

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

ZOBRAZOVANIE VIACROZMERNÝCH FUNKCIÍ NA
GPU

DIPLOMOVÁ PRÁCA

2025
BC. ADRIÁN KOCIFAJ

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

ZOBRAZOVANIE VIACROZMERNÝCH FUNKCIÍ NA
GPU

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program: Aplikovaná informatika
Študijný odbor: Informatika
Školiace pracovisko: Katedra aplikovej informatiky
Školiteľ: Mgr. Andrej Mihálik, PhD.

Bratislava, 2025
Bc. Adrián Kocifaj



27715768

Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Adrián Kocifaj

Študijný program: aplikovaná informatika (Jednoodborové štúdium,
magisterský II. st., denná forma)

Študijný odbor: informatika

Typ záverečnej práce: diplomová

Jazyk záverečnej práce: slovenský

Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Zobrazovanie viacozmerných funkcií na GPU.
Multidimensional data rendering.

Anotácia: Nie je jednoduché zobraziť objekty v priestore s dimensiou viac ako 3. Keď však uvážime pevný 3D objekt, tak okrem rozmerov v 3D priestore, vykazuje jeho vzhlad aj ďalšie atribúty ako je napríklad farba alebo prieľadnosť. S použitím volumetrického zobrazovania by sa takto dal priestor rozšíriť za hranicu 3D.

Ciel: Vytvoriť rozhranie na vizualizáciu viacozmerného priestoru pomocou volumetrického zobrazovania.

Literatúra: Alan Norton, Generation and Display of Geometric Fractals in 3-D, ACM SIGGRAPH Computer Graphics, vol. 16, no. 3, pp. 61–67, 1982.

Vedúci: Mgr. Andrej Mihálik, PhD.

Katedra: FMFI.KAI - Katedra aplikovej informatiky

Vedúci katedry: doc. RNDr. Tatiana Jajcayová, PhD.

Dátum zadania: 04.11.2024

Dátum schválenia: 08.11.2024

prof. RNDr. Roman Ďuríkovič, PhD.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Poděkovanie: Predovšetkým musím spomenúť svojho školiteľa, pána Mgr. Andreja Mihálika, PhD., ktorému džakujem za vytvorenie témy a za odborné vedenie počas celého procesu.

Abstrakt

Nie je jednoduché zobraziť viacrozmerné objekty, pretože ľudské vnímanie je obmedzené na priestorové videnie. Táto práca sa zaoberá vizualizáciou viacrozmerných funkcií do priestoru, pre vyššie dimenzie funkcií využíva iné vlastnosti, ako sú farba a prieľadnosť. V práci sa zaoberáme vizualizáciou volumetrických dát rôznymi technikami, ich výpočtová zložitosť a pridané dimenzie vyžadujú použitie paralelizmu grafických kariet. Navrhli a implementovali sme interaktívny softvérový systém, ktorý umožňuje toto zobrazenie v reálnom čase. Systém poskytuje používateľovi možnosť skúmať viacrozmerné funkcie, analyzovať ich štruktúru a správanie.

Kľúčové slová: viacrozmerné funkcie, vizualizácia dát, volumetrické zobrazovanie, voxel, oktálový strom

Abstract

It is not easy to display multidimensional objects because human perception is limited to spatial vision. This work deals with the visualization of multidimensional functions into space, for higher dimensions, it uses other properties such as color and transparency. In this thesis we deal with the visualization of volumetric data using different techniques, their computational complexity and added dimensions require the use of graphics card parallelism. We have designed and implemented an interactive software system that enables this visualization in real time. The system provides the user with the ability to explore multidimensional functions, analyzing their structure and behavior.

Keywords: multidimensional functions, data visualization, volumetric rendering, voxel, octree

Obsah

Úvod	1
1 Východiská	3
1.1 Úvod do problematiky	3
1.2 Funkcie	4
1.2.1 Viacrozmerné funkcie	4
1.3 Volumetrické zobrazovanie	4
1.3.1 Voxel	5
1.3.2 Reprezentácia dát	5
1.3.3 Prechod priestorom	5
1.3.4 Techniky	7
1.4 Prienik lúča a ohraničujúceho kvádra	7
1.5 Kamera v priestore	8
1.6 Transparentnosť nezávislá od poradia	9
1.6.1 Weighted Blended Order-Independent Transparency	9
1.7 Zobrazovací kanál	10
1.7.1 OpenGL	10
1.7.2 Vulkan	12
1.7.3 DirectX	13
2 Návrh	15
2.1 Výber technológie	15
2.1.1 Knižnice	15
2.2 Vytvorenie a konfigurácia projektu	15
2.3 Architektúra aplikácie	15

