Rozpoznávanie obrazcov - 2. cvicečenie
Štatistika

Viktor Kocur

viktor.kocur@fmph.uniba.sk

DAI FMFI UK

26.2.2019

Klasické definície

Klasická

Pravdepodobnosť javu A je jeho relatívna početnosť v pokusoch:

$$P(A) = \frac{N_A}{N}$$

Limitná

Pravdepodobnosť javu A je jeho relatívna početnosť v nekonečne pokusov:

$$P(A) = \lim_{n\to\infty} \frac{N_A}{N}$$

Axiomatická definícia - *sigma*-algebra

σ-algebra

Pole javov $\mathcal{A}$ je σ-algebra na Ω teda preň platia:

$$\Omega \in \mathcal{A} \tag{1}$$

$$A \in \mathcal{A} \implies A^c \in \mathcal{A} \tag{2}$$

$$(\forall n \in \mathbb{N})(A_n \in \mathcal{A}) \implies \bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n \in \mathcal{A} \tag{3}$$

Elementárny jav

Elementárny jav je taký jav z Ω, ktorý sa nedá rozložiť na iné javy.

Axiomatická definícia - pravdepodobnosť

Pravdepodobnosť

Pravdepodobnosť je funkcia $P : \mathcal{A} \to \langle 0, 1 \rangle$, taká že spĺňa:

$$P(\Omega) = 1 \tag{4}$$

$$P\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n\right) = \sum_{n \in \mathbb{N}} P(A_n), \tag{5}$$

ak A_n je postupnosť po dvoch disjunktných javov.

Pravdepodobnostný priestor

Pravdepodobnostný priestor je trojica $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.

Operácie

Zjednotenie

Zjednotenie $A \cup B$ nastane ak nastane aspoň jeden z javov.

Prienik

Prienik $A \cap B$ nastane ak nastanú oba javy.

Opačný jav

Opačný jav k A je A^c.

Nezlučiteľné javy

Ak $A \cap B = \emptyset$ tak sú to nezlučiteľné javy.

Príklad 1

Aká je pravdepodobnosť, že pri hode kockou:

- Padne číslo X
  - počet priaznivých elementárnych javov
  - celkový počet elementárnych javov
- Padne nepárne číslo
  - počet priaznivých elementárnych javov
  - celkový počet elementárnych javov

Príklad 1

Aká je pravdepodobnosť, že pri hode kockou:

- Padne číslo X
  - počet priaznivých elementárnych javov $= 1$
  - celkový počet elementárnych javov $= 6$
- Padne nepárne číslo
  - počet priaznivých elementárnych javov
  - celkový počet elementárnych javov

Príklad 1

Aká je pravdepodobnosť, že pri hode kockou:

- Padne číslo X $= \frac{1}{6}$
  - počet priaznivých elementárnych javov $= 1$
  - celkový počet elementárnych javov $= 6$
- Padne nepárne číslo
  - počet priaznivých elementárnych javov
  - celkový počet elementárnych javov

Príklad 1

Aká je pravdepodobnosť, že pri hode kockou:

- Padne číslo X $= \frac{1}{6}$
  - počet priaznivých elementárnych javov $= 1$
  - celkový počet elementárnych javov $= 6$
- Padne nepárne číslo
  - počet priaznivých elementárnych javov $= 3$
  - celkový počet elementárnych javov $= 6$

Príklad 1

Aká je pravdepodobnosť, že pri hode kockou:

- Padne číslo X $= \frac{1}{6}$
  - počet priaznivých elementárnych javov $= 1$
  - celkový počet elementárnych javov $= 6$
- Padne nepárne číslo $= \frac{1}{2}$
  - počet priaznivých elementárnych javov $= 3$
  - celkový počet elementárnych javov $= 6$

Príklad 2

Dodávka obsahuje 50 matíc a 150 skrutiek. Polovica matíc a polovica skrutiek je hrdzavá. Ak náhodne vyberieme jednu súčiastku, aká je pravdepodobnosť, že to bude matica alebo, že to bude hrdzavá súčiastka?

Príklad 2

Dodávka obsahuje 50 matíc a 150 skrutiek. Polovica matíc a polovica skrutiek je hrdzavá. Ak náhodne vyberieme jednu súčiastku, aká je pravdepodobnosť, že to bude matica alebo, že to bude hrdzavá súčiastka?
Pokus má 200 možných výsledkov.

