FACULTY OF MATHEMATICS,
PHYSICS AND INFORMATICS
Comenius University
Bratislava

Rozpoznávanie Obrazcov

2. Cvičenie - Štatistika

Ing. Viktor Kocur, PhD.

22.2.2022

Klasické definície

Klasická

Pravdepodobnosť javu A je jeho relatívna početnosť v pokusoch:

$$P(A) = \frac{N_A}{N}$$

Limitná

Pravdepodobnosť javu A je jeho relatívna početnosť v nekonečne pokusov:

$$P(A) = \lim_{n \to \infty} \frac{N_A}{N}$$

Axiomatická definícia - *sigma*-algebra

σ-algebra

Pole javov $\mathcal{A}$ je σ-algebra na Ω teda preň platia:

$$\Omega \in \mathcal{A} \tag{1}$$

$$A \in \mathcal{A} \implies A^c \in \mathcal{A} \tag{2}$$

$$(\forall n \in \mathbb{N})(A_n \in \mathcal{A}) \implies \bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n \in \mathcal{A} \tag{3}$$

Elementárny jav

Elementárny jav je taký jav z Ω, ktorý sa nedá rozložiť na iné javy.

Axiomatická definícia - pravdepodobnosť

Pravdepodobnosť

Pravdepodobnosť je funkcia $P : \mathcal{A} \to \langle 0, 1 \rangle$, taká že spĺňa:

$$P(\Omega) = 1 \tag{4}$$

$$P\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n\right) = \sum_{n \in \mathbb{N}} P(A_n), \tag{5}$$

ak A_n je postupnosť po dvoch disjunktných javov.

Pravdepodobnostný priestor

Pravdepodobnostný priestor je trojica $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.

Operácie

Zjednotenie

Zjednotenie $A \cup B$ nastane ak nastane aspoň jeden z javov.

Prienik

Prienik $A \cap B$ nastane ak nastanú oba javy.

Opačný jav

Opačný jav k A je A^c.

Nezlučiteľné javy

Ak $A \cap B = \emptyset$ tak sú to nezlučiteľné javy.

Príklad 1

Aká je pravdepodobnosť, že pri hode kockou:

- Padne číslo X
  - počet priaznivých elementárnych javov
  - celkový počet elementárnych javov
- Padne nepárne číslo
  - počet priaznivých elementárnych javov
  - celkový počet elementárnych javov

Príklad 1

Aká je pravdepodobnosť, že pri hode kockou:

- Padne číslo X
  - počet priaznivých elementárnych javov = 1
  - celkový počet elementárnych javov = 6
- Padne nepárne číslo
  - počet priaznivých elementárnych javov
  - celkový počet elementárnych javov

Príklad 1

Aká je pravdepodobnosť, že pri hode kockou:

- Padne číslo X $= \frac{1}{6}$
  - počet priaznivých elementárnych javov = 1
  - celkový počet elementárnych javov = 6
- Padne nepárne číslo
  - počet priaznivých elementárnych javov
  - celkový počet elementárnych javov

Príklad 1

Aká je pravdepodobnosť, že pri hode kockou:

- Padne číslo X $= \frac{1}{6}$
  - počet priaznivých elementárnych javov = 1
  - celkový počet elementárnych javov = 6
- Padne nepárne číslo
  - počet priaznivých elementárnych javov = 3
  - celkový počet elementárnych javov = 6

Príklad 1

Aká je pravdepodobnosť, že pri hode kockou:

- Padne číslo X $= \frac{1}{6}$
  - počet priaznivých elementárnych javov = 1
  - celkový počet elementárnych javov = 6
- Padne nepárne číslo $= \frac{1}{2}$
  - počet priaznivých elementárnych javov = 3
  - celkový počet elementárnych javov = 6

Príklad 2

Dodávka obsahuje 50 matíc a 150 skrutiek. Polovica matíc a polovica skrutiek je hrdzavá. Ak náhodne vyberieme jednu súčiastku, aká je pravdepodobnosť, že to bude matica alebo, že to bude hrdzavá súčiastka?

Príklad 2

Dodávka obsahuje 50 matíc a 150 skrutiek. Polovica matíc a polovica skrutiek je hrdzavá. Ak náhodne vyberieme jednu súčiastku, aká je pravdepodobnosť, že to bude matica alebo, že to bude hrdzavá súčiastka?

