

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
1. ОПИСАНИЯ МЕТОДА ПАРЕТО .....	5
1.1. Практическая работа №1. Метод Парето .....	6
1.2. Методы сужения.....	8
1.3. Пример реализации кода.....	12
2. ОПИСАНИЯ АЛГОРИТМА ЭЛЕКТРА II .....	14
2.1. Практическая работа №2. Метод Электра .....	16
2.2. Составления матрицы предпочтений .....	35
2.1. Пример реализации кода.....	37
3. МЕТОД АНАЛИЗ ИЕРАРХИИ.....	41
3.1. Практическая работа №2. Метод анализ иерархии (МАИ) .....	41
3.1.1. Первый этап МАИ .....	41
3.1.2. Второй этап МАИ .....	42
3.1.3. Синтез приоритетов .....	43
3.1.4. Согласованность локальных приоритетов .....	51
3.1.5. Синтез альтернатив.....	61
3.2. Пример реализации кода.....	62
4. ВАРИАНТЫ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ .....	67
4.1. Вопросы и задания для самоконтроля .....	91
4.2. Ответы на вопросы и задания .....	95
СПИСОК ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ .....	96
Сведения об авторах .....	97

## ВВЕДЕНИЕ

В современном мире часто встречаются случаи, когда систему необходимо оптимизировать сразу по нескольким критериям одновременно. Ответ в таких задачах не единственный, а представляет собой множество Парето-оптимальных решений. Зная несколько оптимальных точек, можно эффективно находить решение задачи.

Алгоритм Парето-оптимальных решений (множества Парето) представляет собой отбор перспективных альтернатив, из которых затем отбирается одна (лучшая) альтернатива. В данном методе не рассматривается важность критериев, поэтому появился более усовершенствованный способ решения задач – метод ЭЛЕКТРА.

В настоящее время разработан ряд методов семейства ЭЛЕКТРА. ЭЛЕКТРА I позволяет из множества вариантов исключить неэффективные варианты. В основе данного метода лежит попарное сравнение отдельных вариантов. ЭЛЕКТРА II служит для упорядочения индифферентных классов вариантов. ЭЛЕКТРА III отличается от метода ЭЛЕКТРА II способом задания порогов. В данных подходах принято различать 2 этапа [7]:

1. Этап разработки, на котором строятся один или несколько индексов попарного сравнения альтернатив.
2. Этап исследования, на котором построенные индексы используются для ранжирования заданного множества альтернатив.

Однако был позже разработан метод анализа иерархий, который относится к классу критериальных методов. Этот метод приводит ЛПР не к «правильному» решению, а к варианту, наилучшим образом согласующемуся с его пониманием сути проблемы и требованиями к ее решению. В данном подходе принято различать несколько этапов [1],[6]:

1. Выделение проблемы. Определение цели.
2. Выделение основных критериев и альтернатив.
3. Построение иерархии: дерево от цели через критерии к альтернативам.
4. Построение матрицы попарных сравнений критериев по цели и альтернатив по критериям.
5. Применение методики анализа полученных матриц.
6. Определение весов альтернатив по системе иерархии.

Все описанные выше методы решают многокритериальные задачи оптимизации.

# 1. ОПИСАНИЯ МЕТОДА ПАРЕТО

Целью практической работы является познакомиться с методом многокритериальной оптимизации Парето [2], а также рассмотреть методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации.

Для понимания метода Парето рассмотрим важнейшие термины и понятия многокритериальной оптимизации:

1. *Лицо принимающее решение (ЛПР)* – субъект решения, наделённый определёнными полномочиями и несущий ответственность за последствия принятого и реализованного управленческого решения. ЛПР – один или несколько человек (коллектив), на которых лежит ответственность за принятое решение.

2. *Альтернатива* – необходимость выбора одной из двух или более исключających друг друга возможностей, а также каждая из этих возможностей. Альтернативы – неотъемлемая часть проблемы принятия решений: если не из чего выбирать, то нет и выбора. Для постановки многокритериальной задачи необходимо иметь хотя бы две альтернативы.

