

"Курсовая работа по дискретной математике"

Иван Кочкожаров, студент группы М8О-108Б-22

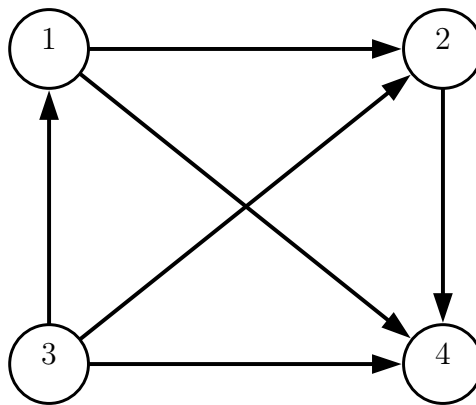
4 мая 2023 г.

1. Определить для орграфа, заданного матрицей смежности $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

- а) матрицу односторонней связности;
- б) матрицу сильной связности;
- в) компоненты сильной связности;
- г) матрицу контуров.

Решение.

Изображение графа:



Матрица односторонней связности:

$$A = A(D) = \begin{array}{c|cccc} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \\ \hline v_1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ v_2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ v_3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ v_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} . \quad (1)$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} .$$

$$\begin{aligned}
A^3 &= A \cdot A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \\
T(D) &= E \vee A \vee A^2 \vee A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vee \\
&\vee \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Матрица двусторонней связности:

$$S(D) = T(D) \& [T(D)]^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \& \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

$S(D) = E \Rightarrow$ в графе D нет контуров.

Компоненты сильной связности:

$$S_2(D) = S(D) = \begin{array}{c|c|c|c|c} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \\ \hline v_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ v_2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ v_3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ v_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \tag{4}$$

$$D_1 = (V_1, X_1), V_1 = \{v_1\}$$

$$A(D_1) = \begin{array}{c|c} & v_1 \\ \hline v_1 & 0 \end{array} \quad D_1 : \quad \textcircled{1}$$

$$S_2(D) = \begin{array}{c|c|c|c} & v_2 & v_3 & v_4 \\ \hline v_2 & 1 & 0 & 0 \\ v_3 & 0 & 1 & 0 \\ v_4 & 0 & 0 & 1 \end{array} \tag{5}$$

$$D_2 = (V_2, X_2), V_2 = \{v_2\}$$

$$A(D_2) = \begin{array}{c|c} & v_2 \\ \hline v_2 & 0 \end{array} \quad D_2 : \quad \textcircled{2}$$

$$S_3(D) = \begin{array}{c|c|c} & v_3 & v_4 \\ \hline v_3 & 1 & 0 \\ v_4 & 0 & 1 \end{array} \tag{6}$$

$$D_3 = (V_3, X_3), V_3 = \{v_3\}$$

$$A(D_3) = \begin{array}{|c|c|} \hline & v_3 \\ \hline v_3 & 0 \\ \hline \end{array} \quad D_3 : \quad \bigcirc 3$$

$$S_4(D) = \begin{array}{|c|c|} \hline & v_4 \\ \hline v_4 & 1 \\ \hline \end{array} \quad (7)$$

$$D_4 = (V_4, X_4), V_4 = \{v_4\}$$

$$A(D_4) = \begin{array}{|c|c|} \hline & v_4 \\ \hline v_4 & 0 \\ \hline \end{array} \quad D_4 : \quad \bigcirc 4$$

Матрица контуров:

$$K(D) = A(D) \& S(D) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$