Príklad 2

Dodávka obsahuje 50 matíc a 150 skrutiek. Polovica matíc a polovica skrutiek je hrdzavá. Ak náhodne vyberieme jednu súčiastku, aká je pravdepodobnosť, že to bude matica alebo, že to bude hrdzavá súčiastka?
Pokus má 200 možných výsledkov.

- Označme A súčiastka je hrdzavá - 100.
- Označme B súčiastka je matica - 50.

Príklad 2

Dodávka obsahuje 50 matíc a 150 skrutiek. Polovica matíc a polovica skrutiek je hrdzavá. Ak náhodne vyberieme jednu súčiastku, aká je pravdepodobnosť, že to bude matica alebo, že to bude hrdzavá súčiastka?
Pokus má 200 možných výsledkov.

- Označme A súčiastka je hrdzavá - 100.
- Označme B súčiastka je matica - 50.
- Označme $A \cap B$ súčiastka je hrdzavá matica - 25.

Príklad 2

Dodávka obsahuje 50 matíc a 150 skrutiek. Polovica matíc a polovica skrutiek je hrdzavá. Ak náhodne vyberieme jednu súčiastku, aká je pravdepodobnosť, že to bude matica alebo, že to bude hrdzavá súčiastka?
Pokus má 200 možných výsledkov.

- Označme A súčiastka je hrdzavá - 100.
- Označme B súčiastka je matica - 50.
- Označme $A \cap B$ súčiastka je hrdzavá matica - 25.
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{100}{200} + \frac{50}{200} - \frac{25}{200} = \frac{5}{8}$

Podmienená pravdepodobnosť

Podmienená pravdepodobnosť

Pravdepodobnosť že nastane jav A za podmienky, že nastal jav B:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Príklad 3

V rodine sú dve deti. Určite pravdepodobnosť, že obe deti sú chlapci, ak vieme, že jedno z detí je chlapec.

Príklad 3

V rodine sú dve deti. Určite pravdepodobnosť, že obe deti sú chlapci, ak vieme, že jedno z detí je chlapec.

- $\Omega = \{(c, c), (c, d), (d, c), (d, d)\}$

Príklad 3

V rodine sú dve deti. Určite pravdepodobnosť, že obe deti sú chlapci, ak vieme, že jedno z detí je chlapec.

- $\Omega = \{(c, c), (c, d), (d, c), (d, d)\}$
- Označme A obe deti sú chlapci $\{(c, c)\}$.
- Označme B aspoň jedno dieťa je chlapec $\{(c, c), (c, d), (d, c)\}$

Príklad 3

V rodine sú dve deti. Určite pravdepodobnosť, že obe deti sú chlapci, ak vieme, že jedno z detí je chlapec.

- $\Omega = \{(c,c),(c,d),(d,c),(d,d)\}$
- Označme A obe deti sú chlapci $\{(c,c)\}$.
- Označme B aspoň jedno dieťa je chlapec $\{(c,c),(c,d),(d,c)\}$
- $P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$

Veta o úplnej pravdepodobnosti

Rozklad výberového priestoru

Množiná navzájom disjunktných javov $\{B_1, ..., B_n\}$ z Ω tvorí rozklad výberového priestoru ak $\cup_{i \in \hat{n}} B_i = \Omega$.

Veta o úplnej pravdepodobnosti

Nech $\{B_1, ..., B_n\}$ tvorí rozklad výberového priestoru Ω. Porom pre jav $A \in \Omega$ platí:

$$P(A) = \sum_{k \in \hat{n}} P(A|B_i)P(B_i)$$

Príklad 4

Elektrické žiarovky sú vyrábané 3 závodmi. Prvý dodáva 25%, druhý 40% a tretí 35% celej dodávky. Z celkovej produkcie 1. závodu je 88%, 2. závodu 75%, 3. závodu 85% štandardných. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná žiarovka je štandardná?

