"Курсовая работа по дискретной математике"

Иван Кочкожаров, студент группы М8О-108Б-22

4 мая 2023 г.

1. Определить для орграфа, заданного матрицей смежности $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

а) матрицу односторонней связности;

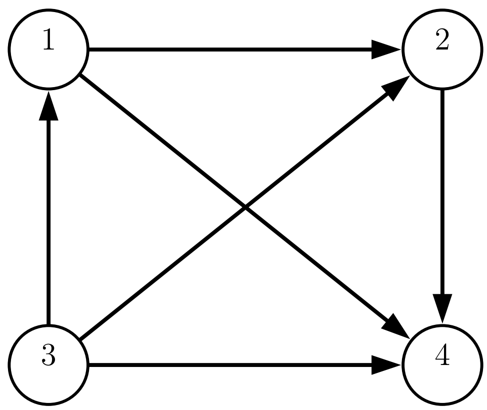
б) матрицу сильной связности;

в) компоненты сильной связности;

г) матрицу контуров.

Решение.

Изображение графа:



Матрица односторнней связности:

$$A = A(D) = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \\ \hline v_1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline v_2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline v_3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \hline v_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}. \tag{1}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$A^3 = A \cdot A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} T(D) = E \vee A \vee A^2 \vee A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vee \\ \vee \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{2}$$

Матрица двусторонней связности:

$$S(D) = T(D) \& [T(D)]^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \& \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

$S(D) = E \Rightarrow$ в графе D нет контуров.

Компонентны сильной связности:

$S_2(D) = S(D) =$ (4)

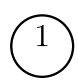
	v_1	v_2	v_3	v_4
v_1	1	0	0	0
v_2	0	1	0	0
v_3	0	0	1	0
v_4	0	0	0	1

$D_1 = (V_1, X_1), V_1 = \{v_1\}$

$A(D_1) =$

	v_1
v_1	0

D_1 :



$S_2(D) =$ (5)

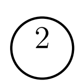
	v_2	v_3	v_4
v_2	1	0	0
v_3	0	1	0
v_4	0	0	1

$D_2 = (V_2, X_2), V_2 = \{v_2\}$

$A(D_2) =$

	v_2
v_2	0

D_2 :



$S_3(D) =$ (6)

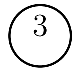
	v_3	v_4
v_3	1	0
v_4	0	1

$D_3 = (V_3, X_3), V_3 = \{v_3\}$

$A(D_3) =$

	v_3
v_3	0

D_3 :



$S_4(D) =$

	v_4
v_4	1

(7)

$D_4 = (V_4, X_4), V_4 = \{v_4\}$

$A(D_4) =$

	v_4
v_4	0

D_4 :

Матрица контуров:

$$K(D) = A(D)\&S(D) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (8)$$

2. Используя алгоритм Терри, определить замкнутый маршрут, проходящий ровно по два раза (по одному в каждом направлении) через каждое ребро графа.

<u>Решение.</u>

Для решения этой задачи действуем в соответствии с алгоритмом Тэрри. Для реализации алгоритма помечаем первые заходящие в вершины ребра крестиками, которые наносим на ребрах ближе к той вершине в которую в первый раз заходим, а также указываем направления прохождения ребер и последовательность прохождения ребер. Алгоритм дает следующий возможный маршрут:

$$v_1v_2v_3v_5v_4v_3v_4v_2v_4v_1v_4v_5v_3v_2v_1$$