Pokus má 200 možných výsledkov.

Príklad 2

Dodávka obsahuje 50 matíc a 150 skrutiek. Polovica matíc a polovica skrutiek je hrdzavá. Ak náhodne vyberieme jednu súčiastku, aká je pravdepodobnosť, že to bude matica alebo, že to bude hrdzavá súčiastka?
Pokus má 200 možných výsledkov.

- Označme A súčiastka je hrdzavá - 100.
- Označme B súčiastka je matica - 50.

Príklad 2

Dodávka obsahuje 50 matíc a 150 skrutiek. Polovica matíc a polovica skrutiek je hrdzavá. Ak náhodne vyberieme jednu súčiastku, aká je pravdepodobnosť, že to bude matica alebo, že to bude hrdzavá súčiastka?

Pokus má 200 možných výsledkov.

- Označme A súčiastka je hrdzavá - 100.
- Označme B súčiastka je matica - 50.
- Označme $A \cap B$ súčiastka je hrdzavá matica - 25.

Príklad 2

Dodávka obsahuje 50 matíc a 150 skrutiek. Polovica matíc a polovica skrutiek je hrdzavá. Ak náhodne vyberieme jednu súčiastku, aká je pravdepodobnosť, že to bude matica alebo, že to bude hrdzavá súčiastka?
Pokus má 200 možných výsledkov.

- Označme A súčiastka je hrdzavá - 100.
- Označme B súčiastka je matica - 50.
- Označme $A \cap B$ súčiastka je hrdzavá matica - 25.
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{100}{200} + \frac{50}{200} - \frac{25}{200} = \frac{5}{8}$

Podmienená pravdepodobnosť

Pravdepodobnosť že nastane jav A za podmienky, že nastal jav B:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Príklad 3

Ovca porodila dve jahniatka. Určite pravdepodobnosť, že obe sú barani, ak vieme, že jedno z detí je baran.

Ovca porodila dve jahniatka. Určite pravdepodobnosť, že obe sú barani, ak vieme, že jedno z detí je baran.

- $\Omega = \{(b, b), (b, o), (o, b), (o, o)\}$

Príklad 3

Ovca porodila dve jahniatka. Určite pravdepodobnosť, že obe sú barani, ak vieme, že jedno z detí je baran.

- $\Omega = \{(b, b), (b, o), (o, b), (o, o)\}$
- Označme A obe deti sú barani $\{(b, b)\}$.
- Označme B aspoň jedno dieťa je baran $\{(b, b), (b, o), (o, b)\}$

Príklad 3

Ovca porodila dve jahniatka. Určite pravdepodobnosť, že obe sú barani, ak vieme, že jedno z detí je baran.

- $\Omega = \{(b,b),(b,o),(o,b),(o,o)\}$
- Označme A obe deti sú barani $\{(b,b)\}$.
- Označme B aspoň jedno dieťa je baran $\{(b,b),(b,o),(o,b)\}$
- $P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$

Rozklad výberového priestoru

Množiná navzájom disjunktných javov $\{B_1, \dots, B_n\}$ z Ω tvorí rozklad výberového priestoru ak $\cup_{i\in\hat{n}} B_i = \Omega$.

Veta o úplnej pravdepodobnosti

Nech $\{B_1, \dots, B_n\}$ tvorí rozklad výberového priestoru Ω. Porom pre jav $A \in \Omega$ platí:

$$P(A) = \sum_{k\in\hat{n}} P(A|B_i)P(B_i)$$

Príklad 4

Elektrické žiarovky sú vyrábané 3 závodmi. Prvý dodáva 25%, druhý 40% a tretí 35% celej dodávky. Z celkovej produkcie 1. závodu je 88%, 2. závodu 75%, 3. závodu 85% štandardných. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná žiarovka je štandardná?