Príklad 4

Elektrické žiarovky sú vyrábané 3 závodmi. Prvý dodáva 25%, druhý 40% a tretí 35% celej dodávky. Z celkovej produkcie 1. závodu je 88%, 2. závodu 75%, 3. závodu 85% štandardných. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná žiarovka je štandardná?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tom závode

Príklad 4

Elektrické žiarovky sú vyrábané 3 závodmi. Prvý dodáva 25%, druhý 40% a tretí 35% celej dodávky. Z celkovej produkcie 1. závodu je 88%, 2. závodu 75%, 3. závodu 85% štandardných. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná žiarovka je štandardná?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tom závode
- $P(B_1) = 0.25, P(B_2) = 0.4, P(B_3) = 0.35$

Príklad 4

Elektrické žiarovky sú vyrábané 3 závodmi. Prvý dodáva 25%, druhý 40% a tretí 35% celej dodávky. Z celkovej produkcie 1. závodu je 88%, 2. závodu 75%, 3. závodu 85% štandardných. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná žiarovka je štandardná?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tom závode
- $P(B_1) = 0.25, P(B_2) = 0.4, P(B_3) = 0.35$
- $P(A|B_1) = 0.88, P(A|B_2) = 0.75, P(A|B_3) = 0.85$

Príklad 4

Elektrické žiarovky sú vyrábané 3 závodmi. Prvý dodáva 25%, druhý 40% a tretí 35% celej dodávky. Z celkovej produkcie 1. závodu je 88%, 2. závodu 75%, 3. závodu 85% štandardných. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná žiarovka je štandardná?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tom závode
- $P(B_1) = 0.25, P(B_2) = 0.4, P(B_3) = 0.35$
- $P(A|B_1) = 0.88, P(A|B_2) = 0.75, P(A|B_3) = 0.85$
- $P(A) = \sum_{k \in \hat{3}} P(A|B_i)P(B_i)$

Príklad 4

Elektrické žiarovky sú vyrábané 3 závodmi. Prvý dodáva 25%, druhý 40% a tretí 35% celej dodávky. Z celkovej produkcie 1. závodu je 88%, 2. závodu 75%, 3. závodu 85% štandardných. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná žiarovka je štandardná?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tom závode
- $P(B_1) = 0.25, P(B_2) = 0.4, P(B_3) = 0.35$
- $P(A|B_1) = 0.88, P(A|B_2) = 0.75, P(A|B_3) = 0.85$
- $P(A) = \sum_{k \in \hat{3}} P(A|B_i)P(B_i)$
- $P(A) = 0.88 \cdot 0.25 + 0.75 \cdot 0.4 + 0.85 \cdot 0.35 = 0.8175$

Príklad 5

Elektrónka zapojená v televízore môže byť od 4 rôznych výrobcov s pravdepodobnosťami 0,2; 0,3; 0,35; 0,15 pre jednotlivých výrobcov. Pravdepodobnosti, že elektrónky od jednotlivých výrobcov vydržia predpísaný počet hodín sú postupne 0,45; 0,60; 0,75; 0,30. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybratá elektrónka vydrží predpísaný počet hodín?

Príklad 5

Elektrónka zapojená v televízore môže byť od 4 rôznych výrobcov s pravdepodobnosťami 0,2; 0,3; 0,35; 0,15 pre jednotlivých výrobcov. Pravdepodobnosti, že elektrónky od jednotlivých výrobcov vydržia predpísaný počet hodín sú postupne 0,45; 0,60; 0,75; 0,30. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybratá elektrónka vydrží predpísaný počet hodín?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tym výrobcom

Príklad 5

Elektrónka zapojená v televízore môže byť od 4 rôznych výrobcov s pravdepodobnosťami 0,2; 0,3; 0,35; 0,15 pre jednotlivých výrobcov. Pravdepodobnosti, že elektrónky od jednotlivých výrobcov vydržia predpísaný počet hodín sú postupne 0,45; 0,60; 0,75; 0,30. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybratá elektrónka vydrží predpísaný počet hodín?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tym výrobcom
- $P(B_1) = 0.2, P(B_2) = 0.3, P(B_3) = 0.35, P(B_4) = 0.15$

Príklad 5

Elektrónka zapojená v televízore môže byť od 4 rôznych výrobcov s pravdepodobnosťami 0,2; 0,3; 0,35; 0,15 pre jednotlivých výrobcov. Pravdepodobnosti, že elektrónky od jednotlivých výrobcov vydržia predpísaný počet hodín sú postupne 0,45; 0,60; 0,75; 0,30. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybratá elektrónka vydrží predpísaný počet hodín?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tym výrobcom
- $P(B_1) = 0.2, P(B_2) = 0.3, P(B_3) = 0.35, P(B_4) = 0.15$
- $P(A|B_1) = 0.45, P(A|B_2) = 0.6, P(A|B_3) = 0.75, P(A|B_4) = 0.3$

