B9A4 Sei $(P_i)_{i\in I}$ eine Familie von Wahrscheinlichkeitsmaßen auf $\mathbb{R}^d$. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

1. $(P_i)_{i\in I}$ ist straff
2. Für alle Projektionen $\pi_1,\dots,\pi_d$ ist $(P_i^{\pi_k})_{i\in I}$ straff.

Sei zunächst $(P_i)_{i\in I}$ straff. Dann gibt es für alle $\varepsilon>0$ eine kompakte Menge $K\in\mathbb{R}^d$, sodass für alle $i\in I$ gilt $P_i(K)>1-\varepsilon$. Da für alle $k\le d$ gilt, dass $K\subset\pi_k^{-1}\big(\pi_k(K)\big)$, gilt aufgrund der Monotonie des Maßes auch für alle $\varepsilon>0$ und alle $i\in I$ dass $P_i^{\pi_k}\big(\pi_k(K)\big)>1-\varepsilon$. Damit ist für $(P_i^{\pi_k})_{i\in I}$ für alle Projektionen $\pi_1,\dots,\pi_d$ straff.

Seien nun für alle Projektionen $\pi_1,\dots,\pi_d$ die Familien der Bildmaße $(P_i^{\pi_k})_{i\in I}$ straff. Dann gibt es für alle $\varepsilon>0$ Kompakta $K_1,\dots,K_d$, sodass für alle $i\in I$ gilt $P_i^{\pi_k}(K_k)=P_i\big(\pi_k^{-1}\big(K_k\big)\big)>1-\varepsilon$.