Príklad 4

Elektrické žiarovky sú vyrábané 3 závodmi. Prvý dodáva 25%, druhý 40% a tretí 35% celej dodávky. Z celkovej produkcie 1. závodu je 88%, 2. závodu 75%, 3. závodu 85% štandardných. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná žiarovka je štandardná?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tom závode

Príklad 4

Elektrické žiarovky sú vyrábané 3 závodmi. Prvý dodáva 25%, druhý 40% a tretí 35% celej dodávky. Z celkovej produkcie 1. závodu je 88%, 2. závodu 75%, 3. závodu 85% štandardných. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná žiarovka je štandardná?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tom závode
- $P(B_1) = 0.25, P(B_2) = 0.4, P(B_3) = 0.35$

Príklad 4

Elektrické žiarovky sú vyrábané 3 závodmi. Prvý dodáva 25%, druhý 40% a tretí 35% celej dodávky. Z celkovej produkcie 1. závodu je 88%, 2. závodu 75%, 3. závodu 85% štandardných. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná žiarovka je štandardná?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tom závode
- $P(B_1) = 0.25, P(B_2) = 0.4, P(B_3) = 0.35$
- $P(A|B_1) = 0.88, P(A|B_2) = 0.75, P(A|B_3) = 0.85$

Príklad 4

Elektrické žiarovky sú vyrábané 3 závodmi. Prvý dodáva 25%, druhý 40% a tretí 35% celej dodávky. Z celkovej produkcie 1. závodu je 88%, 2. závodu 75%, 3. závodu 85% štandardných. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná žiarovka je štandardná?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tom závode
- $P(B_1) = 0.25, P(B_2) = 0.4, P(B_3) = 0.35$
- $P(A|B_1) = 0.88, P(A|B_2) = 0.75, P(A|B_3) = 0.85$
- $P(A) = \sum_{k \in \hat{3}} P(A|B_i)P(B_i)$

Príklad 4

Elektrické žiarovky sú vyrábané 3 závodmi. Prvý dodáva 25%, druhý 40% a tretí 35% celej dodávky. Z celkovej produkcie 1. závodu je 88%, 2. závodu 75%, 3. závodu 85% štandardných. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná žiarovka je štandardná?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tom závode
- $P(B_1) = 0.25, P(B_2) = 0.4, P(B_3) = 0.35$
- $P(A|B_1) = 0.88, P(A|B_2) = 0.75, P(A|B_3) = 0.85$
- $P(A) = \sum_{k \in \hat{3}} P(A|B_i)P(B_i)$
- $P(A) = 0.88 \cdot 0.25 + 0.75 \cdot 0.4 + 0.85 \cdot 0.35 = 0.8175$

Príklad 5

Elektrónka zapojená v televízore môže byť od 4 rôznych výrobcov s pravdepodobnosťami 0,2; 0,3; 0,35; 0,15 pre jednotlivých výrobcov. Pravdepodobnosti, že elektrónky od jednotlivých výrobcov vydržia predpísaný počet hodín sú postupne 0,45; 0,60; 0,75; 0,30. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybratá elektrónka vydrží predpísaný počet hodín?

Príklad 5

Elektrónka zapojená v televízore môže byť od 4 rôznych výrobcov s pravdepodobnosťami 0,2; 0,3; 0,35; 0,15 pre jednotlivých výrobcov. Pravdepodobnosti, že elektrónky od jednotlivých výrobcov vydržia predpísaný počet hodín sú postupne 0,45; 0,60; 0,75; 0,30. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybratá elektrónka vydrží predpísaný počet hodín?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tym výrobcom

Príklad 5

Elektrónka zapojená v televízore môže byť od 4 rôznych výrobcov s pravdepodobnosťami 0,2; 0,3; 0,35; 0,15 pre jednotlivých výrobcov. Pravdepodobnosti, že elektrónky od jednotlivých výrobcov vydržia predpísaný počet hodín sú postupne 0,45; 0,60; 0,75; 0,30. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybratá elektrónka vydrží predpísaný počet hodín?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tym výrobcom
- $P(B_1) = 0.2, P(B_2) = 0.3, P(B_3) = 0.35, P(B_4) = 0.15$

Príklad 5

Elektrónka zapojená v televízore môže byť od 4 rôznych výrobcov s pravdepodobnosťami 0,2; 0,3; 0,35; 0,15 pre jednotlivých výrobcov. Pravdepodobnosti, že elektrónky od jednotlivých výrobcov vydržia predpísaný počet hodín sú postupne 0,45; 0,60; 0,75; 0,30. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybratá elektrónka vydrží predpísaný počet hodín?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tym výrobcom
- $P(B_1) = 0.2, P(B_2) = 0.3, P(B_3) = 0.35, P(B_4) = 0.15$
- $P(A|B_1) = 0.45, P(A|B_2) = 0.6, P(A|B_3) = 0.75, P(A|B_4) = 0.3$