Príklad 5

Elektrónka zapojená v televízore môže byť od 4 rôznych výrobcov s pravdepodobnosťami 0,2; 0,3; 0,35; 0,15 pre jednotlivých výrobcov. Pravdepodobnosti, že elektrónky od jednotlivých výrobcov vydržia predpísaný počet hodín sú postupne 0,45; 0,60; 0,75; 0,30. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybratá elektrónka vydrží predpísaný počet hodín?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tym výrobcom
- $P(B_1) = 0.2, P(B_2) = 0.3, P(B_3) = 0.35, P(B_4) = 0.15$
- $P(A|B_1) = 0.45, P(A|B_2) = 0.6, P(A|B_3) = 0.75, P(A|B_4) = 0.3$
- $P(A) = \sum_{k \in \hat{4}} P(A|B_i)P(B_i)$

Príklad 5

Elektrónka zapojená v televízore môže byť od 4 rôznych výrobcov s pravdepodobnosťami 0,2; 0,3; 0,35; 0,15 pre jednotlivých výrobcov. Pravdepodobnosti, že elektrónky od jednotlivých výrobcov vydržia predpísaný počet hodín sú postupne 0,45; 0,60; 0,75; 0,30. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybratá elektrónka vydrží predpísaný počet hodín?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tym výrobcom
- $P(B_1) = 0.2, P(B_2) = 0.3, P(B_3) = 0.35, P(B_4) = 0.15$
- $P(A|B_1) = 0.45, P(A|B_2) = 0.6, P(A|B_3) = 0.75, P(A|B_4) = 0.3$
- $P(A) = \sum_{k \in \hat{4}} P(A|B_i)P(B_i)$
- $P(A) = 0.45 \cdot 0.2 + 0.6 \cdot 0.3 + 0.75 \cdot 0.35 + 0.3 \cdot 0.15 = 0.5775$

Príklad 6

V terénnej súťaži spoľahlivosti zostalo 10 motocyklov prvej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť jazdy 85%, 8 motocyklov druhej série, ktoré vykazovali spoľahli-vosť 75%, 5 motocyklov tretej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť 60%. Aká je pravdepodobnosť, že nasledujúci deň náhodne vybratý motocykel nedošiel?

Príklad 6

V terénnej súťaži spoľahlivosti zostalo 10 motocyklov prvej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť jazdy 85%, 8 motocyklov druhej série, ktoré vykazovali spoľahli-vosť 75%, 5 motocyklov tretej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť 60%. Aká je pravdepodobnosť, že nasledujúci deň náhodne vybratý motocykel nedošiel?

- Označíme ako A pravdepodobnosť že motorka dojde.

Príklad 6

V terénnej súťaži spoľahlivosti zostalo 10 motocyklov prvej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť jazdy 85%, 8 motocyklov druhej série, ktoré vykazovali spoľahli-vosť 75%, 5 motocyklov tretej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť 60%. Aká je pravdepodobnosť, že nasledujúci deň náhodne vybratý motocykel nedošiel?

- Označíme ako A pravdepodobnosť že motorka dojde.
- B_i je spoľahlivosť motorky i-tej série.

Príklad 6

V terénnej súťaži spoľahlivosti zostalo 10 motocyklov prvej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť jazdy 85%, 8 motocyklov druhej série, ktoré vykazovali spoľahli-vosť 75%, 5 motocyklov tretej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť 60%. Aká je pravdepodobnosť, že nasledujúci deň náhodne vybratý motocykel nedošiel?

- Označíme ako A pravdepodobnosť že motorka dojde.
- B_i je spoľahlivosť motorky i-tej série.
- $P(A) = \sum_{k \in \hat{3}} P(A|B_i)P(B_i)$

Príklad 6

V terénnej súťaži spoľahlivosti zostalo 10 motocyklov prvej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť jazdy 85%, 8 motocyklov druhej série, ktoré vykazovali spoľahli-vosť 75%, 5 motocyklov tretej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť 60%. Aká je pravdepodobnosť, že nasledujúci deň náhodne vybratý motocykel nedošiel?

