

# ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

## 1. Основные виды погрешностей

**Измерением** называется результат сопоставления измеряемой физической величины с известной однородной величиной, принятой за единицу.

**Все измерения можно разделить на два типа: прямые и косвенные.**

**Прямым** называется измерение, при котором измеряемая величина сравнивается с мерой непосредственно или при помощи измерительных приборов, градуированных в тех единицах, в которых измеряется данная величина. Например, прямыми являются измерения массы при помощи весов, длины при помощи линейки и т.д.

**Косвенным** называется измерение, при котором значение величины находят вычислением на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, определяемыми в результате прямых измерений.

Общей чертой любых измерений является то, что ни одно из них нельзя выполнить абсолютно точно. Это означает, что результат любого измерения всегда отличается от истинного значения измеряемой величины.

Поэтому **задачами любого измерения** являются:

- установление приближенного значения измеряемой величины;
- оценка границ возможных погрешностей.

Только оценив погрешности результатов измерений, можно установить, насколько достоверны сами измерения.

Поскольку истинное значение измеряемой величины неизвестно, на практике можно лишь приближенно оценить погрешность измерения, т.е. определить **диапазон численных значений величины**, внутри которого (с большой долей вероятности, содержится истинное значение измеряемой величины).

**Основными видами погрешностей** являются:

**Случайная погрешность**  $\psi$  - составляющая погрешности измерения, связанная с факторами, которые изменяются при повторных измерениях хаотически, носят нерегулярный характер и их трудно предвидеть.

**Систематическая погрешность**  $\xi$  - составляющая погрешности измерения, остающаяся неизменной или закономерно меняющейся при повторных измерениях, т.е. погрешности, определяемые факторами либо постоянно искажающими результат измерения, либо постоянно изменяющимися в

процессе измерения. Пример: отставание секундомера или использование неправильно отрегулированных весов.

**Суммарную погрешность  $\Delta$**  можно представить как:  $\Delta = \psi + \xi$

Во всех лабораторных работах школьного курса мы не учитываем случайные погрешности  $\psi$ , ввиду сложности математического аппарата, используемого для их расчета. Тогда  $\Delta \approx \xi$

### Расчет систематической погрешности $\xi$

рассмотрим на примере прямого измерения длины бруска  $A$  с помощью сантиметровой линейки,:

Пусть  $A$  – измеряемая физическая величина – истинная длина бруска.

$A_{\text{изм}}$  – приближенное/измеренное значение измеряемой физической величины, полученное путем прямых или косвенных измерений.

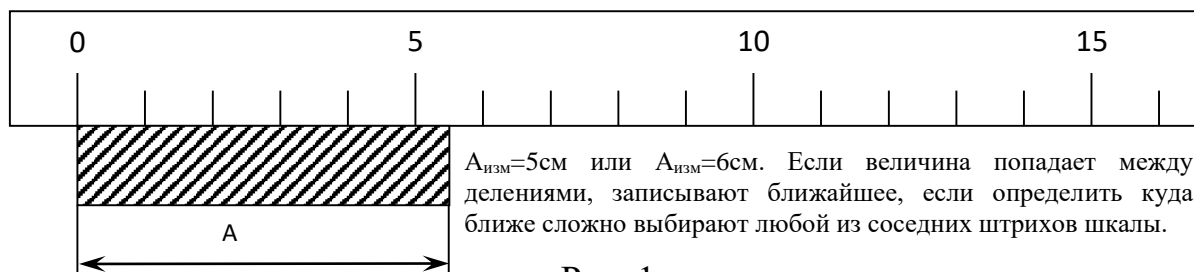


Рис. 1.

$\Delta A$  – абсолютная погрешность измерения физической величины является оценкой абсолютной ошибки измерения. Она выражается в тех же единицах измерения, что и сама физическая величина.

Абсолютная погрешность прямых измерений (при отсутствии других погрешностей) складывается из абсолютных погрешностей отсчета и инструментальной погрешности:  $\Delta A = \Delta_{\text{и}}A + \Delta_{\text{о}}A$

$\Delta_{\text{и}}A$  – максимальная абсолютная инструментальная погрешность измерения (погрешность средств измерения). Может быть определена по таблице 1, или по классу точности измерительного прибора.

