

Analiza matematyczna 1

Lista zadań nr 5 (Funkcje potęgowe, wykładnicze, logarytmiczne, trygonometryczne i odwrotne do trygonometrycznych)

- Korzystając z wykresu funkcji $y = \sin x$ naszkicować wykresy funkcji:
a) $y = \sin 3x$; b) $y = \sin \frac{x}{2}$; c) $y = \sin \left(x + \frac{\pi}{5}\right)$;
d) $y = 1 + \sin x$; e) $y = \frac{1}{2} \sin x - 1$; f) $y = \sin \left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.
- Narysować wykresy funkcji:
a) $y = |\cos x|$; b) $y = \sin x - 2|\sin x|$; c) $y = |\tan x| \cot x$; d) $y = \frac{|\sin 2x|}{\cos x}$.
- Korzystając z wykresu funkcji $y = e^x$ naszkicować wykresy funkcji:
a) $y = e^{-x}$; b) $y = e^{x+1}$; c) $y = 2e^x$;
d) $y = 1 + e^x$; e) $y = 2 - e^x$; f) $y = |e^x - 1|$.
- Korzystając z wykresu funkcji $y = \log_2 x$ naszkicować wykresy funkcji:
a) $y = \log_2 -x$; b) $y = \log_2 x + 2$; c) $y = \log_2 2x$;
d) $y = \log_2 \frac{2}{x}$; e) $y = \log_2 x^2$; f) $y = \log_2 \sqrt{x}$.
- Korzystając z własności logarytmów obliczyć:
a) $\log 20 + \log 50$; b) $\log_2 4^7$; c) $\log_4 \sqrt[4]{128}$;
d) $\frac{\log_5 256 - \log_5 16}{\log_5 8 - \log_5 2}$; e) $2 \log_a 9 + \log_a \frac{1}{9} - 2 \log_a 3$; f) $5 \log_3 6 - 2 \log_3 4 - \log_3 18$.
- Rozwiązać równania lub nierówności:
a) $2^{x+2} = 3^{2x+1}$; b) $2e^x - 5 \cdot e^{-x} = 9$; c) $5^x \cdot 2^{x+1} \leq 5^{2x} \cdot 2^{2x}$; d) $e^x - e^{-x} > 2$.
- Rozwiązać równania:
a) $\sin^2 x + \cos x \sin x = 0$; b) $\sin x - 2 = \cos 2x$; c) $\cos 4x = 2 - 3 \sin 2x$;
d) $\sin^3 x - 4 \sin^2 x - \sin x = -4$; e) $\operatorname{tg}^2 x - 2 \operatorname{tg} x + 1 = 0$; f) $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg} 3x$.
- Obliczyć wartości podanych funkcji cyklometrycznych:
 $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\arccos \left(-\frac{1}{2}\right)$, $\operatorname{arctg}(-1)$, $\operatorname{arcctg} \sqrt{3}$.
- Znaleźć funkcje odwrotne do podanych funkcji na zadanych przedziałach:
a) $f(x) = \sin x$, $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$; b) $f(x) = \cos x$, $x \in [2\pi, 3\pi]$;
c) $f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right]$; b) $f(x) = \operatorname{ctg} x$, $x \in (\pi, 2\pi)$.
- Wyznaczyć dziedziny naturalne funkcji:
a) $f(x) = \arcsin(2x + 1)$; b) $f(x) = \arccos \left(x^2 + \frac{3}{4}\right)$; c) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x+1}$; d) $f(x) = \operatorname{arcctg} 2^x$.