

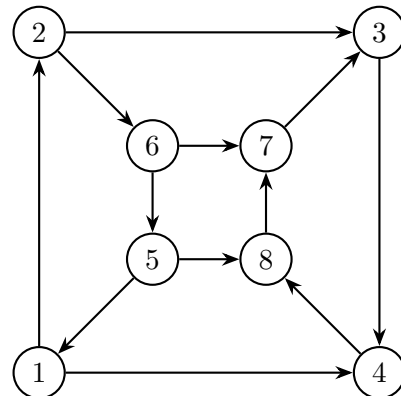
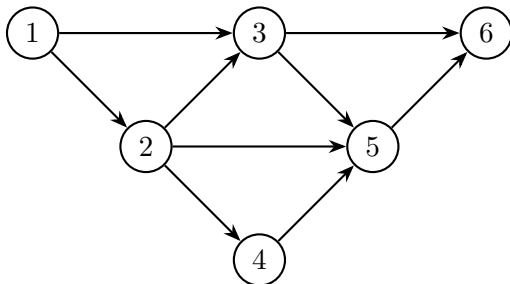
# Algorytmy optymalizacji dyskretnej 2022/23

## LISTA 0

Zadania na tej liście zaczerpnięte są z podręczników [AMO93, DPV06].

**Zadanie 1.** ( $\hookrightarrow$  patrz np. rozdział 2.2 i 2.3 w [AMO93] oraz rozdział 3 w [DPV06])

- (a) Przypomnij podstawowe pojęcia związane z grafami nieskierowanymi i skierowanymi, takie jak: *graf prosty*, *multigraf*, *graf spójny / silnie spójny*, *silnie spójne składowe*, *stopień wierzchołka*, *graf ważony (graf z wagami)*, *ścieżka*, *cykl*, *graf acykliczny*, *drzewo*, *drzewo rozpinające*, *graf dwudzielny*. Odpowiedzi zilustruj prostymi przykładami.
- (b) Dla poniższych grafów odpowiedz na następujące pytania (odpowiedzi uzasadnij).
1. Wyznacz stopień wejściowy (*indegree*) i wyjściowy (*outdegree*) każdego z wierzchołków.
  2. Czy grafy są acykliczne?
  3. Czy grafy są silnie spójne? Jeśli nie, to wyznacz silnie spójne składowe.
  4. Jak zmieni się odpowiedź na pytanie 3. dla pierwszego grafu (graf po lewej), jeśli dodamy do niego krawędź  $(6, 1)$ ?
  5. Czy grafy są dwudzielne?
  6. Podaj przykład drzewa rozpinającego dla każdego z grafów.

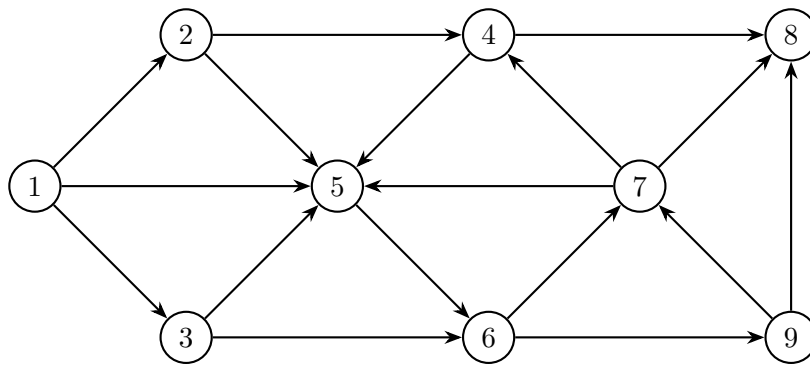


**Zadanie 2.** ( $\hookrightarrow$  patrz np. rozdział 2.2 i 2.3 w [AMO93] oraz rozdział 3 w [DPV06])

- (a) Krótko przedstaw następujące podstawowe sposoby reprezentacji grafów: (i) *macierz incydencji*, (ii) *macierz sąsiedztwa*, (iii) *listy sąsiedztwa*. Scharakteryzuj ich złożoność pamięciową oraz złożoność czasową podstawowych operacji. Jakie są ich wady i zalety?
- (b) Opisz grafy z poprzedniego zadania przy użyciu każdej z powyższych reprezentacji.

**Zadanie 3.** ( $\hookrightarrow$  patrz np. rozdział 3.4 w [AMO93] oraz rozdziały 3.2, 3.3 i 4.2 w [DPV06])

- (a) Przedstaw zwięźle algorytmy przeszukiwania grafów wgłąb (DFS, *depth-first search*) oraz wszerz (BFS, *breadth-first search*).
- (b) Dla poniższego grafu i wierzchołka początkowego  $s = 1$  przedstaw działanie obu algorytmów, tj. podaj kolejność, w której wierzchołki są odwiedzane, oraz wyznaczone przez nie drzewa przeszukiwania (*DFS tree*, *BFS tree*).
- ★ (c) Czy poniższy graf jest acykliczny? Jeśli nie, to jaka jest minimalna liczba krawędzi, którą należy usunąć, żeby otrzymać graf acykliczny?
- ★ (d) Wyznacz porządek topologiczny wierzchołków w grafie otrzymanym w punkcie (c). Czy jest on określony jednoznacznie?



## Literatura

- [AMO93] Ravindra K. Ahuja, Thomas L. Magnanti, and James B. Orlin. *Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications*. Prentice-Hall, Inc., USA, 1993.
- [DPV06] Sanjoy Dasgupta, Christos H. Papadimitriou, and Umesh Vazirani. *Algorithms*. McGraw-Hill, Inc., USA, 1st edition, 2006.