Denavit-Hartenberg Bedingungen

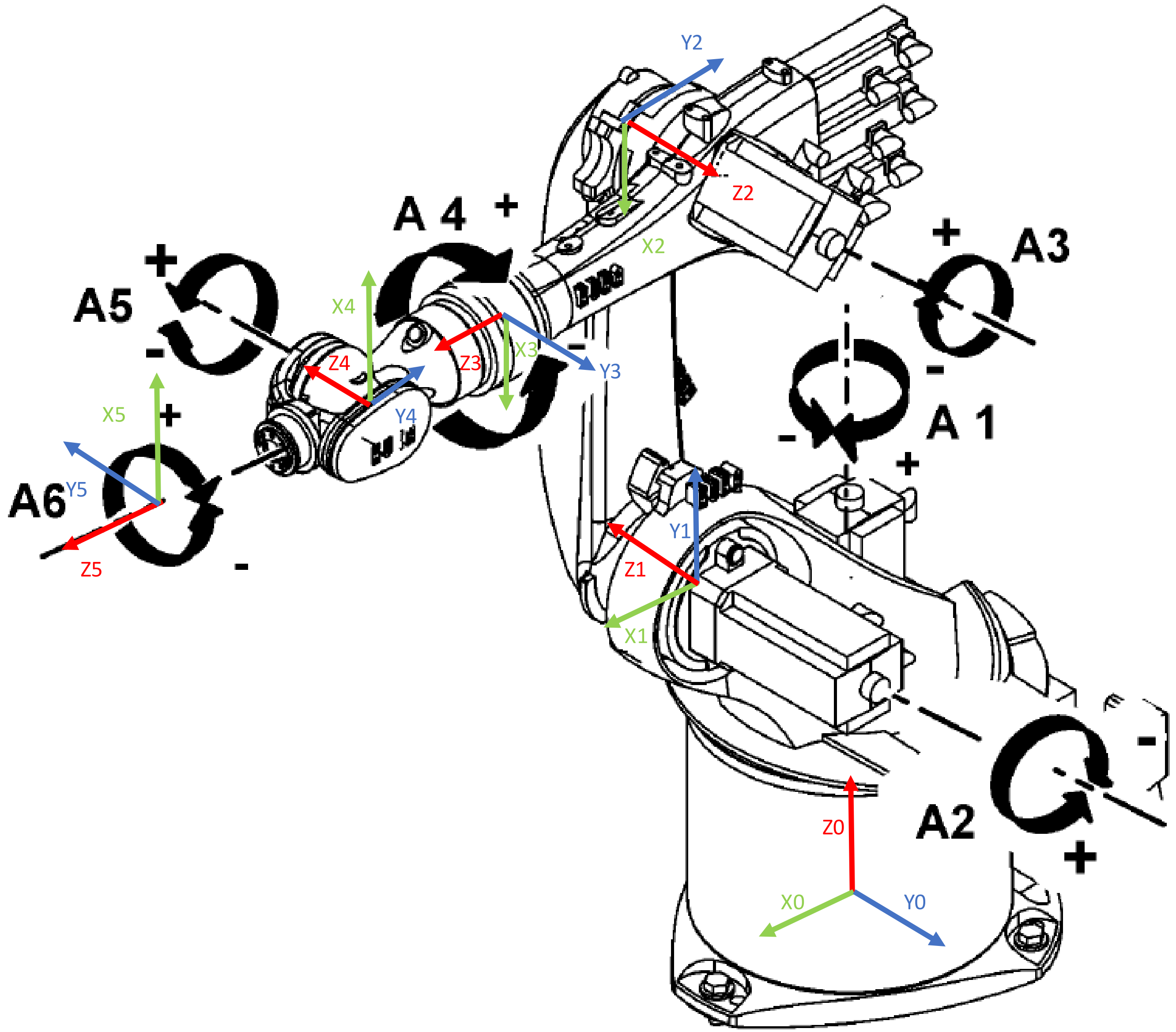
- Zn-1 Achse liegt entlang (auf) der Bewegungsachse des n-ten Gelenks
- Xn-1 Achse ist Kreuzprodukt zwischen Zn-1 und Zn Achsen
- Das Koordinatensystem wird durch die Yn Achse so ergänzt, dass ein rechtshändiges System entsteht
- Für das erste Gelenk wird die x-Achse vom zweiten Gelenk übernommen

Anmerkungen zum Verständnis

- v1 x v2 ergibt ein Rechtssystem mit v1 als x-Achse und v2 als y-Achse
  v2 x v1 ergibt ein Rechstssystem mit v2 als x-Achse und v1 als y-Achse

- Die Rotation um eine Koordinatenachse erfolgt bei positiven Winkeln immer in mathematisch positive Richtung (entgegen dem Uhrzeigersinn) und umgekehrt