- Označíme ako A pravdepodobnosť že motorka dojde.
- B_i je spoľahlivosť motorky i-tej série.
- $P(A) = \sum_{k \in \hat{3}} P(A|B_i)P(B_i)$
- $P(A) = 0.85 \cdot \frac{8}{23} + 0.75 \cdot \frac{8}{23} + 0.6 \cdot \frac{5}{23} = 0.24$

Príklad 6

V terénnej súťaži spoľahlivosti zostalo 10 motocyklov prvej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť jazdy 85%, 8 motocyklov druhej série, ktoré vykazovali spoľahli-vosť 75%, 5 motocyklov tretej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť 60%. Aká je pravdepodobnosť, že nasledujúci deň náhodne vybratý motocykel nedošiel?

- Označíme ako A pravdepodobnosť že motorka dojde.
- B_i je spoľahlivosť motorky i-tej série.
- $P(A) = \sum_{k \in \hat{3}} P(A|B_i)P(B_i)$
- $P(A) = 0.85 \cdot \frac{8}{23} + 0.75 \cdot \frac{8}{23} + 0.6 \cdot \frac{5}{23} = 0.24$
- Výsledok $= P(A^c) = 1 - P(A) = 0.76$

Príklad 7

V pivnici je tma. Kompóty sú poukladané na policiach. Na prvej polici je 6 čučoriedkových a 10 malinových kompótov, na druhej polici je 7 čučoriedkových a 5 malinových kompótov. Marienka preložila jeden kompót z prvej police na druhú. Janko si potom vybral jeden kompót z a) prvej police, b) druhej police. Aká je pravdepodobnosť, že si vybral malinový?

Riešenie a)

Príklad 7

V pivnici je tma. Kompóty sú poukladané na policiach. Na prvej polici je 6 čučoriedkových a 10 malinových kompótov, na druhej polici je 7 čučoriedkových a 5 malinových kompótov. Marienka preložila jeden kompót z prvej police na druhú. Janko si potom vybral jeden kompót z a) prvej police, b) druhej police. Aká je pravdepodobnosť, že si vybral malinový?

Riešenie a)

- B_1 - 5 čučoriedkových a 10 malinových na prvej polici
- B_2 - 6 čučoriedkových a 9 malinových na prvej polici

Príklad 7

V pivnici je tma. Kompóty sú poukladané na policiach. Na prvej polici je 6 čučoriedkových a 10 malinových kompótov, na druhej polici je 7 čučoriedkových a 5 malinových kompótov. Marienka preložila jeden kompót z prvej police na druhú. Janko si potom vybral jeden kompót z a) prvej police, b) druhej police. Aká je pravdepodobnosť, že si vybral malinový?

Riešenie a)

- B_1 - 5 čučoriedkových a 10 malinových na prvej polici
- B_2 - 6 čučoriedkových a 9 malinových na prvej polici
- $P(A|B_1) = \frac{10}{15}, P(A|B_2) = \frac{9}{15}$

Príklad 7

V pivnici je tma. Kompóty sú poukladané na policiach. Na prvej polici je 6 čučoriedkových a 10 malinových kompótov, na druhej polici je 7 čučoriedkových a 5 malinových kompótov. Marienka preložila jeden kompót z prvej police na druhú. Janko si potom vybral jeden kompót z a) prvej police, b) druhej police. Aká je pravdepodobnosť, že si vybral malinový?
Riešenie a)

- B_1 - 5 čučoriedkových a 10 malinových na prvej polici
- B_2 - 6 čučoriedkových a 9 malinových na prvej polici
- $P(A|B_1) = \frac{10}{15}, P(A|B_2) = \frac{9}{15}$
- $P(A) = \frac{10}{15} \cdot \frac{6}{16} + \frac{9}{15} \cdot \frac{10}{16} = 0.625$

Príklad 8

Katarína A., Lenka B. a Monika C. sa spolu učia na maturitu. Z 30 maturitných otázok z angličtiny sa však stihli naučiť len prvých 20. Aká je pravdepodobnosť, že a) Lenka b) Monika si vytiahne otázku, ktorú vie, ak odpovedajú v poradí podľa abecedy a každá musí mať inú otázku?