Príklad 5

Elektrónka zapojená v televízore môže byť od 4 rôznych výrobcov s pravdepodobnosťami 0,2; 0,3; 0,35; 0,15 pre jednotlivých výrobcov. Pravdepodobnosti, že elektrónky od jednotlivých výrobcov vydržia predpísaný počet hodín sú postupne 0,45; 0,60; 0,75; 0,30. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybratá elektrónka vydrží predpísaný počet hodín?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tym výrobcom
- $P(B_1) = 0.2, P(B_2) = 0.3, P(B_3) = 0.35, P(B_4) = 0.15$
- $P(A|B_1) = 0.45, P(A|B_2) = 0.6, P(A|B_3) = 0.75, P(A|B_4) = 0.3$
- $P(A) = \sum_{k\in\hat{4}} P(A|B_i)P(B_i)$

Príklad 5

Elektrónka zapojená v televízore môže byť od 4 rôznych výrobcov s pravdepodobnosťami 0,2; 0,3; 0,35; 0,15 pre jednotlivých výrobcov. Pravdepodobnosti, že elektrónky od jednotlivých výrobcov vydržia predpísaný počet hodín sú postupne 0,45; 0,60; 0,75; 0,30. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybratá elektrónka vydrží predpísaný počet hodín?

- B_i je pravdepodonosť že žiarovka bola vyrobená v i-tym výrobcom
- $P(B_1) = 0.2, P(B_2) = 0.3, P(B_3) = 0.35, P(B_4) = 0.15$
- $P(A|B_1) = 0.45, P(A|B_2) = 0.6, P(A|B_3) = 0.75, P(A|B_4) = 0.3$
- $P(A) = \sum_{k \in \hat{4}} P(A|B_i)P(B_i)$
- $P(A) = 0.45 \cdot 0.2 + 0.6 \cdot 0.3 + 0.75 \cdot 0.35 + 0.3 \cdot 0.15 = 0.5775$

Príklad 6

V terénnej súťaži spoľahlivosti zostalo 10 motocyklov prvej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť jazdy 85%, 8 motocyklov druhej série, ktoré vykazovali spoľahli-vosť 75%, 5 motocyklov tretej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť 60%. Aká je pravdepodobnosť, že nasledujúci deň náhodne vybratý motocykel nedošiel?

Príklad 6

V terénnej súťaži spoľahlivosti zostalo 10 motocyklov prvej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť jazdy 85%, 8 motocyklov druhej série, ktoré vykazovali spoľahli-vosť 75%, 5 motocyklov tretej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť 60%. Aká je pravdepodobnosť, že nasledujúci deň náhodne vybratý motocykel nedošiel?

- Označíme ako A pravdepodobnosť že motorka dojde.

Príklad 6

V terénnej súťaži spoľahlivosti zostalo 10 motocyklov prvej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť jazdy 85%, 8 motocyklov druhej série, ktoré vykazovali spoľahli-vosť 75%, 5 motocyklov tretej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť 60%. Aká je pravdepodobnosť, že nasledujúci deň náhodne vybratý motocykel nedošiel?

- Označíme ako A pravdepodobnosť že motorka dojde.
- B_i je spoľahlivosť motorky i-tej série.

Príklad 6

V terénnej súťaži spoľahlivosti zostalo 10 motocyklov prvej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť jazdy 85%, 8 motocyklov druhej série, ktoré vykazovali spoľahli-vosť 75%, 5 motocyklov tretej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť 60%. Aká je pravdepodobnosť, že nasledujúci deň náhodne vybratý motocykel nedošiel?

- Označíme ako A pravdepodobnosť že motorka dojde.
- B_i je spoľahlivosť motorky i-tej série.
- $P(A) = \sum_{k \in \hat{3}} P(A|B_i)P(B_i)$

Príklad 6

V terénnej súťaži spoľahlivosti zostalo 10 motocyklov prvej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť jazdy 85%, 8 motocyklov druhej série, ktoré vykazovali spoľahli-vosť 75%, 5 motocyklov tretej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť 60%. Aká je pravdepodobnosť, že nasledujúci deň náhodne vybratý motocykel nedošiel?

