Satz 6

Satz 8

B4A1.1 Haben $X_1(\omega) = \omega$ und $X_2(\omega) = 1 - \omega$ die gleiche Verteilung auf $([0,1], \mathcal{B}([0,1]), \lambda|_{[0,1]})$?

B4A1.2 Gibt es ein Wahrscheinlichkeitsmaß P auf $([0,1], \mathcal{B}([0,1]))$, sodass $X_1(\omega) = \omega$ und $X_2(\omega) = 1 - \omega$ nicht die gleiche Verteilung haben?

B4A1.3 Wenn $X \sim \mathcal{N}(2,2)$ verteilt ist, gilt $P[|X-2| \geq 2] \leq \frac{1}{2}$.

B4A1.4 Jedes $X\colon \Omega \to \mathbb{R}$ messbar hat eine Dichte bezüglich λ.

B4A1.5 Auf $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ sind alle Abbildungen $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega)) \to (\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$ messbar.

B4A1.6 Für $X \sim \mathcal{N}(0,1)$ und $Y \sim \mathcal{N}(0,2)$ gilt $E[XY] \leq \sqrt{2}$.

B4A1.7 $\mathbb{N}$-wertige Zufallsvariable X zu sich selbst unabhängig gilt genau dann, wenn X fast sicher konstant ist.

B4A1.8 Es gilt $E[\mathbb{1}_A \mathbb{1}_B] = E[\mathbb{1}_A]E[\mathbb{1}_B]$ genau dann, wenn A und B unabhängig sind.

B4A1.9 Für X exponentialverteilt mit $\lambda = 1$ gilt $E[X^4] \geq E[X]^4$.

B4A1.10 Gilt $\mu(A) = 0$ genau dann, wenn $\nu(A) = 0$, dann gibt es ein messbares f, sodass $\mu(A) = \int_A f(\omega)\nu(\mathrm{d}\omega)$.

B4A1.11 Auf $(\omega, \{\Omega, \emptyset\})$ gibt es keine Borel-messbare Abbildung.

B4A1.12 Seien $X \sim \operatorname{Exp}(6)$ und $Y \sim \operatorname{Exp}\left(\frac{1}{3}\right)$, dann gilt $E[XY] \leq 1$, wobei für $Z \sim \operatorname{Exp}(\lambda)$ gilt $E[Z] = \frac{1}{\lambda}$ und $E[Z^2] = \frac{2}{\lambda^2}$.

B4A1.13 Ist $q \leq p$ und $X \in L^p(\Omega, \mathcal{F}, P)$, so ist $X \in L^q(\Omega, \mathcal{F}, P)$.

B4A2 Seien (X_n) Zufallsvariablen sodass $X_1 = 0$ und $X_n = \sqrt{n}\mathbb{1}_{(\frac{1}{n},\frac{2}{n})}$ auf $([0,1], \mathcal{B}([0,1]), \lambda|_{[0,1]})$.

B4A2.1 (X_n) konvergiert in Wahrscheinlichkeit.

B4A2.2 (X_n) konvergiert fast sicher.

B4A2.3 (X_n) konvergiert in L_2.

B4A2.4 (X_n) ist gleichgradig integrierbar.

B4A3 Seien (X_n) Zufallsvariablen, sodass $X_n(\omega) = \omega^{\frac{1}{n}}$ auf $([0,1], \mathcal{B}([0,1]), P)$, wobei $P \ll \lambda|_{[0,1]}$ mit Dichte $f(\omega) = \frac{1}{2}\omega^{-\frac{1}{2}}$.

B4A2.1 (X_n) konvergiert in Wahrscheinlichkeit.

B4A2.2 (X_n) konvergiert fast sicher.

B4A2.3 (X_n) konvergiert in L_1.

B4A2.4 (X_n) ist gleichgradig integrierbar.

Literatur