3. *Критерии* – признак, основание, правило принятия решения по оценке чего-либо на соответствие предъявленным требованиям. Иными словами, критерии оценки альтернатив – это показатели их привлекательности (или непривлекательности) для участников процесса выбора.

4. *Исход* – отображение множества допустимых альтернатив в множество критериальных оценок. Исход управленческого решения – это те результаты, которых ожидает руководство при принятии решения. Исход является основным аспектом управленческого решения просто потому, что в нем отражается преобладающее отношение менеджеров, которое существовало на момент принятия решения.

*Определение (оптимальность по Парето).* В задаче многокритериальной оптимизации точка  $X_0 \in D$  называется оптимальной по Парето, если не существует другой точки  $X \in D$ , которая была бы предпочтительнее, чем  $X_0$ . Точки, оптимальные по Парето, образуют множество точек, оптимальных по Парето (множество не улучшаемых или эффективных точек)  $D_p \subset D$ . Оптимальные решения многокритериальной задачи следует искать только среди элементов множества альтернатив  $D_p$ . В этой области ни один критерий не может быть улучшен без ухудшения хотя бы одного из других. Важным свойством множества Парето  $D_p$  является возможность «выбраковывать» из множества

альтернатив D заведомо неудачные, уступающие другим по всем критериям. Обычно решение многокритериальной задачи должно начинаться с выделения множества  $D_p$ . При отсутствии дополнительной информации о системе предпочтений лицо принимающее решение должно принимать решение именно из множества Парето  $D_p$ .

В векторной оптимизации кроме множества Парето в общем случае нет общих правил, по которому варианту  $X_2$  отдается предпочтение по сравнению с другим вариантом  $X_1$ . Часто решение многокритериальной задачи состоит в построении множества Парето-оптимальных точек и дальнейшем выборе одной из них на основе «здравого смысла» или с помощью какого-либо другого критерия. Во всех случаях задача многокритериальной оптимизации каким-то способом сводится к задаче с одним критерием. Более подробно и математически рассмотрен метод в учебном пособии: «Теория принятия решения. Часть 2». [10]

### 1.1. Практическая работа №1. Метод Парето

Приведем пример выбора мобильного телефона с использованием Парето-оптимального множества решений. Проанализировав информацию на сайте «DNS» (<https://www.dns-shop.ru/>) были выделены варианты решений (альтернативы) и их оценки, и сведены в (табл. 1.1) [8].

Таблица 1.1. Альтернативы и критерии

№	Вариант решений	Критерии				
		Цена (тысяч руб) (-)	Диагональ (дюйм) (+)	Емкость аккумулятора (тысяч мАч) (+)	Страхование (год) (+)	Толщина (mm) (-)
A1	Xiaomi Redmi 9C	10,92	6,52	5,0	1,5	9,0
A2	Samsung Galaxy A12	11,65	6,5	5,0	1	8,9
A3	OPPO A16	10,39	6,53	5,0	1,5	8,4
A4	Xiaomi Mi9T	10,8	6,39	4,0	1	8,8
A5	Xiaomi Redmi note 9	11,97	6,5	5,02	2	8,9
A6	Samsung Galaxy M12	10,37	6,5	5,0	1,5	8,9
A7	Samsung Galaxy A03S	11,03	6,5	5,0	2	9,1
A8	OPPO A31	11,99	6,54	4,23	1	8,3
A9	HUAWEI Y6P	10,99	6,3	5,0	1	9,0
A10	Huawei P40 Lite E	10,79	6,39	5,2	2	8,13

*Примечание:* Знаком (-) указывается отрицательное стремление критерия (чем меньше, тем лучше), а знаком (+) – положительное (чем больше, тем лучше).

Было определено, что оптимизация по Парето использует отношение Парето-доминирования, которое отдаёт предпочтение одному объекту перед другим только» том случае, когда первый объект по всем критериям не хуже второго и хотябы, но одному из них лучше. При истинности этого условия первый объект считается доминирующим, а второй - доминируемым. Два объекта, для которых предпочтение хотя бы, по одному критерию расходится, считаются несравнимыми.