- Ich nehme dies nur der Volständigkeit halber auf, da dies selbstverständlich jedem Beteiligten bekannt ist :)



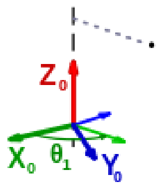
A 4
+
A3
+
A5
+
-
X4
Z4
Z3
X3
Y3
Y4
Y2
Z2
X2
A 1
-
+
X5
+
A6
Y5
Z5
-
Y1
Z1
X1
A2
-
+
Z0
X0
Y0

Allgemeines Vorgehen

Die eigentliche DH-Transformation vom Objektkoordinatensystem (OKS) T_{n-1} in das OKS T_n besteht in der Hintereinanderausführung folgender Einzeltransformationen:

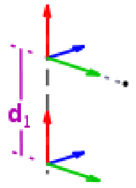
- einer Rotation θ_n (Gelenkwinkel) um die z_{n-1}-Achse, damit die x_{n-1}-Achse parallel zu der x_n-Achse liegt

$$\mathrm{Rot}(z_{n-1}, \theta_n) = \begin{pmatrix} \cos\theta_n & -\sin\theta_n & 0 & 0 \\ \sin\theta_n & \cos\theta_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



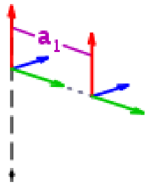
- einer Translation d_n (Gelenkabstand) entlang der z_{n-1}- Achse bis zu dem Punkt, wo sich z_{n-1} und x_n schneiden

$$\mathrm{Trans}(z_{n-1}, d_n) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



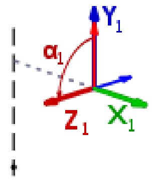
- einer Translation a_n (Armelementlänge) entlang der x_n-Achse, um die Ursprünge der Koordinatensysteme in Deckung zu bringen

$$\mathrm{Trans}(x_n, a_n) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a_n \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



- einer Rotation α_n (Verwindung) um die x_n-Achse, um die z_{n-1}-Achse in die z_n-Achse zu überführen

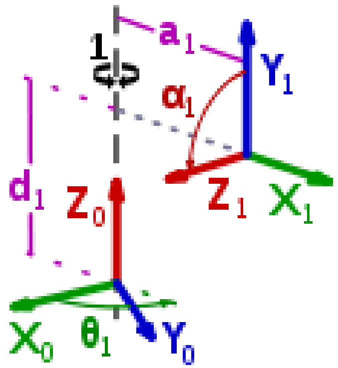
$$\mathrm{Rot}(x_n, \alpha_n) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_n & -\sin\alpha_n & 0 \\ 0 & \sin\alpha_n & \cos\alpha_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Matrix einer Transformation

In Matrixschreibweise lautet die Gesamttransformation dann (von links nach rechts zu interpretieren):

$$
\begin{aligned}
{}^{n-1}T_n &= \mathrm{Rot}(z_{n-1}, \theta_n) \cdot \mathrm{Trans}(z_{n-1}, d_n) \cdot \mathrm{Trans}(x_n, a_n) \cdot \mathrm{Rot}(x_n, \alpha_n) \\
&= \begin{pmatrix} \cos\theta_n & -\sin\theta_n \cos\alpha_n & \sin\theta_n \sin\alpha_n & a_n \cos\theta_n \\ \sin\theta_n & \cos\theta_n \cos\alpha_n & -\cos\theta_n \sin\alpha_n & a_n \sin\theta_n \\ 0 & \sin\alpha_n & \cos\alpha_n & d_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
\end{aligned}
$$



Denavit-Hartenberg-Parameter des Roboters

Achse	Theta (Drehgelenkswinkel °)	d (Länge Drehgelenk mm)	a (Länge Gelenkarm mm)	Alpha (Rotationswinkel Zn-1 -> Zn °)
A1	-1 * theta0	675	260	90
A2	-1 * theta1	185	680	180
A3	theta2	185	670	90
A4	-1 * theta3	0	0	270
A5	-1 * theta4	0	115	90
A6	-1 * theta5	0	0	0

Die Notwendigkeit das Vorzeichen von theta zu ändern resultiert aus der unterschiedlichen Definition der Drehrichtung beim Roboter und im DH Model

Insgesamt

- Transformationsmatritzen für alle Transformationen n-1 -> n mit Hilfe ihrer Denavit-Hartenberg-Koeffizienten aufstellen

- Die Transformationsmatritzen multiplizieren um Transformationen zu verketten

- Richtung beachten: n -> n-1 mit

$$= \begin{pmatrix} \cos\theta_n & \sin\theta_n & 0 & -a_n \\ -\sin\theta_n\cos\alpha_n & \cos\theta_n\cos\alpha_n & \sin\alpha_n & -d_n\sin\alpha_n \\ \sin\alpha_n\sin\theta_n & -\cos\theta_n\sin\alpha_n & \cos\alpha_n & -d_n\cos\alpha_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$