- Označíme ako A pravdepodobnosť že motorka dojde.
- B_i je spoľahlivosť motorky i-tej série.
- $P(A) = \sum_{k \in \hat{3}} P(A|B_i)P(B_i)$
- $P(A) = 0.85 \cdot \frac{8}{23} + 0.75 \cdot \frac{8}{23} + 0.6 \cdot \frac{5}{23} = 0.24$

Príklad 6

V terénnej súťaži spoľahlivosti zostalo 10 motocyklov prvej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť jazdy 85%, 8 motocyklov druhej série, ktoré vykazovali spoľahli-vosť 75%, 5 motocyklov tretej série, ktoré vykazovali spoľahlivosť 60%. Aká je pravdepodobnosť, že nasledujúci deň náhodne vybratý motocykel nedošiel?

- Označíme ako A pravdepodobnosť že motorka dojde.
- B_i je spoľahlivosť motorky i-tej série.
- $P(A) = \sum_{k \in \hat{3}} P(A|B_i)P(B_i)$
- $P(A) = 0.85 \cdot \frac{8}{23} + 0.75 \cdot \frac{8}{23} + 0.6 \cdot \frac{5}{23} = 0.24$
- Výsledok = $P(A^c) = 1 - P(A) = 0.76$

Príklad 7

V pivnici je tma. Kompóty sú poukladané na policiach. Na prvej polici je 6 čučoriedkových a 10 malinových kompótov, na druhej polici je 7 čučoriedkových a 5 malinových kompótov. Marienka preložila jeden kompót z prvej police na druhú. Janko si potom vybral jeden kompót z a) prvej police, b) druhej police. Aká je pravdepodobnosť, že si vybral malinový?

Riešenie a)

Príklad 7

V pivnici je tma. Kompóty sú poukladané na policiach. Na prvej polici je 6 čučoriedkových a 10 malinových kompótov, na druhej polici je 7 čučoriedkových a 5 malinových kompótov. Marienka preložila jeden kompót z prvej police na druhú. Janko si potom vybral jeden kompót z a) prvej police, b) druhej police. Aká je pravdepodobnosť, že si vybral malinový?

Riešenie a)

- B_1 - 5 čučoriedkových a 10 malinových na prvej polici
- B_2 - 6 čučoriedkových a 9 malinových na prvej polici

Príklad 7

V pivnici je tma. Kompóty sú poukladané na policiach. Na prvej polici je 6 čučoriedkových a 10 malinových kompótov, na druhej polici je 7 čučoriedkových a 5 malinových kompótov. Marienka preložila jeden kompót z prvej police na druhú. Janko si potom vybral jeden kompót z a) prvej police, b) druhej police. Aká je pravdepodobnosť, že si vybral malinový?

Riešenie a)

- B_1 - 5 čučoriedkových a 10 malinových na prvej polici
- B_2 - 6 čučoriedkových a 9 malinových na prvej polici
- $P(A|B_1) = \frac{10}{15}, P(A|B_2) = \frac{9}{15}$

Príklad 7

V pivnici je tma. Kompóty sú poukladané na policiach. Na prvej polici je 6 čučoriedkových a 10 malinových kompótov, na druhej polici je 7 čučoriedkových a 5 malinových kompótov. Marienka preložila jeden kompót z prvej police na druhú. Janko si potom vybral jeden kompót z a) prvej police, b) druhej police. Aká je pravdepodobnosť, že si vybral malinový?

Riešenie a)

- B_1 - 5 čučoriedkových a 10 malinových na prvej polici
- B_2 - 6 čučoriedkových a 9 malinových na prvej polici
- $P(A|B_1) = \frac{10}{15}, P(A|B_2) = \frac{9}{15}$
- $P(A) = \frac{10}{15} \cdot \frac{6}{16} + \frac{9}{15} \cdot \frac{10}{16} = 0.625$

Príklad 8

Katarína A., Lenka B. a Monika C. sa spolu učia na maturitu. Z 30 maturitných otázok z angličtiny sa však stihli naučiť len prvých 20. Aká je pravdepodobnosť, že a) Lenka b) Monika si vytiahne otázku, ktorú vie, ak odpovedajú v poradí podľa abecedy a každá musí mať inú otázku?