2.3.1	Diagramy	15
2.4	Používateľské rozhranie	15
2.4.1	Spracovanie používateľského vstupu	15
2.5	Manipulácia s dátami	15
3	Implementácia	17
3.1	Pohyb v scéne	17
3.2	Používateľské rozhranie	17
3.2.1	Vstupy	17
3.2.2	Nastavenia	17
3.2.3	Dizajn	17
3.3	Ukladanie obrázkov	17
3.4	Optimalizácie	17
3.4.1	Pamäť	17
3.4.2	Výpočty	17
4	Výskum	19
4.1	Redukcia dimenzie pomocou 3D rezov	19
4.2	Vizualizácia štvrtnej dimenzie farbou	20
4.3	Zobrazovaná funkcia	20
4.4	Štruktúra voxelovej mriežky	20
4.5	Časová zložitosť prechodu lúča	21
4.5.1	Vplyv počtu rezov na komplexitu	21
4.6	Ukážka zobrazenia štvrtnej dimenzie ako farby	21
5	Výsledky	23
5.1	Testovacie scénare	23
5.2	Merania	23
5.3	Porovnanie zobrazovacích techník	23
5.4	Vizuálne výsledky	23
6	Diskusia	25
6.1	Výzvy a obmedzenia	25
6.2	Rozšírenia a budúce vylepšenia	25

6.3 Využitia aplikácie	25
Záver	27
Príloha A	31

Zoznam obrázkov

1.1	Vizualizácia delenia priestoru pomocou oktálového stromu [7].	6
1.2	OpenGL zobrazovací kanál	12
4.1	Gyroidná funkcia, samostatné rezy štvrtnej dimenzie $w = 0.0$ a $w = 0.1$. Farebné odlišenie zodpovedá hodnote štvrtej dimenzie.	22
4.2	Gyroidná funkcia, zobrazenie kombinovaných rezov štvrtjej dimenzie $w = 0.0$ a $w = 0.1$. Akumulácia farieb umožňuje vizualizovať príchod funkcie naprieč dimensiou w	22

Zoznam tabuliek

Úvod

Kapitola 1

Východiská

1.1 Úvod do problematiky

Zobrazovanie rôznych typov dát a matematických objektov patrí medzi základné úlohy počítačovej grafiky. Bežné grafické systémy nám umožňujú pracovať s dvojrozmernými a trojrozmernými objektmi, ktoré človek dokáže intuitívne spracovať.

Problemy nastávajú, keď sa presunieme na vyšší počet dimenzií. Tento prechod prináša nasledujúce výzvy:

- **Ľudská percepcia** – Ľudské oko a mozog sú prispôsobené vnímať iba trojrozmerný priestor. Zobrazenie vyšších dimenzií rovnakým spôsobom nie je možné. Vyžaduje sa interpretácia dodatočných dimenzií pomocou iných vizuálnych atribútov, ako sú farba, jas, priehľadnosť a podobne.
- **Výpočtová zložitosť** – S rastúcim počtom dimenzií rastie výpočtová zložitosť exponenciálne. Na zachovanie interaktivity vizualizácie je nutné využiť najnovšie softvérové a hardvérové postupy. Najlepším súčasným riešením sú grafické karty, ktoré dokážu nezávisle spúštať milióny paralelných výpočtov.
- **Pamäťová zložitosť** – Podobne ako výpočtová zložitosť, aj pamäťová zložitosť rastie exponenciálne. Z tohto dôvodu je nevyhnutné využiť efektívne dátové štruktúry a techniky kompresie.

Dôležitú úlohu zohráva finálna interpretácia výsledkov. Neexistuje jedno správne zobrazenie a rôzne techniky môžu zdôrazňovať odlišné vlastnosti dát. Finálna vizu-

alizácia si vyžaduje správne zvolenie vizualizačnej techniky, interpretácie výsledkov a optimalizačných metód.

1.2 Funkcie

Funkcia alebo zobrazenie z množiny A do množiny B je pravidlo, ktoré každému prvku $x \in A$ priraďuje presne jeden prvok $y \in B$, formálne zapisujeme

$$f : A \rightarrow B.$$

Tento prvok y sa nazýva hodnota funkcie f v bode x a zapisuje sa

$$y = f(x).$$

Množina A sa nazýva definičný obor funkcie a označuje sa $D(f)$. Množina všetkých hodnôt $f(x)$ pre $x \in A$ sa nazýva obor hodnôt funkcie a označuje sa $H(f)$.

1.2.1 Viacozmerné funkcie

Viacozmerná funkcia je funkcia, ktorej definičný obor tvorí množina vektorov

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n.$$

Hodnota funkcie môže byť buď reálne číslo alebo vektor

$$y \in \mathbb{R},$$

$$y = (y_1, \dots, y_m) \in \mathbb{R}^m.$$

Formálne zapisujeme

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m, \quad x \mapsto f(x).$$

Viacozmerné funkcie sú prirodzeným rozšírením jednorozmerných funkcií, kde namiesto jednotlivých čísel môžeme pracovať s vektormi ako vstupmi a výstupmi.

1.3 Volumetrické zobrazovanie

Na rozdiel od povrchového zobrazovania, kde sú objekty reprezentované len svojím vonkajším obalom pomocou polygónov, sa volumetrické zobrazovanie odlišuje tým, že nepracuje len s hranicami telies, ale zobrazuje aj vnútorné dátá objektov [3].

1.3.1 Voxel

Základným prvkom 2D grafiky je pixel a jeho ekvivalentom v priestorovej grafike je voxel. Voxel predstavuje najmenšiu rozlíšiteľnú časť objemových dát v priestore [3].

Každý voxel nesie informáciu o svojej pozícii v priestore so súradnicami (x, y, z) . Ďalej môže obsahovať ľubovoľne zvolené atribúty, ako sú napríklad priehľadnosť, farba a podobne.

