundan seri sağa çarpıktır.