Riešenie a)

Príklad 8

Katarína A., Lenka B. a Monika C. sa spolu učia na maturitu. Z 30 maturitných otázok z angličtiny sa však stihli naučiť len prvých 20. Aká je pravdepodobnosť, že a) Lenka b) Monika si vytiahne otázku, ktorú vie, ak odpovedajú v poradí podľa abecedy a každá musí mať inú otázku?

Riešenie a)

- B_1 - katka vytiahne otázku, ktorú vie
- B_2 - katka vytiahne otázku, ktorú nevie

Príklad 8

Katarína A., Lenka B. a Monika C. sa spolu učia na maturitu. Z 30 maturitných otázok z angličtiny sa však stihli naučiť len prvých 20. Aká je pravdepodobnosť, že a) Lenka b) Monika si vytiahne otázku, ktorú vie, ak odpovedajú v poradí podľa abecedy a každá musí mať inú otázku?

Riešenie a)

- B_1 - katka vytiahne otázku, ktorú vie
- B_2 - katka vytiahne otázku, ktorú nevie
- $P(A|B_1) = \frac{20}{30}, P = \frac{10}{30}$

Katarína A., Lenka B. a Monika C. sa spolu učia na maturitu. Z 30 maturitných otázok z angličtiny sa však stihli naučiť len prvých 20. Aká je pravdepodobnosť, že a) Lenka b) Monika si vytiahne otázku, ktorú vie, ak odpovedajú v poradí podľa abecedy a každá musí mať inú otázku?

Riešenie a)

- B_1 - katka vytiahne otázku, ktorú vie
- B_2 - katka vytiahne otázku, ktorú nevie
- $P(A|B_1) = \frac{20}{30}, P = \frac{10}{30}$
- $P(A) = \frac{19}{29} \cdot \frac{20}{30} + \frac{20}{29} \cdot \frac{10}{30} = \frac{2}{3}$

Bayesov vzorec

Bayesov vzorec

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Príklad 8

Karolovi urobili v rámci prehliadky Rtg hrudníku, ktorý sa vrátil s pozitívnym nálezom na rakovinu pľúc. Aká je pravdepodobnosť, že Karol má rakovinu, ak vieme, že test je falošne pozitívny v 5% prípadov a falošne negatívny v 40% prípadov. A tiež vieme, že iba jeden z 500 zamestnancov v Karolovej pozícii má rakovinu.

Príklad 8

Karolovi urobili v rámci prehliadky Rtg hrudníku, ktorý sa vrátil s pozitívnym nálezom na rakovinu pľúc. Aká je pravdepodobnosť, že Karol má rakovinu, ak vieme, že test je falošne pozitívny v 5% prípadov a falošne negatívny v 40% prípadov. A tiež vieme, že iba jeden z 500 zamestnancov v Karolovej pozícii má rakovinu.

- $P(A_p) = 0.002$ - chorý, $P(A_n) = 0.998$ - zdravý
- B - pozitívny test

Príklad 8

Karolovi urobili v rámci prehliadky Rtg hrudníku, ktorý sa vrátil s pozitívnym nálezom na rakovinu pľúc. Aká je pravdepodobnosť, že Karol má rakovinu, ak vieme, že test je falošne pozitívny v 5% prípadov a falošne negatívny v 40% prípadov. A tiež vieme, že iba jeden z 500 zamestnancov v Karolovej pozícii má rakovinu.

- $P(A_p) = 0.002$ - chorý, $P(A_n) = 0.998$ - zdravý
- B - pozitívny test
- $P(B|A_p) = 0.6, P(B|A_n) = 0.05$

Príklad 8

Karolovi urobili v rámci prehliadky Rtg hrudníku, ktorý sa vrátil s pozitívnym nálezom na rakovinu pľúc. Aká je pravdepodobnosť, že Karol má rakovinu, ak vieme, že test je falošne pozitívny v 5% prípadov a falošne negatívny v 40% prípadov. A tiež vieme, že iba jeden z 500 zamestnancov v Karolovej pozícii má rakovinu.