1.3.2 Reprezentácia dát

Pravidelná mriežka

Najjednoduchším spôsobom uloženia je trojrozmerné pole. Dáta sú organizované lineárne, čo umožňuje priamy prístup k hodnotám. Použitím trojrozmerného poľa sú súradnice voxelov definované priamo indexmi poľa.

Výhodou tohto prístupu je jednoduchá implementácia, zatiaľ čo nevýhodou je vysoká pamäťová náročnosť, keďže ukladanie prázdnego priestoru je neefektívne.

Oktálový strom

Pre dátá, kde veľkú časť objemu tvorí prázdný priestor, je efektívne použiť hierarchickú dátovú štruktúru – oktálový strom. Priestor sa rekurzívne delí na osem podriadených oktantov. Delenie pokračuje, kým sa nedosiahne úroveň samostatného voxelu alebo kým nie je oktant homogénny [6].

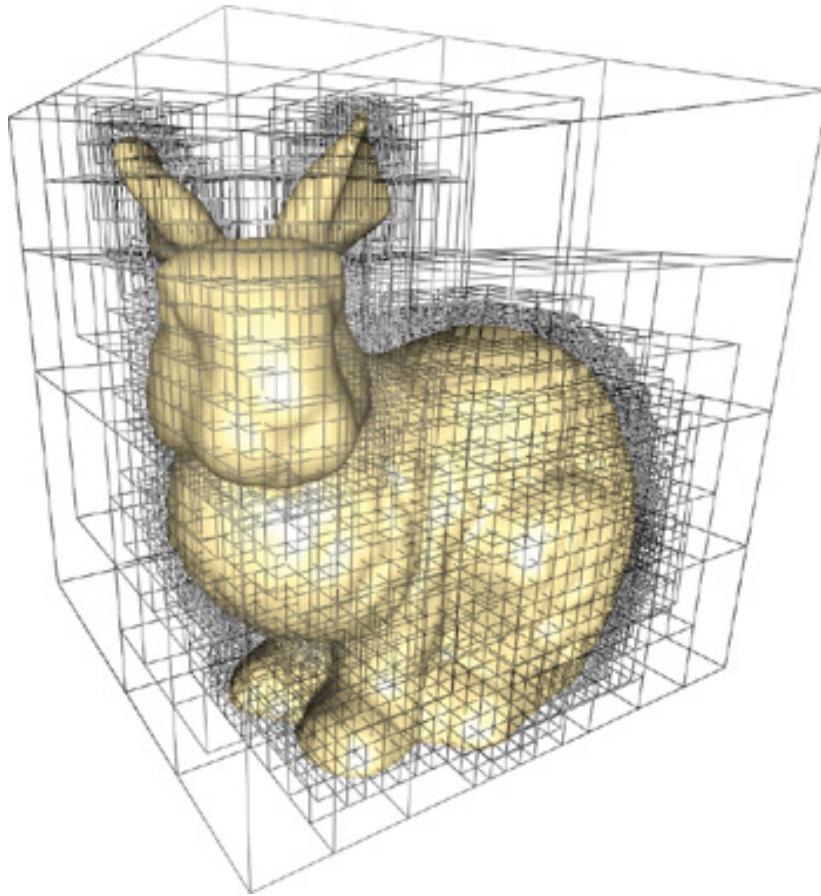
Táto štruktúra umožňuje preskočiť veľké oblasti prázdnego priestoru, čím výrazne urýchľuje výpočet prechodu štruktúrou a šetrí pamäť.

1.3.3 Prechod priestorom

Pri zobrazovaní metódou sledovania lúčov je nutné efektívne nájsť prienik lúča s voxelmi. Naivné vzorkovanie s konštantným krokom môže byť pomalé alebo nepresné, pričom často vznikajú vizuálne artefakty.

Prechod pravidelnou mriežkou

Fast Voxel Traversal Algorithm je štandardná technika používaná pri prechode lúča pravidelnou mriežkou. Ide o rozšírenie algoritmu DDA (*Digital Differential Analyzer*)



Obr. 1.1: Vizualizácia delenia priestoru pomocou oktálového stromu [7].

do trojrozmerného priestoru [1].

Princíp spočíva v inkrementálnom posune lúča z jedného voxelu do susedného. Algoritmus pre efektivitu udržiava pre každú os x, y a z dve kľúčové premenné:

- t_{max} – aktuálna hodnota parametra t , pri ktorej lúč pretne najbližšiu hranicu voxelu v danej osi.
- t_{delta} – konštantná hodnota, o ktorú sa zvýší parameter t pri prechode cez celý voxel v danej osi.

V každom kroku algoritmus porovnáva hodnoty $t_{maxX}, t_{maxY}, t_{maxZ}$ a vyberie os s minimálnou hodnotou. Následne posunie index voxelu v tomto smere a inkrementuje príslušné t_{max} o hodnotu t_{delta} . Tým je zaručené, že lúč navštívi každý pretínaný voxel v správnom poradí bez vynechania alebo duplicity [1].

Prechod oktálovým stromom

Na rozdiel od pravidelnej mriežky s konštantným krokom vyžaduje oktálový strom adaptívny prístup. Najčastejšie sa využíva parametrický algoritmus od autorov *J. Revelles, C. Urena, M. Lastra*.