$\Delta_{\text{о}}A$  – абсолютная погрешность отсчета, равная в большинстве случаев половине цены деления измерительного инструмента (линейки) или прибора (секундомера, вольтметра и т.д.). Эта погрешность обусловлена недостаточно точным считыванием показаний средств измерения.

- относительная погрешность измерения физической величины, безразмерная величина, определяемая соотношениями:

$$\delta A = \frac{\Delta A}{A_{изм}} \times 100\% \text{ - в процентах от целого, или } \delta A = \frac{\Delta A}{A_{изм}} \text{ - в долях от целого.}$$

**Таблица 1**

№	Средства измерения	Предел измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность
1	Линейка ученическая	До 50 см	1 мм	±1 мм
2	Линейка чертёжная	До 50 см	1 мм	±0,2 мм
3	Линейка инструментальная	20 см	1 мм	±0,1 мм
4	Линейка демонстрационная	100 см	1 см	±0,5 см
5	Лента измерительная	150 см	0,5 см	±0,5 см
6	Мензурка	До 250 мл	2 мл	±0,1 мл
7	Весы учебные	200 г		±0,1 г
8	Комплект гирь Г-4-211.10		100 г 50 г 20 г 10 г 5 г 2 г 1 г 500 мг, 250 мг, 100 мг	±0,04 г ±0,03 г ±0,02 г ±0,012 г ±0,008 г ±0,006 г ±0,004 г } ±2%
9	Гири лабораторные		100 г	±2 г
10	Штангенциркуль школьный	150 мм	0,1 мм	±0,05 мм
11	Микрометр	25 мм	0,01 мм	±0,004 мм
12	Динамометр учебный	4 Н	0,1 Н	±0,05 Н
13	Секундомер электронный KARSER	24 часа	0,01 с	±0,01 с (0,2 с с учётом субъективной погрешности).
14	Барометр-анероид	780 мм.рт.ст.	1 мм.рт.ст.	±3 мм.рт.ст.
15	Термометр лабораторный	0-100° С	1° С	±1° С
16	Манометр открытый демонстрационный	40 см	1 см	±0,2 см

**Определение максимальной абсолютной инструментальной погрешности по классу точности измерительного прибора.**

$\gamma$  – класс точности измерительного прибора. Он показывает, сколько процентов составляет абсолютная инструментальная погрешность прибора  $\Delta_{\text{и}}A$  от всей действующей шкалы прибора  $A_{\text{max}}$ :

$$\gamma = \frac{\Delta_{\text{и}}A}{A_{\text{max}}} \times 100(\%)$$

Существуют следующие классы точности стрелочных электроизмерительных приборов: **0,1 0,2 0,5 1,5 2,5 4,0**

(при указании класса точности знак ”%” не пишется).

Максимальная “абсолютная” инструментальная погрешность измерения физической величины электроизмерительным прибором определяется по формуле :

$$\Delta_{\text{и}}A = \frac{\gamma \cdot A_{\text{max}}}{100}$$

**2. Методика определения абсолютных и относительных погрешностей.**

Абсолютная погрешность  $\Delta A$  прямых измерений (при отсутствии других погрешностей) складывается из абсолютных погрешностей отсчета и инструментальной погрешности:  $\Delta A = \Delta_{\text{и}}A + \Delta_{\text{о}}A$

Абсолютная погрешность измерения обычно округляется до одной (редко двух) значащей цифры после запятой ( $\Delta A = 0,17 \approx 0,2$ ). Приближенное значение физической величины округляют так, чтобы его последняя цифра оказалась в том же разряде, что и цифра погрешности ( $A_{\text{изм}} = 10,332 \approx 10,3$ ).

