

# 페이저를 이용한 대역 필터의 주파수 응답 탐구

18009 고도형

June 9, 2020

## 1 페이저

푸리에 분석은 어떠한 주기함수라도 서로 다른 여러 개의 정현파를 중첩하여 표현할 수 있음을 보장한다. 즉, 각기 다른 주파수와 진폭을 지닌 사인함수와 코사인함수를 일괄적으로 코사인함수로 환원하여 분석할 수 있다. 원운동의 정사영으로서 전류와 전압을 정현파의 형태로 기술할 수 있으므로 다음과 같은 전하의 운동을 생각한다. 원점으로부터  $A$ 만큼 떨어진 전하가 초기 위상  $\phi$ 를 가지므로 각진동수  $\omega$ 에 대하여 시간  $t$ 에 따른 전류  $x(t)$ 는 다음과 같다.

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (1)$$

삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) = A(\cos \omega t \cos \phi - \sin \phi \sin \omega t) \quad (2)$$

즉, 위상  $\phi$ 에 따른 물체의 위치를 좌표  $(X, Y)$ 로 기술할 수 있다.

$$(X, Y) = (A \cos \phi, A \sin \phi) \quad (3)$$

좌표를 복소평면에 대입하면 원운동을 허수축의 회전으로 기술할 수 있으므로 편리하다.  $X$ 축을 실수축으로,  $Y$ 축을 허수축으로 설정하면 교류전류의 페이저는 아래와 같이 나타난다.

$$(X, Y) = X + jY = A \cos \phi + jA \sin \phi \quad (4)$$

오일러 공식을 사용하면 이 좌표를 복소수 지수로서 정의할 수 있다.

$$Ae^{j\phi} = A \cos \phi + jA \sin \phi \quad (5)$$

## 1.1 페이저 변환

정현파 형식(Sinusoidal waveform)와 페이저 형식(Phasor) 사이에는 식 (5)과 같은 관계가 있다. 이를 응용하면 정현파 신호  $v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_V)$ 를 다음과 같이 페이저 형식으로 변환할 수 있다.

$$\mathbf{V} = V_m e^{j(\omega t + \phi_V)} = V_m e^{j\phi_V} \quad (6)$$

이  $\mathbf{V}$ 를 교류전원장치의 전압의 페이저 형식이라 한다. 반대로, 페이저 형식을 알 때 이를 정현파로 바꿀 수 있다.

$$\mathbf{V} = V_m e^{j(\omega t + \phi_V)} = V_m (\cos \omega t \cos \phi_V + \sin \phi_V \sin \omega t) = V_m \cos(\omega t + \phi_V) \quad (7)$$

## 2 전자소자의 페이저 표기

전기 회로를 이루는 저항, 축전기, 그리고 유도기의 작용을 다음과 같이 페이저로 재정의할 수 있다.

### 2.1 저항

회로에 흐르는 교류전압과 교류전류에 대해 임의의 위상  $\phi_V, \phi_I$ 를 가정한다. 옴의 법칙(Ohm's Law)로 나타나는 특성방정식  $V = IR$ 을 적용하면 식(6)의 형식을 빌려 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_m e^{j\phi_V} = R I_m e^{j\phi_I} \quad (8)$$

실수부와 허수부의 값을 각각 비교하면 다음을 얻는다.

$$V_m = I_m R \quad (9)$$

이는 옴의 법칙과 동일하며 페이저 형식으로 나타내어진 회로에서도 저항은 동일하게 성립함을 확인할 수 있다.

## 2.2 축전기

특성방정식  $Q = CV$ 를 적용하고 전하와 전류의 관계로부터 식을 다음과 같이 변형한다.

$$\frac{dq}{dt} = i = C \frac{dV}{dt} \quad (10)$$

페이저 형식을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$V_m = \frac{I_m}{j\omega C} \quad (11)$$

교류 회로에서는 축전기가 전하의 흐름을 방해하므로 이로부터 용량 리액턴스  $X_C = \frac{1}{j\omega C}$ 를 정의한다. 용량 리액턴스는 전류의 각진동수에 반비례하므로 높은 진동수를 가지는 고주파 전류일수록 값이 작다. 즉, 고주파 전류를 잘 통과시키는 반면, 저주파나 직류 전류는 통과시키지 않음을 알 수 있다.

## 2.3 유도기

특성방정식  $V = L \frac{di}{dt}$ 를 적용한다. 페이저 형식을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$V_m = j\omega L I_m \quad (12)$$

교류 회로에서는 유도기가 전하의 흐름을 방해하므로 이로부터 유도 리액턴스  $X_L = j\omega L$ 를 정의한다. 유도 리액턴스는 전류의 각진동수에 비례하므로 높은 진동수를 가진 고주파 전류일수록 값이 크다. 즉, 상대적으로 저주파 전류나 직류를 통과시킨다.

## 3 필터

일반적으로 필터는 주파수 영역 중 원하지 않는 성분을 거르거나 원하는 성분만을 추출해 내기 위해 사용되는 회로를 일컫는다. 저항, 축전기, 유도기만을 사용하여 구성된 회로를 수동형 필터회로라 한다. 속도, 온도, 가속도, 힘, 소리 등 다양한 물리량을 계측한 데이터로부터 노이즈를 제거하기 위해 사용되는 필터 회로는 그 특성에 따라 저역통과필터, 고역통과필터, 대역통과필터, 그리고 대역저지필터의 4가지로 구분된다.

### 3.1 저역통과필터

저역통과필터(Low-Pass Filter; LPF)는 저주파 신호를 통과시키고 고주파 신호는 차단하는 필터로 유도기를 사용하여 구현할 수 있다.

### 3.2 고역통과필터

## 4 주파수 응답

어떠한 선형 회로 시스템에 대하여 시간에 따른 시스템의 입출력을 관측함으로써 회로를 구성하는 물리량의 변화를 관찰할 수 있다. 다음과 같은 형태의 선형 회로를 가정한다.

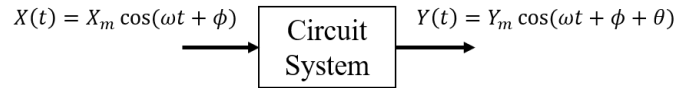


Figure 1: Linear Circuit System

이제 두 회로의 입출력값을 관찰하여 기록하였더니 다음과 같았다고 하자.

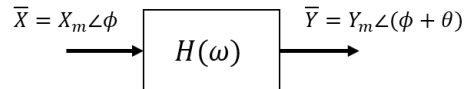


Figure 2: Frequency Response Function

## 5 시뮬레이션

## 6 결론