Princíp algoritmu spočíva v tom, že poradie návštevy oktantov daného uzlu je vopred určené smerom lúča. Algoritmus na základe parametrického vyjadrenia lúča efektívne identifikuje, ktorými uzlami lúč skutočne prechádza. Toto umožňuje rýchlo preskakovať prázdne oblasti stromu bez zbytočných výpočtov, čo je kľúčové pre zachovanie vysokého výkonu na grafickej karte [9].

1.3.4 Techniky

Raycasting

Raycasting je technika priameho volumetrického zobrazovania, ktorá premietá troj-rozmerné objemové dátá do dvojrozmerného obrazu. Pre každý pixel sa vysiela lúč z kamery a ten pri prechode objemom postupne vzorkuje dátá, tie sa skomponujú do výslednej farby pixelu [8].

Spracovanie jedného lúča je popísané v nasledujúcich krokoch:

- **Generovanie lúča** – Pre každý pixel sa vytvorí lúč podľa polohy kamery. Tento lúč určuje, ktorou časťou objemu sa bude prechádzať.
- **Vzorkovanie** – Lúč postupne prechádza objemom a vyberá hodnoty dát.
- **Klasifikácia** – Zo vzorkovaných hodnôt sa určia vizuálne vlastnosti, napríklad farba a prieľadnosť.
- **Kompozícia** – Vzorky pozdĺž lúča sa spájajú do jednej výslednej farby pixelu.

1.4 Prienik lúča a ohraničujúceho kvádra

Pri vykresľovaní objemových dát alebo zložitých scén je výpočtovo nákladné testovať každý bod priestoru. Preto sa často využíva test prieniku lúča s ohraničujúcim kvádom zarovnaným podľa osí súradnicového systému AABB (*Axis-Aligned Bounding Box*).

Kváder je definovaný dvoma bodmi, minimálnym rohom \mathbf{b}_{min} a maximálnym rohom \mathbf{b}_{max} . Ak lúč nepretne ohraničujúci box, môžeme ignorovať všetky výpočty vo vnútri tohto objemu [10].

1.5 Kamera v priestore

V priestore je kamera reprezentovaná svojou pozíciou a trojicou ortogonálnych smerových vektorov — *front*, *up* a *right*. Tieto vektori určujú orientáciu kamery, teda smer pohľadu, smer nahor a smer doprava. Spolu vytvárajú lokálny súradnicový systém kamery, ktorý slúži pri generovaní lúčov aj pri transformácii súradníc objektov medzi priestormi.

Ovládanie orientácie kamery sa realizuje pomocou Eulerových uhlov [2]:

- **yaw** — rotácia okolo vertikálnej osi, ktorá mení smer, kam sa kamera otáča doľava alebo doprava,
- **pitch** — rotácia okolo horizontálnej osi, určujúca smer pohľadu nahor alebo nadol,
- **roll** — rotácia okolo osi lúča, ktorá ovplyvňuje náklon obrazu.

Na základe týchto uhlov je možné vypočítať smerový vektor pohľadu \mathbf{d}_{front} , kde ψ reprezentuje *yaw* a θ reprezentuje *pitch* v radiánoch:

$$\mathbf{d}_{front} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) \cdot \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ \sin(\psi) \cdot \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Vektor smerujúci doprava \mathbf{d}_{right} získame vektorovým súčinom vektora pohľadu a globálneho vektora nahor:

$$\mathbf{d}_{right} = \frac{\mathbf{d}_{front} \times \mathbf{d}_{world_up}}{\|\mathbf{d}_{front} \times \mathbf{d}_{world_up}\|} \quad (1.2)$$

Finálny vektor smerujúci nahor vzhľadom na orientáciu kamery vypočítame:

$$\mathbf{d}_{up} = \frac{\mathbf{d}_{right} \times \mathbf{d}_{front}}{\|\mathbf{d}_{right} \times \mathbf{d}_{front}\|} \quad (1.3)$$

1.6 Transparentnosť nezávislá od poradia

Korektné vykreslovanie polopriehľadných objektov predstavuje v počítačovej grafike netriviálny problém. Pri štandardnom prístupe, známom ako *alpha blending*, je výsledná farba pixelu závislá od poradia, v akom sú fragmenty spracované. Pre správny výsledok je potrebné, aby boli transparentné objekty vykreslované v poradí od najvzdialenejších po najbližšie k pozorovateľovi.

Štandardný vzťah pre kompozíciu farieb je:

$$C_{out} = \alpha_{src} C_{src} + (1 - \alpha_{src}) C_{dst},$$

kde:

- C_{src} — farba práve spracovávaného fragmentu,
- α_{src} — priehľadnosť práve spracovávaného fragmentu,
- C_{dst} — aktuálna farba fragmentov ktoré už boli spracované,
- C_{out} — výsledná farba.

Kedže operácia nie je komutatívna, výsledná farba závisí od poradia spracovania fragmentov. Triedenie transparentných objektov je výpočtovo náročné a v prípade vzájomne sa pretínajúcich objektov aj problematické.