Riešenie a)

Príklad 8

Katarína A., Lenka B. a Monika C. sa spolu učia na maturitu. Z 30 maturitných otázok z angličtiny sa však stihli naučiť len prvých 20. Aká je pravdepodobnosť, že a) Lenka b) Monika si vytiahne otázku, ktorú vie, ak odpovedajú v poradí podľa abecedy a každá musí mať inú otázku?

Riešenie a)

- B_1 - katka vytiahne otázku, ktorú vie
- B_2 - katka vytiahne otázku, ktorú nevie

Príklad 8

Katarína A., Lenka B. a Monika C. sa spolu učia na maturitu. Z 30 maturitných otázok z angličtiny sa však stihli naučiť len prvých 20. Aká je pravdepodobnosť, že a) Lenka b) Monika si vytiahne otázku, ktorú vie, ak odpovedajú v poradí podľa abecedy a každá musí mať inú otázku?

Riešenie a)

- B_1 - katka vytiahne otázku, ktorú vie
- B_2 - katka vytiahne otázku, ktorú nevie
- $P(A|B_1) = \frac{20}{30}, P = \frac{10}{30}$

Príklad 8

Katarína A., Lenka B. a Monika C. sa spolu učia na maturitu. Z 30 maturitných otázok z angličtiny sa však stihli naučiť len prvých 20. Aká je pravdepodobnosť, že a) Lenka b) Monika si vytiahne otázku, ktorú vie, ak odpovedajú v poradí podľa abecedy a každá musí mať inú otázku?

Riešenie a)

- B_1 - katka vytiahne otázku, ktorú vie
- B_2 - katka vytiahne otázku, ktorú nevie
- $P(A|B_1) = \frac{20}{30}, P = \frac{10}{30}$
- $P(A) = \frac{19}{29} \cdot \frac{20}{30} + \frac{20}{29} \cdot \frac{10}{30} = \frac{2}{3}$

Bayesov vzorec

Bayesov vzorec

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Príklad 8

Karolovi urobili v rámci prehliadky Rtg hrudníku, ktorý sa vrátil s pozitívnym nálezom na rakovinu pľúc. Aká je pravdepodobnosť, že Karol má rakovinu, ak vieme, že test je falošne pozitívny v 5% prípadov a falošne negatívny v 40% prípadov. A tiež vieme, že iba jeden z 500 zamestnancov v Karolovej pozícii má rakovinu.

Príklad 8

Karolovi urobili v rámci prehliadky Rtg hrudníku, ktorý sa vrátil s pozitívnym nálezom na rakovinu pľúc. Aká je pravdepodobnosť, že Karol má rakovinu, ak vieme, že test je falošne pozitívny v 5% prípadov a falošne negatívny v 40% prípadov. A tiež vieme, že iba jeden z 500 zamestnancov v Karolovej pozícii má rakovinu.

- $P(A_p) = 0.002$ - chorý, $P(A_n) = 0.998$ - zdravý
- B - pozitívny test

Príklad 8

Karolovi urobili v rámci prehliadky Rtg hrudníku, ktorý sa vrátil s pozitívnym nálezom na rakovinu pľúc. Aká je pravdepodobnosť, že Karol má rakovinu, ak vieme, že test je falošne pozitívny v 5% prípadov a falošne negatívny v 40% prípadov. A tiež vieme, že iba jeden z 500 zamestnancov v Karolovej pozícii má rakovinu.

- $P(A_p) = 0.002$ - chorý, $P(A_n) = 0.998$ - zdravý
- B - pozitívny test
- $P(B|A_p) = 0.6, P(B|A_n) = 0.05$

Príklad 8

Karolovi urobili v rámci prehliadky Rtg hrudníku, ktorý sa vrátil s pozitívnym nálezom na rakovinu pľúc. Aká je pravdepodobnosť, že Karol má rakovinu, ak vieme, že test je falošne pozitívny v 5% prípadov a falošne negatívny v 40% prípadov. A tiež vieme, že iba jeden z 500 zamestnancov v Karolovej pozícii má rakovinu.

- $P(A_p) = 0.002$ - chorý, $P(A_n) = 0.998$ - zdravý
- B - pozitívny test
- $P(B|A_p) = 0.6, P(B|A_n) = 0.05$
- $P(A_p|B) = \frac{0.6 \cdot 0.002}{0.6 \cdot 0.002 + 0.05 \cdot 0.998} = 0.024$

Príklad 9

Rovnaký test ako Karol podstúpil aj Peter a tiež mu vyšiel pozitívny test. Peter však 20 rokov pracoval ako baník v banskom dole. Peter vie, že 15% jeho bývalých kolegov má rakovinu pľúc. Ak sa ostatné podmienky nezmenili, aká je pravdepo-dobnosť, že rakovinu má aj Peter?