- $P(A_p) = 0.002$ - chorý, $P(A_n) = 0.998$ - zdravý
- B - pozitívny test
- $P(B|A_p) = 0.6, P(B|A_n) = 0.05$
- $P(A_p|B) = \frac{0.6 \cdot 0.002}{0.6 \cdot 0.002 + 0.05 \cdot 0.998} = 0.024$

Príklad 9

Rovnaký test ako Karol podstúpil aj Peter a tiež mu vyšiel pozitívny test. Peter však 20 rokov pracoval ako baník v banskom dole. Peter vie, že 15% jeho bývalých kolegov má rakovinu pľúc. Ak sa ostatné podmienky nezmenili, aká je pravdepo-dobnosť, že rakovinu má aj Peter?

Príklad 9

Rovnaký test ako Karol podstúpil aj Peter a tiež mu vyšiel pozitívny test. Peter však 20 rokov pracoval ako baník v banskom dole. Peter vie, že 15% jeho bývalých kolegov má rakovinu pľúc. Ak sa ostatné podmienky nezmenili, aká je pravdepo-dobnosť, že rakovinu má aj Peter?

- $P(A_p) = 0.15$ - chorý, $P(A_n) = 0.85$ - zdravý
- B - pozitívny test

Príklad 9

Rovnaký test ako Karol podstúpil aj Peter a tiež mu vyšiel pozitívny test. Peter však 20 rokov pracoval ako baník v banskom dole. Peter vie, že 15% jeho bývalých kolegov má rakovinu pľúc. Ak sa ostatné podmienky nezmenili, aká je pravdepo-dobnosť, že rakovinu má aj Peter?

- $P(A_p) = 0.15$ - chorý, $P(A_n) = 0.85$ - zdravý
- B - pozitívny test
- $P(B|A_p) = 0.6, P(B|A_n) = 0.05$

Príklad 9

Rovnaký test ako Karol podstúpil aj Peter a tiež mu vyšiel pozitívny test. Peter však 20 rokov pracoval ako baník v banskom dole. Peter vie, že 15% jeho bývalých kolegov má rakovinu pľúc. Ak sa ostatné podmienky nezmenili, aká je pravdepo-dobnosť, že rakovinu má aj Peter?

- $P(A_p) = 0.15$ - chorý, $P(A_n) = 0.85$ - zdravý
- B - pozitívny test
- $P(B|A_p) = 0.6, P(B|A_n) = 0.05$
- $P(A_p) = \frac{0.6 \cdot 0.15}{0.6 \cdot 0.15 + 0.05 \cdot 0.85} = 0.679$

Príklad 10

Predpokladajme, že máme školu so 60% chlapcami a 40% dievčatami. Všetci chlapci nosia nohavice a z dievčat nosí nohavice polovica. Pozorovateľ vidí z diaľky študenta v nohaviciach. Aká je pravdepodobnosť, že ten náhodný študent je dievča?

Príklad 10

Predpokladajme, že máme školu so 60% chlapcami a 40% dievčatami. Všetci chlapci nosia nohavice a z dievčat nosí nohavice polovica. Pozorovateľ vidí z diaľky študenta v nohaviciach. Aká je pravdepodobnosť, že ten náhodný študent je dievča?

- $P(A_c) = 0.6$ - chlapec, $P(A_d) = 0.4$ - dievča
- B - osoba má nohavice

Príklad 10

Predpokladajme, že máme školu so 60% chlapcami a 40% dievčatami. Všetci chlapci nosia nohavice a z dievčat nosí nohavice polovica. Pozorovateľ vidí z diaľky študenta v nohaviciach. Aká je pravdepodobnosť, že ten náhodný študent je dievča?

- $P(A_c) = 0.6$ - chlapec, $P(A_d) = 0.4$ - dievča
- B - osoba má nohavice
- $P(B|A_c) = 1, P(B|A_d) = 0.5$

Príklad 10

Predpokladajme, že máme školu so 60% chlapcami a 40% dievčatami. Všetci chlapci nosia nohavice a z dievčat nosí nohavice polovica. Pozorovateľ vidí z diaľky študenta v nohaviciach. Aká je pravdepodobnosť, že ten náhodný študent je dievča?

- $P(A_c) = 0.6$ - chlapec, $P(A_d) = 0.4$ - dievča
- B - osoba má nohavice
- $P(B|A_c) = 1, P(B|A_d) = 0.5$
- $P(A_p) = \frac{0.5 \cdot 0.4}{0.5 \cdot 0.4 + 0.6} = 0.25$

Náhodná premenná

Funkcia, ktorej hodnota je určená výsledkom náhodného pokusu. Priraďuje číselnú hodnotu každému javu.