1.6.1 Weighted Blended Order-Independent Transparency

Jednou z najefektívnejších moderných metód je technika *Weighted Blended Order-Independent Transparency*, ktorú predstavili autori M. McGuire a L. Bavoil. Na rozdiel od presných metód, ktoré ukladajú všetky fragmenty do zoznamov, toto je aproximačná metóda. Jej hlavnou výhodou je vysoká rýchlosť, čo ju robí vhodnou pre použitie v reálnom čase [5].

Princíp metódy

Každý fragment prispieva do dvoch akumulátorov a do *revealage* textúry podľa vzorcov:

$$C_{acc} += C_i \alpha_i w_i,$$

$$A_{\text{acc}} += \alpha_i w_i,$$

$$R \times= (1 - \alpha_i).$$

Kde jednotlivé veličiny znamenajú:

- C_i – farba práve spracovávaného fragmentu,
- α_i – opacita práve spracovávaného fragmentu,
- w_i – váha práve spracovávaného fragmentu,
- C_{acc} – akumulovaná vážená farba všetkých fragmentov,
- A_{acc} – akumulovaný súčet váh všetkých fragmentov,
- R – celková priepustnosť.

Výpočet výslednej farby

Po akumulácii všetkých fragmentov sa rekonštruuje výsledná farba a priehľadnosť:

$$C_{\text{transp}} = \frac{C_{\text{acc}}}{A_{\text{acc}} + \varepsilon}, \quad \alpha_{\text{transp}} = 1 - R,$$

kde ε je malá konštanta zabráňujúca deleniu nulou.

1.7 Zobrazovací kanál

Zobrazovací kanál, po anglicky známy ako *rendering pipeline*, je základný proces v počítačovej grafike, ktorý zabezpečuje transformáciu 3D scén na 2D obrazy. Tento proces zahŕňa niekoľko etáp, ktoré postupne spracúvajú geometrické dátá, materiálové vlastnosti a ďalšie informácie. Konkrétnie etapy a ich poradie sa môžu lísiť v závislosti od použitého softvéru a zvoleného spôsobu zobrazovania.

1.7.1 OpenGL

OpenGL je štandardizované rozhranie API (*Application Programming Interface*) pre 2D a 3D grafiku, ktoré umožňuje vývojárom na rôznych platformách vytvárať graficky náročné aplikácie. Využíva sa v mnohých odvetviach, ako sú vývoj hier, virtuálna realita, CAD systémy a vizualizácia vedeckých dát.

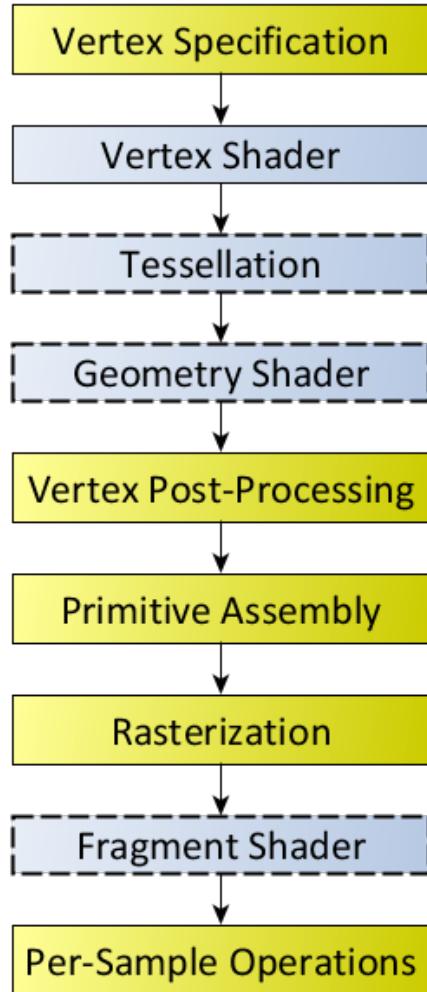
Hlavnou výhodou je schopnosť priamej spolupráce s grafickými kartami a využívanie ich akceleračných funkcií, čo umožňuje dosiahnuť vyšší výkon [4]. OpenGL zobrazovací kanál a jeho jednotlivé etapy možno vidieť na obrázku 1.2.

Shader programy

V OpenGL sú shader programy neoddeliteľnou súčasťou zobrazovacieho procesu. Sú to programy napísané v jazyku GLSL (*OpenGL Shading Language*), ktoré umožňujú priamu manipuláciu s grafikou na hardvérovej úrovni [4]. Existujú rôzne typy shader programov, pričom každý je zameraný na špecifickú fázu vykresľovacieho procesu:

- **Vertex shader** sa zaoberá spracovaním jednotlivých vrcholov a vykonáva transformácie vrcholov do priestoru po projekcii, môže byť použitý aj pre iné operácie s vrcholmi, ktoré pokračujú do ďalších etáp.
- **Tessellation shader** umožňuje vytvárať vyšší stupeň detailov na geometrických tvaroch bez potreby zvyšovania počtu vrcholov v pôvodnom modeli, a to pomocou rozdeľovania vrcholových dát na menšie primitíva.
- **Geometry shader** umožňuje spracovanie celej primitívy, ako sú trojuholníky alebo čiary, môže zmeniť počet a tvar primitív alebo generovať novú geometriu.
- **Fragment shader** je kľúčový pri vizualizácii finálneho obrazu, pretože na pixellovej úrovni manipuluje s jednotlivými fragmentami a ich vlastnosťami, ako sú farba a hĺbka. Každý fragment je spracovaný osobitne a nezávisle od ostatných, čo umožňuje vysokú úroveň paraleлизácie.
- **Compute shader** je špeciálny typ shader programu v OpenGL, ktorý sa používa výhradne na výpočty nezávislé od tradičného renderovania grafiky. Tento shader program je ideálnym nástrojom pre komplexné vedecké výpočty, vďaka jeho efektívному spracovaniu dát a rýchlym výpočtom.