Príklad 9

Rovnaký test ako Karol podstúpil aj Peter a tiež mu vyšiel pozitívny test. Peter však 20 rokov pracoval ako baník v banskom dole. Peter vie, že 15% jeho bývalých kolegov má rakovinu pľúc. Ak sa ostatné podmienky nezmenili, aká je pravdepo-dobnosť, že rakovinu má aj Peter?

- $P(A_p) = 0.15$ - chorý, $P(A_n) = 0.85$ - zdravý
- B - pozitívny test

Príklad 9

Rovnaký test ako Karol podstúpil aj Peter a tiež mu vyšiel pozitívny test. Peter však 20 rokov pracoval ako baník v banskom dole. Peter vie, že 15% jeho bývalých kolegov má rakovinu pľúc. Ak sa ostatné podmienky nezmenili, aká je pravdepo-dobnosť, že rakovinu má aj Peter?

- $P(A_p) = 0.15$ - chorý, $P(A_n) = 0.85$ - zdravý
- B - pozitívny test
- $P(B|A_p) = 0.6, P(B|A_n) = 0.05$

Príklad 9

Rovnaký test ako Karol podstúpil aj Peter a tiež mu vyšiel pozitívny test. Peter však 20 rokov pracoval ako baník v banskom dole. Peter vie, že 15% jeho bývalých kolegov má rakovinu pľúc. Ak sa ostatné podmienky nezmenili, aká je pravdepo-dobnosť, že rakovinu má aj Peter?

- $P(A_p) = 0.15$ - chorý, $P(A_n) = 0.85$ - zdravý
- B - pozitívny test
- $P(B|A_p) = 0.6, P(B|A_n) = 0.05$
- $P(A_p) = \frac{0.6 \cdot 0.15}{0.6 \cdot 0.15 + 0.05 \cdot 0.85} = 0.679$

Príklad 10

Predpokladajme, že máme školu so 60% chlapcami a 40% dievčatami. Všetci chlapci nosia nohavice a z dievčat nosí nohavice polovica. Pozorovateľ vidí z diaľky študenta v nohaviciach. Aká je pravdepodobnosť, že ten náhodný študent je dievča?

Príklad 10

Predpokladajme, že máme školu so 60% chlapcami a 40% dievčatami. Všetci chlapci nosia nohavice a z dievčat nosí nohavice polovica. Pozorovateľ vidí z diaľky študenta v nohaviciach. Aká je pravdepodobnosť, že ten náhodný študent je dievča?

- $P(A_c) = 0.6$ - chlapec, $P(A_d) = 0.4$ - dievča
- B - osoba má nohavice

Príklad 10

Predpokladajme, že máme školu so 60% chlapcami a 40% dievčatami. Všetci chlapci nosia nohavice a z dievčat nosí nohavice polovica. Pozorovateľ vidí z diaľky študenta v nohaviciach. Aká je pravdepodobnosť, že ten náhodný študent je dievča?

- $P(A_c) = 0.6$ - chlapec, $P(A_d) = 0.4$ - dievča
- B - osoba má nohavice
- $P(B|A_c) = 1, P(B|A_d) = 0.5$

Príklad 10

Predpokladajme, že máme školu so 60% chlapcami a 40% dievčatami. Všetci chlapci nosia nohavice a z dievčat nosí nohavice polovica. Pozorovateľ vidí z diaľky študenta v nohaviciach. Aká je pravdepodobnosť, že ten náhodný študent je dievča?

- $P(A_c) = 0.6$ - chlapec, $P(A_d) = 0.4$ - dievča
- B - osoba má nohavice
- $P(B|A_c) = 1, P(B|A_d) = 0.5$
- $P(A_p) = \frac{0.5 \cdot 0.4}{0.5 \cdot 0.4 + 0.6} = 0.25$

Náhodná premenná

Náhodná premenná

Funkcia, ktorej hodnota je určená výsledkom náhodného pokusu. Priraďuje číselnú hodnotu každému javu.

