

Trigonometri, regulære mangekantar og stjerner

Skrevet av: Sigmund Hansen

Oversatt av: Stein Olav Romslo

Kurs: Processing

Tema: Tekstbasert, Animasjon

Fag: Matematikk, Programmering, Kunst og håndverk

Klassetrinn: 8.-10. klasse, Videregående skole

Introduksjon

No som du kan teikne mangekantar ([../mangekanter/mangekanter_nn.html](#)) (viss du ikkje har gjort oppgåva om mangekantar bør du gjere den fyrst), skal me sjå på ein spesiell type mangekantar: dei regulære mangekantane. Det vil seie dei mangekantane der lengda av kvar side er lik, og vinkelen i kvart hjørne er lik. Me skal dessutan teikne nokre av dei nære slektningane deira: dei regulære stjernene.

Det er ein stor fordel om du kan litt trigonometri før du startar med denne oppgåva, men me skal prøve å gi korte forklaringar slik at du kan kome gjennom sjølv om du ikkje gjer det.

Sinus og cosinus

For me startar å teikne, så skal me sjå på to trigonometriske funksjonar me kjem til å bruke mykje: *sinus* og *cosinus*. Me skal spesielt sjå på dei i samband med sirkclar.

- Eit kvart punkt på ein sirkel befinn seg like langt frå midten av sirkelen. Denne avstanden er *radius* i sirkelen, som regel forkorta *r* i figurar og formlar.



- Me kan teikne ein rett vinkla trekant som ligg vassrett og strekk seg frå sentrum til sirkelbogen.



- Viss me seier at sentrum av sirkelen ligg i punktet $(0, 0)$, altså at X og Y er 0 i midten, så kan me enkelt rekne ut X og Y for punktet på sirkelen. To av sidene i trekanten viser då X og Y. Den siste sida er linja frå sentrum med lengde r . Difor har me kalla sidene x , y og r : me kan bruke namna for lengdene til sidene òg. For vinklar er det vanleg å bruke greske bokstavar, og her har me brukt α , alfa.
- Lengda på sidene x og y kan me finne med funksjonane sinus og cosinus, vinkelen α og r , altså radiusen til sirkelen. Dei korte sidene som saman lagar det rettvinkla hjørnet kallast katetar, og den lange sida med lengda r kallast hypotenus. Lengda på kateten som er med på hjørnet med vinkelen α har lengda $\cos(\alpha) \cdot r$. Denne kateten kallast gjerne den hjåliggande kateten. På bokmål kan du skrive hugseregelen "hos blir cos" for å hugse kva side som brukar cosinus-funksjonen. Lengda på den andre kateten, kalla den motståande kateten, er $\sin(\alpha) \cdot r$.



- Det virkar kanskje merkeleg når du berre får formlane på denne måten. Men dei er altså definert slik at sinus og cosinus gir forholdet mellom hypotenusen og katetane: $\sin(\alpha) = y / r$ og $\cos(\alpha) = x / r$. Me skal ikkje sjå på korleis ein finn desse tala ut frå vinkelen, det skal datamaskina gjere for oss!

Regulære mangekantar

No skal me teikne nokre regulære mangekantar. Det vil seie mangekantar der avstanden mellom kvart hjørne er lik, altså er dei likesida, og vinkelen i kvart hjørne er lik, altså er dei likevinkla. Du lurar kanskje på korleis du skal få til dette. Hjørnene i ein regulær mangekant fordeler seg jamnt langs ein sirkel. Difor kan me bruke formlane for katetane til å reikne ut kor hjørna skal vere. Elles teiknar med figuren akkurat som alle andre mangekantar, slik du gjorde i ei anna oppgåve.

☐ Me startar med å teikne opp ein regulær (femkant).

```
int KANTAR = 5;
float vinkel = 360.0 / KANTAR;

void setup() {
    size(600, 600);
}

void draw() {
    background(0);

    beginShape();
    for (int hjorne = 0; hjorne < KANTAR; hjorne++) {
        vertex(300 + cos(radians(vinkel * hjorne)) * 200,
              300 + sin(radians(vinkel * hjorne)) * 200);
    }
    endShape(CLOSE);
}
```

Inne i kallet på `vertex` ser du nokre nye utrekningar. Her brukar me tre nye funksjonar. Funksjonane `sin` og `cos` vart forklart lengre opp. Me brukar `radians` for å rekne om gradar til radianar, ei anna måleeining for vinklar.