Uniformné premenné sú dôležitým prvkom shader programov, ktoré umožňujú prenos konštantných hodnôt z CPU do GPU. Tieto premenné sú definované v shader kóde a ich hodnoty zostávajú nemenné počas vykonávania shader programu pre všetky



Obr. 1.2: OpenGL zobrazovací kanál [7].

spracovávané vrcholy alebo fragmenty. Uniformné premenné sa často používajú na prenos maticových transformácií, svetelných parametrov alebo iných globálnych stavových informácií, ktoré sú potrebné na vykreslenie scény.

Proces presunu uniformných premenných z CPU do GPU zahŕňa niekoľko krokov, ako je získavanie lokácií uniformných premenných a nastavenie premenných. Tento proces umožňuje efektívne riadenie zobrazovacieho kanála a dynamické aktualizovanie parametrov renderovania bez potreby prerušovania práce GPU [4].

1.7.2 Vulkan

Vulkan je nízkoúrovňové API pre grafiku, ktoré poskytuje väčšiu kontrolu nad hardvérovými zdrojmi v porovnaní s OpenGL. Táto kontrola umožňuje vývojárom optimali-

zovať výkon a efektívnejšie spravovať pamäť, čo je kritické pre vysoko náročné grafické aplikácie. Vulkan podporuje širokú škálu platforiem, ako sú Windows, Linux a Android, čo z neho robí ideálne riešenie pre multiplatformový vývoj.

1.7.3 DirectX

DirectX je súbor API od Microsoftu, ktorý sa využíva na vývoj multimedialných aplikácií, najmä hier, na platformách Windows. Obsahuje rôzne komponenty, z ktorých najznámejším je Direct3D pre 3D grafiku. Direct3D je špecificky navrhnutý pre optimalizáciu na systémoch Windows a poskytuje vývojárom kontrolu nad hardvérovými zdrojmi. Táto nízkoúrovňová kontrola umožňuje zlepšenie výkonu, ale zároveň zvyšuje jeho náročnosť.

Kapitola 2

Návrh

2.1 Výber technológie

2.1.1 Knižnice

2.2 Vytvorenie a konfigurácia projektu

2.3 Architektúra aplikácie

2.3.1 Diagramy

2.4 Používateľské rozhranie

2.4.1 Spracovanie používateľského vstupu

2.5 Manipulácia s dátami

Kapitola 3

Implementácia

3.1 Pohyb v scéne

3.2 Používateľské rozhranie

3.2.1 Vstupy

3.2.2 Nastavenia

3.2.3 Dizajn

3.3 Ukladanie obrázkov

3.4 Optimalizácie

3.4.1 Pamäť

3.4.2 Výpočty

Kapitola 4

Výskum

Táto kapitola sa venuje preskúmaniu metód a prístupov k vizualizácii štvorozmerných dátových štruktúr pomocou troch rozmerov a ďalších atribútov. Je potrebné definovať postupy, ktoré umožňujú reprezentovať štvrtú dimenziu tak, aby bola zobraziteľná a interpretovateľná v klasickom 3D prostredí.

Zatial čo trojrozmerné dáta sú priamo podporované grafickými API aj grafickým hardvérom, priestor s rozmerosťou vyššou ako tri nemá priamu reprezentáciu

4.1 Redukcia dimenzie pomocou 3D rezov

Aby bolo možné pracovať s 4D funkciou v 3D grafickom prostredí, používa sa redukcia dimenzie založená na vytváraní diskrétnych 3D rezov pozdĺž štvrtej dimenzie. Nech je daná implicitná funkcia

$$f(x, y, z, w) = 0.$$

Vyberie sa množina diskrétnych hodnôt $\{w_i\}$, pre ktoré sa definujú trojrozmerné volumetrické rezy:

$$V_i(x, y, z) = f(x, y, z, w_i).$$

Každý rez predstavuje 3D objemový dataset, ktorý možno uložiť do klasickej 3D textúry. Tým vzniká množina 3D volumetrických prierezov štvordimenzionálneho objektu. Tieto rezy spolu vytvárajú aproximáciu 4D štruktúry, pričom hustota rezov (teda počet zvolených hodnôt w_i) určuje kvalitu aproximácie.

4.2 Vizualizácia štvrtej dimenzie farbou

Kedže raycasting prebieha v 3D, štvrtá dimenzia nie je zastúpená geometricky, ale vizuálne. Každému rezu w_i možno priradiť farbu C_i , ktorá sa použije pri akumulácii farby lúča.

