

Rozpoznávanie obrazcov - 5. cvičenie

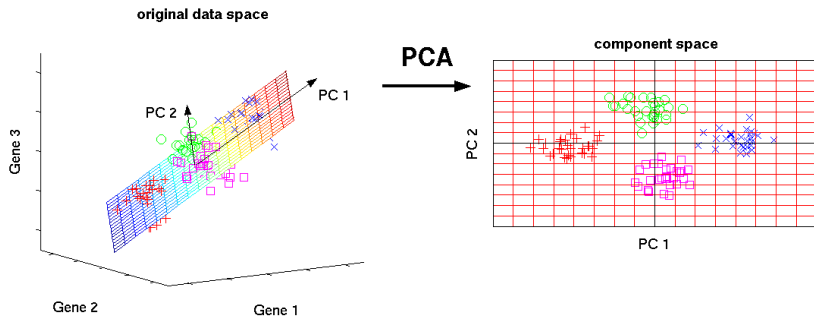
Redukcia dimenzionality

Viktor Kocur
viktor.kocur@fmph.uniba.sk

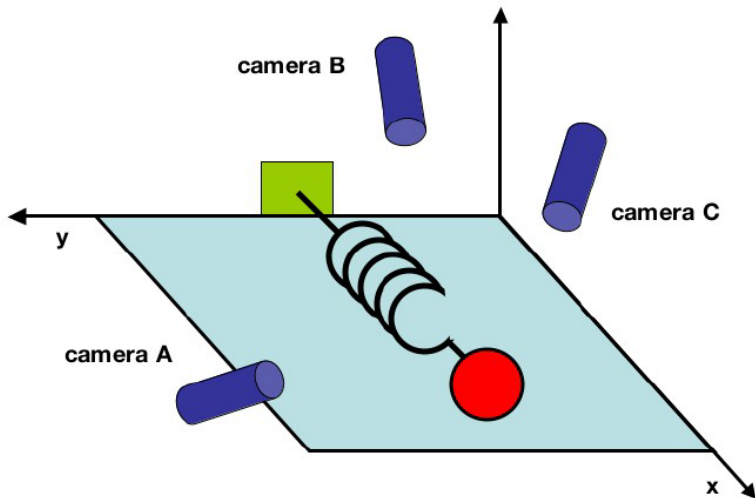
DAI FMFI UK

16.3.2020

PCA princíp



PCA motívacia



PCA matematika

Vlastné vektory a čísla

Nech \mathbb{A} je matica $n \times n$, potom nenulový vektor $\vec{v} \in \mathbb{R}^n$ je vlastný vektor matice \mathbb{A} s vlastným číslom $\lambda \in \mathbb{C}$ ak platí: $\mathbb{A}\vec{v} = \lambda\vec{v}$.

Hermitovské matice

Hermitovské matice majú iba reálne vlastné čísla. Taktiež je možné vždy ku každému vlastnému číslu nájsť reálny vlastný vektor.

PCA matematika

Kovariancia

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n}$$

Kovariančná matica

$$\text{COV}(X)_{i,j} = \text{cov}(X_i, X_j)$$

Kovariančná matica

Kovariančná matica je Hermitovská a pozitívne semi-definitná.

PCA matematika

Matica vlastných vektorov

Z normalizovaných vlastných vektorov $v_1 \dots v_n$ zostavíme maticu (v_1, v_2, \dots, v_n) . Značíme \mathbb{W} .

PCA

PCA spočíva v tom, že vlastné vektory kovariančnej matice reprezentujú ortogonálnu bázu v ktorej je kovariančná matica dát diagonálna.

PCA - postup

Naše dáta najprv centrujeme $\vec{x}' = \vec{x} - \bar{x}$. Potom vypočítame \mathbb{W} . Nové dáta dostaneme maticovým násobením $y = \vec{x}'\mathbb{W}^T$, ak je vektor \vec{x} riadkový. Vlastné čísla korešpondujú k podielu celkovej variencie v danom smere. Podiel vlastného čísla so súčtom vlastných čísiel určuje aký podiel variencie vie daný smer vysvetliť.

Postup matlab

Načítanie dát

```
load data.mat
```

Úloha

Zobrazte si dáta v 2D plote.

Postup matlab

COV

`cov(A)` - vráti kovariančnú maticu A

eig

`[W, vals] = eig(A)` - vráti maticu W s vlastnými vektormi a maticu vals s vlastnými číslami na diagonále.

Úloha

Aplikujte na dáta PCA a zobrazte si nový plot. Ktorá zložka zodpovedá akej variancii.

Riešenie

```
load data.mat
plot(data(:,1), data(:,2), 'r*');
centered = data - mean(data);
[W, eigenvals] = eig(cov(centered))
newdata = centered * W'
plot(newdata(:,1), newdata(:,2), 'r*');
ylim([-2 2]);
xlim([-2 2]);
disp(diag(eigenvals)/sum(diag(eigenvals)))
```

Matlab - pca

COV

`[coeff,score, , ,explained,mu] = pca(X)` - vráti transformačnú maticu `coeff` (naše W^T), transformované dáta `score`, percentá na koľko vysvetľujú varianciu jednotlivé smery a stredné hodnoty X .

Platí

$$\text{score} == (X - \mu) * \text{coeff}$$

Platí

$$X == \text{score} * \text{coeff}' + \mu$$

Úloha

Otestujte túto funkciu na `data.mat`

Matlab - pca

Dáta

load ovariancancer

gscatter

`gscatter(obs(:,1), obs(:,2), grp)` - zobrazí body z prvého a druhého stĺpca pre dáta a prideli im farbu podľa príslušnosti v `grp`

Úloha

Zistite koľko príznakov potrebujete po aplikácii PCA, aby ste s dát v `obs` dostali 95 percent variance. Čo ak niektoré vlastné čísla sú nulové?

Úloha

Zobrazte si prvé dva smery po PCA pomocou `gscatter`.

PCA - úlohy

Úloha

Pre dáta z data.mat zobrazte smery do ktorých PCA premetie dáta v originálnej súradnicovej sústave.

Úloha

Vytvorte funkciu ktorá zoberie obrázok a ako dáta vezme jednotlivé trojice RGB pixelov. Urobí PCA na týchto dátach a nastaví na posledný (alebo posledné dva) stĺpce nulu a prekonvertuje obraz naspäť do RGB.

Úloha

Pre PCA z druhej úlohy zobrazte v novom obrázku rôzne farby, ktoré môžete v tejto reprezentácii používať.

LDA

LDA.m

$[Y, W, \text{lambdas}] = \text{LDA}(X, T)$ - pre dáta X a triedy T vráti nové hodnoty po transformácii Y , maticu W a hodnotu jednotlivých vlastných čísel.

Pozn

$$Y == X * W$$

Úloha

Načítajte si Fisherovu databázu (load fisheriris). A porovnajte LDA a PCA.

Úloha

Pre rôzne dvojice stĺpcov nakreslite do grafu smer do ktorého bude LDA premietiť dáta.

LDA

LDA.m

`MdlLinear = fitcdiscr(X,T)` - vráti lineárny klasifikátor, ktorý využíva LDA. V projekte asi používajte toto.

Tutorial

<https://www.mathworks.com/help/stats/create-and-visualize-discriminant-analysis-classifier.html>