Aufgabe 1 (4 Punkte)**.**

i) Sei W eine Brownsche Bewegung. Dann ist W ein Martingal.

W ist stetig, also insbesondere càdlàg. Weiterhin gilt $0 = E[|X_t|] < \infty$. Sei schließlich $0 \leq s \leq t$. Alle $F \in \mathcal{F}_s$ sind unabhängig von den Zuwächsen $X_t - X_s$. Somit gilt $E[\mathbb{1}_F(X_t - X_s)] = P(F)E[X_t - X_s] = 0$, denn $E[X_t] = E[X_s] = 0$. Somit ist W ein Martingal.

ii) Sei N ein Poisson-Prozess mit Intensität $\Lambda(t) = \mathbb{E}[N_t]$. Dann ist der kompensierte Poisson-Prozess $N_t - \Lambda(t)_t$ ein Martingal.