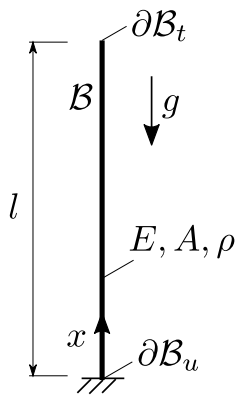


Übung 2: Variationsrechnung

Aufgabe 2.1: Stab unter Eigengewicht

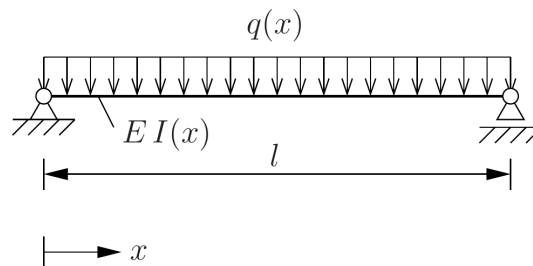


Ein Stab ($EA = \text{const.}$) der Dichte ρ und der Länge l ist eingespannt an der Position $x = 0$ und erfährt eine Deformation aufgrund seiner Masse im Erdschwerefeld g .

- Leiten Sie mithilfe des Prinzips des Minimums des elastischen Gesamtpotentials die Euler-Lagrange Differentialgleichung für die Verschiebungsfunktion $u(x)$ her.
- Ermitteln Sie die Lösungsfunktion $u(x)$ der Differentialgleichung unter Berücksichtigung der Randbedingungen.

Aufgabe 2.2: Balken unter Streckenlast

Ein Balken ($EI = \text{const.}$) der Länge l erfährt eine konstante Streckenlast $q(x) = q_0$.



Vorgegeben sei das folgende elastische Gesamtpotential:

$$\Pi = \int_0^l \left[\frac{1}{2} EI (w(x)'')^2 - w(x) q_0 \right] dx$$

- Leiten Sie mithilfe der Variationsmethode die Euler-Lagrange Gleichung für die Durchbiegung $w(x)$ sowie die natürlichen Randbedingungen her.
- Bestimmen Sie die Biegelinie $w(x)$ unter Auswertung der Randbedingungen
- Wie lauten die natürlichen Randbedingungen unter der Annahme, dass der Balken bei $x = 0$ fest eingespannt ist und bei $x = l$ frei?

Hinweis: Die essentiellen RB lauten in diesem Fall $w(0) = 0$ und $w'(0) = 0$.