Distribučná funkcia

Opisuje rozdelenie pravdepodobnosti náhodnej premennej definovanej na pravdepodobnostnom priestore.

Príklad 11

Máme 4 stroje (nezávislé na sebe): 1. sa pokazí s pravdepodobnosťou 10%, 2. s pravdepodobnosťou 15%, 3. s pravdepodobnosťou 30%, 4. stroj spravdepodobnosťou 50%. Náhodná premenná X označuje počet pokazených strojov. Popíšte túto náhodnú premennú. T.j. popíšte s akými pravdepodobnosťami bude mať jednotlivé hodnoty $\{0, ..., 4\}$.

Príklad 11

Máme 4 stroje (nezávislé na sebe): 1. sa pokazí s pravdepodobnosťou 10%, 2. s pravdepodobnosťou 15%, 3. s pravdepodobnosťou 30%, 4. stroj spravdepodobnosťou 50%. Náhodná premenná X označuje počet pokazených strojov. Popíšte túto náhodnú premennú. T.j. popíšte s akými pravdepodobnosťami bude mať jednotlivé hodtnoty $\{0, ..., 4\}$.

- $P(X = 4) = 0.1 \cdot 0.15 \cdot 0.3 \cdot 0.5 = 0.00225$

Príklad 11

Máme 4 stroje (nezávislé na sebe): 1. sa pokazí s pravdepodobnosťou 10%, 2. s pravdepodobnosťou 15%, 3. s pravdepodobnosťou 30%, 4. stroj spravdepodobnosťou 50%. Náhodná premenná X označuje počet pokazených strojov. Popíšte túto náhodnú premennú. T.j. popíšte s akými pravdepodobnosťami bude mať jednotlivé hodtnoty $\{0, ..., 4\}$.

- $P(X = 4) = 0.1 \cdot 0.15 \cdot 0.3 \cdot 0.5 = 0.00225$
- $P(X = 0) = 0.9 \cdot 0.85 \cdot 0.7 \cdot 0.5 = 0.26775$

Príklad 11

Máme 4 stroje (nezávislé na sebe): 1. sa pokazí s pravdepodobnosťou 10%, 2. s pravdepodobnosťou 15%, 3. s pravdepodobnosťou 30%, 4. stroj spravdepodobnosťou 50%. Náhodná premenná X označuje počet pokazených strojov. Popíšte túto náhodnú premennú. T.j. popíšte s akými pravdepodobnosťami bude mať jednotlivé hodnoty $\{0, ..., 4\}$.

- $P(X = 4) = 0.1 \cdot 0.15 \cdot 0.3 \cdot 0.5 = 0.00225$
- $P(X = 0) = 0.9 \cdot 0.85 \cdot 0.7 \cdot 0.5 = 0.26775$
- $P(X = 1) = P(S_1 \cap S_2^c \cap S_3^c \cap S_4^c) + P(S_1^c \cap S_2 \cap S_3^c \cap S_4^c) + +P(S_1^c \cap S_2^c \cap S_3 \cap S_4^c) + P(S_1^c \cap S_2^c \cap S_3^c \cap S_4) = 0.4595$

Príklad 11

Máme 4 stroje (nezávislé na sebe): 1. sa pokazí s pravdepodobnosťou 10%, 2. s pravdepodobnosťou 15%, 3. s pravdepodobnosťou 30%, 4. stroj spravdepodobnosťou 50%. Náhodná premenná X označuje počet pokazených strojov. Popíšte túto náhodnú premennú. T.j. popíšte s akými pravdepodobnosťami bude mať jednotlivé hodnoty $\{0, \ldots, 4\}$.

- $P(X = 4) = 0.1 \cdot 0.15 \cdot 0.3 \cdot 0.5 = 0.00225$
- $P(X = 0) = 0.9 \cdot 0.85 \cdot 0.7 \cdot 0.5 = 0.26775$
- $P(X = 1) = P(S_1 \cap S_2^c \cap S_3^c \cap S_4^c) + P(S_1^c \cap S_2 \cap S_3^c \cap S_4^c) + +P(S_1^c \cap S_2^c \cap S_3 \cap S_4^c) + P(S_1^c \cap S_2^c \cap S_3^c \cap S_4) = 0.4595$
- $P(X = 2) = 0.23, P(X = 3) = 0.0405$