Čím sa lúč pohybuje cez voxel, ktorý patrí do rezu w_i , tým pridáva do výslednej farby príslušnú farebnú zložku. Výsledkom je farbami kódovaná reprezentácia štvrtej dimenzie – tá sice nie je geometricky prítomná, ale jej hodnota ovplyvňuje výsledný vizuálny výstup. Umožňuje to získať intuitívny obraz o tom, ako sa štvordimenzionálny objekt mení naprieč dimensiou w .

4.3 Zobrazovaná funkcia

Ako modelová funkcia bola zvolená:

$$g(x, y, z, w) = \sin(x + w) \cos(y) + \sin(y) \cos(z) \tan(z + w) + \sin(z + w) \cos(x).$$

4.4 Štruktúra voxelovej mriežky

Reprezentácia trojrozmerného priestoru pomocou voxelovej mriežky patrí medzi najjednoduchšie a najpriamejšie spôsoby ukladania objemových dát. V našom prípade ide o reprezentáciu jedného 3D rezu štvordimenzionálnej funkcie, pričom každý voxel predstavuje binárnu hodnotu — je buď súčasťou, alebo nie. Takáto reprezentácia je nielen pamäťovo úsporná, ale aj vhodná pre rýchle algoritmy prechodu lúča.

Nech má voxelová sieť rozlíšenie $N \times N \times N$. Ukladanie jedného voxelu do jediného bitu znamená, že na reprezentáciu jedného rezu je potrebných

$$N^3 \text{ bitov} = \frac{N^3}{8} \text{ bajtov.}$$

Pri S rezoch pozdĺž štvrtej dimenzie je celková pamäťová náročnosť

$$M = S \cdot \frac{N^3}{8}.$$

Tento prístup umožňuje praktické využitie hustých 3D štruktúr aj pri relatívne vysokých rozlíšeniach. Napríklad pri $N = 256$ a $S = 32$ zabera celý dataset približne 67 MB.

4.5 Časová zložitosť prechodu lúča

Raycasting vo voxelovej mriežke je založený na prieniku lúča cez jednotlivé voxely. V našom prípade sa využíva *Fast Voxel Traversal Algorithm*.

Časová zložitosť jedného prechodu lúča je

$$O(K),$$

kde K predstavuje počet voxelov, ktoré lúč prejde. Tento počet závisí od uhla dopadu lúča, polohy kamery a dĺžky úseku, ktorý prechádza scénou. Vo všeobecnosti však platí

$$K = O(N),$$

protože lúč typicky prejde približne N voxelov pozdĺž jednej osi.

Pri rozlíšení obrazovky $W \times H$ je celková zložitosť renderovania jedného frame:

$$O(WHN).$$

4.5.1 Vplyv počtu rezov na komplexitu

Pre každý voxel sa v najhoršom prípade kontroluje všetkých S rezov (protože je potrebné zistiť, či je voxel aktívny pre hodnotu w_i). Preto je teoretická horná hranica:

$$O(WHNS).$$

V praxi však platí, že zreteľná časť lúčov skončí skôr vďaka skorej terminácii lúča.

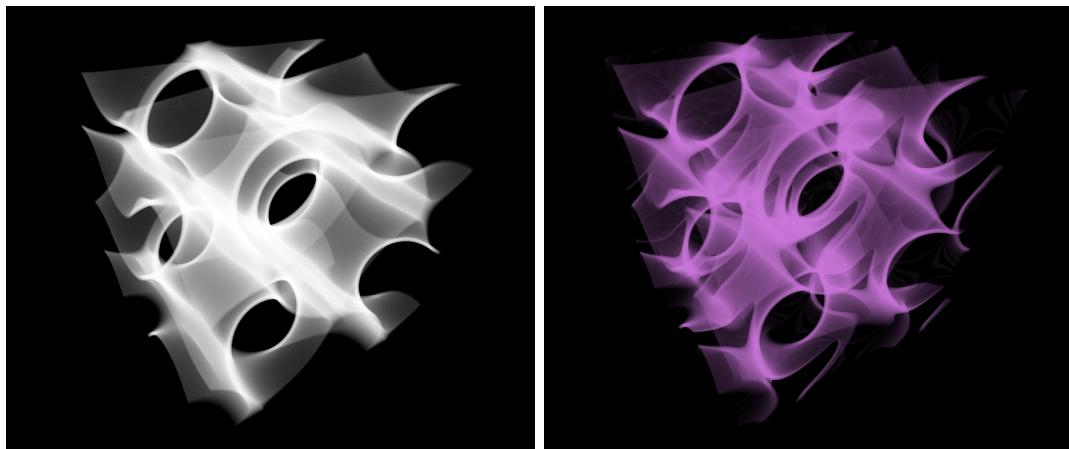
4.6 Ukážka zobrazenia štvrtnej dimenzie ako farby