Относительная погрешность  $\delta A$  прямых измерений рассчитывается по формуле-определению:

$$\delta A = \frac{\Delta A}{A_{\text{изм}}} \times 100\% \text{ - в процентах от целого, или } \delta A = \frac{\Delta A}{A_{\text{изм}}} \text{ - в долях от целого.}$$

Абсолютная погрешность косвенных измерений определяется по формуле:

$$\Delta A = A_{\text{изм}} \cdot \delta A,$$

где  $\delta A$  – относительная погрешность в долях от целого, выражается десятичной дробью.

Относительная погрешность  $\delta A$  косвенных измерений определяется в зависимости от формулы, по которой рассчитывается физическая величина  $A$ . (некоторые формулы расчета  $\delta A$  приведены в таблице 2.)

**Формулы для расчета относительной погрешности косвенных измерений**

Таблица 2.

Формула, по которой рассчитывается физическая величина $A$	Формула для расчета относительной погрешности $\delta A$ (в долях от целого)
$A = B \cdot C \cdot D$	$\delta A = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta D}{D}$
$A = \frac{B}{C \cdot D}$	$\delta A = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta D}{D}$
$A = B \pm C$	$\delta A = \frac{\Delta B + \Delta C}{B \pm C}$
$A = B^n$	$\delta A = n \frac{\Delta B}{B}$
$A = B \sqrt{\frac{C}{D}}$	$\delta A = \frac{\Delta B}{B} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta C}{C} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta D}{D}$

Результат измерения можно считать «хорошим», если относительная погрешность  $\delta A$  косвенного измерения в процентах от целого составляет не более 10%.

В случае, если в результате расчета относительная погрешность  $\delta A$  косвенного измерения в процентах от целого составляет 10% и более, необходимо проанализировать относительные погрешности всех прямых измерений и определить максимальную из них. После чего, при наличии возможности, повторить прямое измерение этой величины, с целью минимизации относительной погрешности измерения этой величины.

Основная задача ученика при проведении измерений – минимизировать относительную погрешность измерений, а при невозможности, предложить методы проведения эксперимента, позволяющие это сделать.

Все **РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ** записываются в виде:

$$A = A_{изм} \pm \Delta A ; \quad \delta A = \dots\% . \text{ или в долях от целого.}$$

И изображаются на числовой оси в виде интервала (рис. 1):



Рис. 1

### 3. Методика сравнения результатов двух измерений одной физической величины.

1). Записать результаты 1-го и 2-го измерений/расчетов по форме:

$$A_1 = A_{1изм} \pm \Delta A_1; \delta A_1 = \dots\%, \text{ или в долях от целого;}$$

$$A_2 = A_{2изм} \pm \Delta A_2; \delta A_2 = \dots\%, \text{ или в долях от целого;}$$

2). Записать результаты измерений в виде двойных неравенств:

$$A_{1изм} - \Delta A_1 < A_1 < A_{1изм} + \Delta A_1;$$

$$A_{2изм} - \Delta A_2 < A_2 < A_{2изм} + \Delta A_2;$$

3). Сравнить полученные интервалы значений на числовой оси: если полученные интервалы не перекрываются, то результаты считать не одинаковыми; если перекрываются (в нашем случае это интервал от  $A_{2изм} - \Delta A_2$  до  $A_{1изм} + \Delta A_1$ ) одинаковыми (рис. 2):

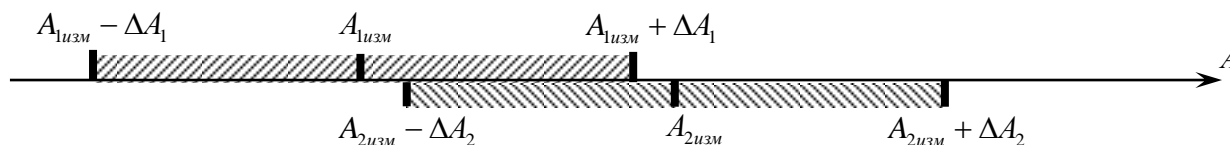


Рис. 2

При записи вывода об одинаковости результатов необходимо указать **относительную погрешность** измерений.