Distribučná funkcia

Opisuje rozdelenie pravdepodobnosti náhodnej premennej definovanej na pravdepodobnostnom priestore.

Príklad 11

Máme 4 stroje (nezávislé na sebe): 1. sa pokazí s pravdepodobnosťou 10%, 2. s pravdepodobnosťou 15%, 3. s pravdepodobnosťou 30%, 4. stroj spravdepodobnosťou 50%. Náhodná premenná X označuje počet pokazených strojov. Popíšte túto náhodnú premennú. T.j. popíšte s akými pravdepodobnosťami bude mať jednotlivé hodtnoty $\{0, ..., 4\}$.

Príklad 11

Máme 4 stroje (nezávislé na sebe): 1. sa pokazí s pravdepodobnosťou 10%, 2. s pravdepodobnosťou 15%, 3. s pravdepodobnosťou 30%, 4. stroj spravdepodobnosťou 50%. Náhodná premenná X označuje počet pokazených strojov. Popíšte túto náhodnú premennú. T.j. popíšte s akými pravdepodobnosťami bude mať jednotlivé hodnoty $\{0, ..., 4\}$.

- $P(X = 4) = 0.1 \cdot 0.15 \cdot 0.3 \cdot 0.5 = 0.00225$

Príklad 11

Máme 4 stroje (nezávislé na sebe): 1. sa pokazí s pravdepodobnosťou 10%, 2. s pravdepodobnosťou 15%, 3. s pravdepodobnosťou 30%, 4. stroj spravdepodobnosťou 50%. Náhodná premenná X označuje počet pokazených strojov. Popíšte túto náhodnú premennú. T.j. popíšte s akými pravdepodobnosťami bude mať jednotlivé hodtnoty $\{0, ..., 4\}$.

- $P(X = 4) = 0.1 \cdot 0.15 \cdot 0.3 \cdot 0.5 = 0.00225$
- $P(X = 0) = 0.9 \cdot 0.85 \cdot 0.7 \cdot 0.5 = 0.26775$

Príklad 11

Máme 4 stroje (nezávislé na sebe): 1. sa pokazí s pravdepodobnosťou 10%, 2. s pravdepodobnosťou 15%, 3. s pravdepodobnosťou 30%, 4. stroj spravdepodobnosťou 50%. Náhodná premenná X označuje počet pokazených strojov. Popíšte túto náhodnú premennú. T.j. popíšte s akými pravdepodobnosťami bude mať jednotlivé hodnoty $\{0, ..., 4\}$.

- $P(X = 4) = 0.1 \cdot 0.15 \cdot 0.3 \cdot 0.5 = 0.00225$
- $P(X = 0) = 0.9 \cdot 0.85 \cdot 0.7 \cdot 0.5 = 0.26775$
- $P(X = 1) = P(S_1 \cap S_2^c \cap S_3^c \cap S_4^c) + P(S_1^c \cap S_2 \cap S_3^c \cap S_4^c) +$ $+P(S_1^c \cap S_2^c \cap S_3 \cap S_4^c) + P(S_1^c \cap S_2^c \cap S_3^c \cap S_4) = 0.4595$

Príklad 11

Máme 4 stroje (nezávislé na sebe): 1. sa pokazí s pravdepodobnosťou 10%, 2. s pravdepodobnosťou 15%, 3. s pravdepodobnosťou 30%, 4. stroj spravdepodobnosťou 50%. Náhodná premenná X označuje počet pokazených strojov. Popíšte túto náhodnú premennú. T.j. popíšte s akými pravdepodobnosťami bude mať jednotlivé hodnoty $\{0, ..., 4\}$.

- $P(X = 4) = 0.1 \cdot 0.15 \cdot 0.3 \cdot 0.5 = 0.00225$
- $P(X = 0) = 0.9 \cdot 0.85 \cdot 0.7 \cdot 0.5 = 0.26775$
- $P(X = 1) = P(S_1 \cap S_2^c \cap S_3^c \cap S_4^c) + P(S_1^c \cap S_2 \cap S_3^c \cap S_4^c) + +P(S_1^c \cap S_2^c \cap S_3 \cap S_4^c) + P(S_1^c \cap S_2^c \cap S_3^c \cap S_4) = 0.4595$
- $P(X = 2) = 0.23, P(X = 3) = 0.0405$