I dataprogram brukar sinus og cosinus vanlegvis radianar, så viss me vil jobbe med vinklar i gradar må me gjere denne konverteringa. Du ser at me har med ein variabel for vinkelen mellom kvart punkt, og den har me berekna i gradar ut frå at ein sirkel er 360°.

Til slutt fortel `CLOSE` i `endShape` at siste kant i figuren skal setjast saman med den fyrste, altså at me lukkar og fyller figuren.



- ☐ Kva er talet 200 her? Kva skjer viss du endrar det til noko anna?
- ☐ Kva med talet 300 ?
- ☐ Kan du få snudd på femkanten så hjørnet som no peikar rett til høgre peikar rett opp?



- ☐ Viss du har fått femkanten til å peike opp, kan du leggje til ein variabel som du brukar til denne justeringa? Kan du bruke denne variabelen til å få femkanten til å snurre?



- ☐ Kan du styre kva veg femkanten peikar med musa eller tastaturet?
- ☐ Kva skjer viss du endrar KANTAR til ein annan verdi enn 5 ?

Regulære stjerner 1

Regulære stjerner med eit odde antal spissar kan teiknast nesten heilt likt som ein teiknar ein regulær mangekant. Dei er på ein måte ein slags variant av mangekantar. Viss du har teikna ei femkanta stjerne før, så har du kanskje lagt merke til at det liknar på ein femkant, men at du hoppar over eit hjørne når du teiknar streken mellom to spissar.



- ☐ Sidan me skal hoppe over eit hjørne kvar gong me teiknar opp neste spiss må me gangen vinkelen med 2 . Endre kallet på vertex til:

```
vertex(300 + cos(radians(vinkel * hjorne * 2)) * 200,  
       300 + sin(radians(vinkel * hjorne * 2)) * 200);
```

Kunne du ganga med 2 ein annan stad i koden og fått den same effekten?

- ☐ Kan du teikne ei sjukanta stjerne? Eller ei nikanta stjerne?
- ☐ Viss du har ei stjerne med fleire kantar enn fem, så kan du gange med andre tal enn to og få andre variantar av mangekanta stjerner. Prøv ulike tal for sju-, ni- og ellevekanta stjerner. Kva skjer når du hoppar over fleire kantar enn halvparten av antalet spissar?

Regulære stjerner 2

Stjerner med likt antal spissar (altså at det er eit partal) kan bli teikna som to regulære mangekantar med halvparten så mange hjørne som stjerna har spissar.

- ☐ Fjern ganging med to frå programmet som teiknar stjerner med eit odde antal spissar.
- ☐ Lag ein kopi av løkka som teiknar opp mangekanten, med `beginShape()`; og `endShape(CLOSE)`; .
- ☐ I den nye løkka endrar du `int hjorne = 0` til `int hjorne = 1`, slik at denne løkka teiknar kantane mellom dei odde hjørna.
- ☐ Endre `hjerne++` til `hjerne += 2` slik at me berre teiknar kantar mellom annakvart hjørne.
- ☐ Pass på at `KANTAR` blir sett til eit partal som er minst 6 .



Utfordring

- ☐ No ser det nok ut som det manglar nokre strekar i stjerna di. Kan du teikne opp dei siste kantane ved å teikne den fyrste av dei to mangekantane på nytt og bruke `noFill()` (https://processing.org/reference/noFill_.html), `noStroke()` (https://processing.org/reference/noStroke_.html) og `stroke()` (https://processing.org/reference/stroke_.html)?
- ☐ Kan du teikne fleire mangekantar eller stjerner på skjermen samstundes? Til dømes ei femkanta, ei sjukanta og ei nikanta stjerne, som vist under?



- ☐ Viss stjernene dine ikkje snurrar allereie, kan du få dei til å gjere det?

