

Počítačové videnie - RANSAC a Total Squares Fit

Ing. Viktor Kocur
viktor.kocur@fmph.uniba.sk

DAI FMFI UK

22.4.2021

Formulácia úlohy

Problém

Dnes budeme riešiť problém hľadania priamky v dátach so šumom. Teda dostaneme dáta s bodmi a naša úloha bude v nich nájsť priamku definovanú ako $y = m \cdot x + k$, ktorá ich najlepšie vystihuje.

Vstupné dáta

Vstupné dáta si vygenerujeme pomocou funkcie `generate_noisy_data` ktorú nájdete v zipe k dnešnému cvičeniu.

`generate_noisy_data.m`

`X = generate_noisy_data(n, p, sigma)` - vráti maticu tvaru $n \times 2$, ktorá obsahuje na každom riadku vygenerovaný bod. Parameter `p` určuje podiel dát na priamke (medzi 0 a 1) a `sigma` (nastavujte do 0.05) určuje ako veľmi sú body z priamky zašumené. Skript dáta aj zobrazí.

Úloha

Úloha

Naimplementujte funkciu $[m, k] = \text{ransac}(X, t, p, \text{max_iters})$, kde m a k sú parametre výstupnej priamky $y = m \cdot x + k$, X sú vstupné dáta, t je prah na vzdialenosť bodu od priamky tak aby sme ju zarátali ako inliera, p je podiel inlierov pri ktorom skončíme a vrátime hodnotu a max_iters je maximálny počet iterácií.

Teória

Ešte nezačínajte pracovať keďže najprv si prejdeme teóriu.

Úloha

Algoritmus

Naimplementujte funkciu $[m, k] = \text{ransac}(X, t, p, \text{max_iters})$, kde m a k sú parametre výstupnej priamky $y = m \cdot x + k$, X sú vstupné dáta, t je prah na vzdialenosť bodu od priamky tak aby sme ju zarátali ako inliera, p je podiel inlierov pri ktorom skončíme a vrátime hodnotu a max_iters je maximálny počet iterácií.

Teória

Ešte nezačínajte pracovať keďže najprv si prejdeme teóriu.

Algoritmus

1. Vyberieme dva náhodne body z množiny dát
2. Pre body spočítame m a k .
3. Pre všetky body spočítame ich vzdialenosť od tejto priamky.
4. Spočítame koľko máme inlierov, tj. počet bodov v dátach ktorých vzdialnosť od priamky je menšia ako t .
5. Ak je podiel bodov inlierov k celkovému počtu bodov väčší ako p tak vrátime m a k .
6. Ak je počet iterácii väčší ako max_iters , tak vrátime tie parametre m a k , pre ktoré bolo v dátach najviac inlierov.
7. Vrátime sa na 1.

Teória

Výpočet parametrov z dvoch bodov

Vzorce na výpočet k a m môžeme odvodiť zo systému:

$$y_1 = k \cdot x_1 + m \quad (1)$$

$$y_2 = k \cdot x_2 + m, \quad (2)$$

kde (x_1, y_1) a (x_2, y_2) sú dva body definujúce priamku.

Teória

Vzdialenosť bodu od priamky

V prípade, že máme parametre priamky k a m a bod (x, y) tak ich vzdialenosť môžeme vypočítať ako:

$$d = \frac{|k + mx - y|}{\sqrt{1 + m^2}} \quad (3)$$

Implementácia

Tento vzorec si implementujte pomocou vektorových operácií, tak aby sa spočítal naraz pre všetky body.

Implementácia

Výber dvoch náhodných bodov

Na výber dvoch bodov môžete použiť buď funkciu `randsample` (vyžaduje štatistický toolbox) alebo `randi`. Pozrite si ich v helpe.

Funkcia na vykresľovanie

V zipe cvičeniu nájdete aj funkciu `display_line`, ktorá na vstupe berie dáta X a parametre m a k a vykreslí priamku a dáta.

Úloha

Úloha

Naimplementujte funkciu $[m, k] = \text{ransac}(X, t, p, \text{max_iters})$, kde m a k sú parametre výstupnej priamky $y = m \cdot x + k$, X sú vstupné dáta, t je prah na vzdialenosť bodu od priamky tak aby sme ju zarátali ako inliera, p je podiel inlierov pri ktorom skončíme a vrátime hodnotu a max_iters je maximálny počet iterácií.

Testovanie

Funkciu si otestujte najprv na dátach bez šumu ($p = 1$, $\text{sigma} = 0$, k a m môže byť ľubovoľne, ale t dajte $\text{inf}()$) a potom len s nenulovou sigmou. Potom otestujte ako sa mení výsledok v závislosti na parametroch šumu, parametri p a t .

Nevýhoda RANSACu

Presnosť priamky z dvoch bodov

Ako výstup z RANSACu dostaneme parametre ktoré boli presne spočítané pre dva body. To vôbec nemusí byť vhodné.

Vylepšenie

Ako vylepšenie môžeme po aplikácii RANSACu zobrať všetkých inlierov a túto množinu bodov použijeme na výpočet nových parametrov.

Total Squares Fit

Formulácia

Pri total squares fittingu hľadáme parametre m a k tak aby sme minimalizovali cenovú funkciu:

$$C = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(k + mx - y)^2}{1 + m^2}. \quad (4)$$

Analytické riešenie

$$k = \frac{w + \sqrt{w^2 + r^2}}{r} \quad (5)$$

$$m = \bar{y} - k\bar{x} \quad (6)$$

$$w = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (7)$$

$$r = 2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (8)$$

Total Squares Fit

Úloha

Naimplementujte funkciu $[m, k] = \text{tsf}(X, m_0, k_0, t)$, ktorá vráti parametre m a k po total squares fite na dátach X z ktorých sa vyberú inliere pre priamku s parametre m_0 , k_0 a prah t .

Testovanie

Funkciu si otestujte najprv na dátach bez šumu ($p = 1$, $\sigma = 0$, k a m môže byť ľubovoľné, ale t dajte $\text{inf}()$) a potom len s nenulovou sigmou. Nakoniec skúste v kombinácii s RANSACom a otestujte ako sa mení výsledok v závislosti na parametroch šumu, RANSACu a zvolenom prahu.