

## Klausurvorbereitung

### Aufgabe 1: Schwache Form und Idee der FEM

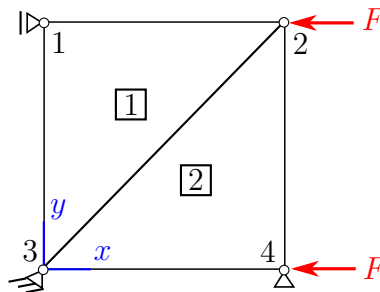
Gegeben sei das elastische Potential

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{B}} \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{\sigma} \, dv - \int_{\mathcal{B}} \mathbf{u} \cdot \bar{\mathbf{b}} \, dv - \int_{\partial \mathcal{B}_t} \mathbf{u} \cdot \bar{\mathbf{t}} \, da$$

- Wie lautet die zugehörige Variationsgleichung (schwache Form)?
- Leiten Sie aus der schwachen Form die Euler Lagrange-Gleichungen (starke Form) für das Randwertproblem der Elastostatik her.
- Wie gelangt man von der schwachen Form zur Elementsteifigkeitsmatrix  $\underline{\mathbf{k}}_e$  und Elementlastmatrix  $\underline{\mathbf{p}}_e$ ?
- Wie lassen sich die Integrale in der diskretisierten schwachen Form berechnen?
- Wie gelangt man zur Lösung des globalen Problems?

### Aufgabe 2: Assemblierung

Gegeben sei das in Abbildung 1 dargestellte Mini-Randwertproblem bestehend aus linearen Dreieckselementen.



**Abbildung 1**

- Erstellen Sie eine Skizze in der alle globalen Knotenfreiheitsgrade (ohne Berücksichtigung der Randbedingungen) eingetragen sind.
- Wie lauten die Einträge des globalen Lösungsvektors unter Berücksichtigung der Randbedingungen? Wie lautet der globale Lastvektor?
- Wie lauten die Einträge der Elementsteifigkeitsmatrix  $\underline{\mathbf{k}}^1$  und  $\underline{\mathbf{k}}^2$ , welche nach Berücksichtigung der Randbedingungen die globale Steifigkeitsmatrix eingehen? Bestimmen Sie die Einträge der globalen Steifigkeitsmatrix  $\underline{\mathbf{K}}$ .

## Fragenkatalog

### Kontinuumsmechanik

- Was ist die Voigt-Notation? Welche Annahmen ermöglichen es diese zu verwenden?
- Wie lautet der Elastizitätstensor in Voigt-Notation?
- Was ist der Unterschied zwischen ebenem Verzerrungs- und ebenem Spannungszustand?

### Grundkonzept der FEM

- Was sind die grundlegenden Schritte der Finite-Elemente Analyse?
- Leiten sie Elementsteifigkeitsmatrix und -lastmatrix her
- Wie werden Lagerungen in dem globalen Gleichungssystem berücksichtigt, wie werden die entsprechenden Randbedingungen noch genannt?
- Welche zwei verschiedenen Arten von Randbedingungen kennen Sie? Worin unterscheiden sie sich?
- Was passiert wenn Randbedingungen weggelassen werden?
- Welche verschiedenen Elementtypen kennen Sie?

### Isoparametrisches Konzept

- Wie lauten die Ansatzfunktionen für das bilineare/quadratische Viereckselement? (Aufstellen der zugehörigen Lagrange-Polynome)
- Was besagt das Isoparametrische Konzept? Warum wird es verwendet?
- Wozu wird die Jacobideterminante benötigt? Wie wird sie bestimmt?

### Numerische Integration

- Warum wird die Gauss-Integration benötigt?

Gegeben sei ein Polynom  $f(\xi)$  mit dem Polynomgrad  $n = 1/2/3/...$

- Wieviele Gausspunkte sind erforderlich damit die Integration exakt ist?
- Wie lauten die zugehörigen Gausspunkte und Wichtungsfaktoren? (entsprechende Formeln auswerten)
- Was passiert wenn eine höhere Integrationsordnung als erforderlich verwendet wird?
- Wie lauten die Legendre-Polynome der Ordnung  $n = 1/2/3/...$ ?

### Konvergenz und Diskretisierungsfehler

- Wie lässt sich das Konvgenzverhalten verschiedener Elemente vergleichen? Skizzieren sie einen beispielhaften entsprechende Konvergenzplot.
- Welche zwei verschiedenen Arten von A-Posteori Fehlerschätzern haben Sie kennengelernt, worin unterscheiden sich diese?
- Womit lässt sich die Qualität eines Fehlerschätzers ermitteln?
- Wird der Diskretisierungsfehler bei Erhöhung der Elementanzahl für das gleiche Randwertproblem größer oder kleiner? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Was sind superkonvergente Punkte?
- Handelt es sich bei den Verschiebungen  $\mathbf{u}^h$ , wenn sie mit Lagrange-Ansatzfunktionen über die Knoten interpoliert um Funktionen, welche zwischen den Elementen kontinuierlich sind? Wie verhält es sich mit den zugehörigen Verzerrungen  $\epsilon^h$ ?
- An welchen Punkten werden Verzerrungen und Spannungen im Postprocessing üblicherweise ausgewertet und warum?

### Locking und gemischte Elemente

- Wann spricht man von inkompressiblem Material? Welche Probleme können auftreten?
- Was sind die Vorteile gemischter Elemente gegenüber standard Verschiebungselementen?
- Wie lautet das Hellinger-Reissner Variationsprinzip?
- Wie lautet das Hu-Washizu Variationsprinzip für das Q1P0 element?