Na obrázkoch 4.1 a 4.2 sú zobrazené výsledky vizualizácie gyroidnej funkcie

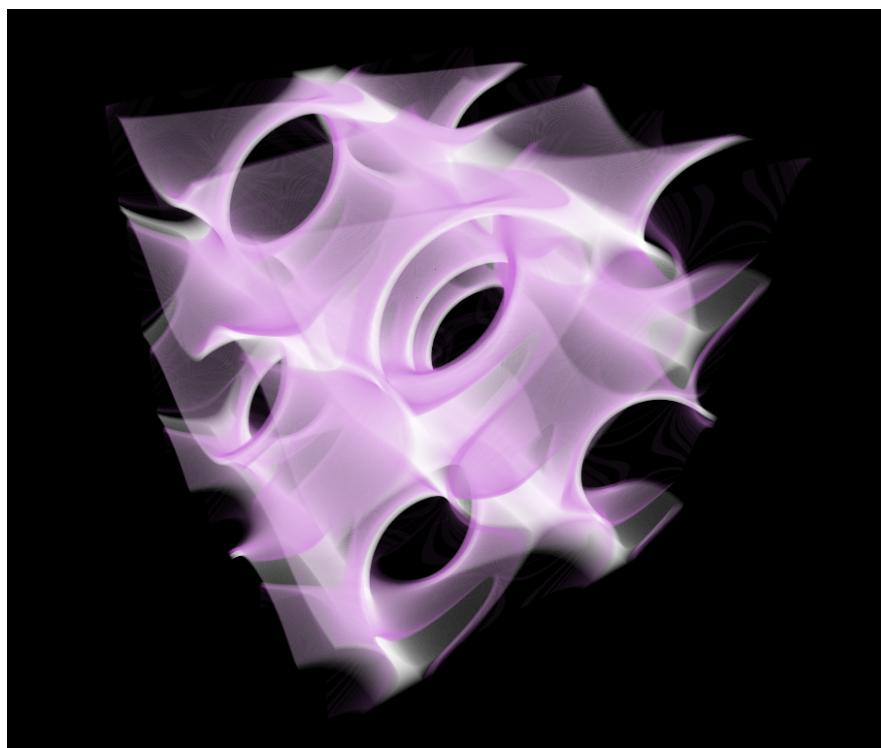
$$g(x, y, z, w) = \sin(x + w) \cos(y) + \sin(y) \cos(z) \tan(z + w) + \sin(z + w) \cos(x)$$

pri vybraných hodnotách štvrtnej dimenzie $w = 0.0$ a $w = 0.1$.

Výpočty boli vykonané v pravidelnej voxelovej mriežke s rozlíšením $512 \times 512 \times 512$ voxelov. Priestor, v ktorom sa funkcia vydelená, bol definovaný ohraničujúcim kvádom (bounding box) so začiatkom $(-5, -5, -5)$ a koncom $(5, 5, 5)$.



Obr. 4.1: Gyroidná funkcia, samostatné rezky štvrtej dimenzie $w = 0.0$ a $w = 0.1$. Farebné odlišenie zodpovedá hodnote štvrtej dimenzie.



Obr. 4.2: Gyroidná funkcia, zobrazenie kombinovaných rezov štvrtej dimenzie $w = 0.0$ a $w = 0.1$. Akumulácia farieb umožňuje vizualizovať priechod funkcie naprieč dimenziou w .

Kapitola 5

Výsledky

5.1 Testovacie scénare

5.2 Merania

5.3 Porovnanie zobrazovacích techník

5.4 Vizuálne výsledky

Kapitola 6

Diskusia

6.1 Výzvy a obmedzenia

6.2 Rozšírenia a budúce vylepšenia

6.3 Využitia aplikácie

Záver

Text.

Literatúra

- [1] John Amanatides, Andrew Woo, et al. A fast voxel traversal algorithm for ray tracing. In *Eurographics*, volume 87, pages 3–10. Citeseer, 1987.
- [2] James Diebel et al. Representing attitude: Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors. *Matrix*, 58(15-16):1–35, 2006.
- [3] Arie E Kaufman and Klaus Mueller. Overview of volume rendering. *The visualization handbook*, 7:127–174, 2005.
- [4] Khronos Group. OpenGL documentation. Dostupné na: <https://www.khronos.org/opengl/>. Navštívené: 01-12-2025.
- [5] Morgan McGuire and Louis Bavoil. Weighted blended order-independent transparency. *Journal of Computer Graphics Techniques (JCGT)*, 2(2):122–141, December 2013.
- [6] Donald Meagher. Geometric modeling using octree encoding. *Computer graphics and image processing*, 19(2):129–147, 1982.
- [7] NVIDIA. Octree Textures on the GPU. Dostupné na: https://developer.download.nvidia.com/books/gpugems2/37_octree_03.jpg. Navštívené: 2025-12-01.
- [8] H. Ray, H. Pfister, D. Silver, and T.A. Cook. Ray casting architectures for volume visualization. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 5(3):210–223, 1999.
- [9] Jorge Revelles, Carlos Ureña, Miguel Lastra, Dpt Lenguajes, Sistemas Informáticos, and E. Informatica. An efficient parametric algorithm for octree traversal. 05 2000.

- [10] Amy Williams, Steve Barrus, R. Morley, and Peter Shirley. An efficient and robust ray-box intersection algorithm. *J. Graphics Tools*, 10:49–54, 01 2005.

Príloha A: obsah elektronickej prílohy

V elektronickej prílohe priloženej k práci sa nachádza zdrojový kód programu a súbory s výsledkami experimentov.

Zdrojový kód je zverejnený aj na stránke

<https://github.com/kocifajadrian/master-thesis>.