Сравним попарно все альтернативы и сведем их в (табл. 1.2).

Таблица 1.2. Сравнения альтернатив

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
A1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
A2	н	x	x	x	x	x	x	x	x	x
A3	A3	A3	x	x	x	x	x	x	x	x
A4	н	н	A3	x	x	x	x	x	x	x
A5	н	н	н	н	x	x	x	x	x	x
A6	н	A6	н	н	н	x	x	x	x	x
A7	н	н	н	н	н	н	x	x	x	x
A8	н	н	н	н	н	н	н	x	x	x
A9	A1	н	A3	н	н	A6	н	н	x	x
A10	н	н	н	A10	н	н	н	н	A10	x

*Примечание:* Знаком (н) указываются несравнимые альтернативы.

Парето-оптимальное множество определено альтернативами {1, 3, 6, 10} (Xiaomi Redmi 9C и OPPO A16 и Samsung Galaxy M12 и Huawei P40 Lite E ) представлено в (табл. 1.3).

Таблица 1.3. Парето-оптимальное множество

№	Вариант решений	Критерии				
		Цена (тысяч руб.) (-)	Диагональ (дюйм) (+)	Емкость аккумулятора (тысяч мАч) (+)	Страхование (год) (+)	Толщина (мм) (-)
A1	Xiaomi Redmi 9C	10,92	6,52	5,0	1,5	9.0
A3	OPPO A16	10,39	6,53	5,0	1.5	8,4
A6	Samsung Galaxy M12	10,37	6,5	5,0	1.5	8.9
A10	Huawei P40 Lite E	10.79	6.39	5.2	2	8.13

Очевидно, что выделение множества Парето часто не является удовлетворительным решением. Это связано с тем, что при достаточно большом исходном множестве вариантов множество Парето оказывается недопустимо большим для того, чтобы ЛПР было бы в состоянии осуществить выбор самостоятельно. Таким образом, выделение множества Парето можно рассматривать лишь как предварительный этап оптимизации, и налицо проблема дальнейшего сокращения этого множества.

Наиболее логичным и последовательным представляется путь построения бинарного отношения предпочтения (упорядочивание по желательности), более сильного, чем отношение Парето, позволяющего сузить множество выбираемых вариантов до приемлемых с точки зрения лица принимающего решение (ЛПР) размеров. Разумеется, для этого потребуется некоторая дополнительная информация, которую придётся получить от ЛПР. Это может быть информация о критериях, о самих сравниваемых вариантах и т.п. Таким образом, общая методика исследования задач принятия решения на основе математического моделирования для задач многокритериальной оптимизации может быть реализована в рамках одного из следующих подходов [11].

**Первый подход.** Для заданной многокритериальной задачи оптимизации находится множество её Парето-оптимальных решений, а выбор конкретного оптимального варианта из множества Парето-оптимальных предоставляется ЛПР.

**Второй подход.** Как уже было сказано выше, производится сужение множества Парето-оптимальных исходов (в идеале – до одного элемента) с помощью некоторых формализованных процедур, что облегчает окончательный исход для ЛПР.

## 1.2. Методы сужения

### 1. *Метод указания верхних и нижних границ критериев*

Установим для приведенного примера верхнюю и нижнюю границу. Диагональ экрана не менее 6,52 дюйма, цена не более 12 тысяч рублей

В результате установки границ остается единственная альтернатива, представленная в (табл. 1.4).

Варианты, удовлетворяющие этим дополнительным ограничениям: {1, 3, 8}; из них оптимальными по Парето является вариант 3 (ОРРО А16).

Основной недостаток метода состоит в том, что оптимальное решение становится здесь субъективным, так как зависит, во-первых, от величин назначаемых верхних/нижних границ критериев и, во-вторых, от окончательного выбора, совершаемого принимающим решение.



Таблица 1.4. Результат верхних и нижних границ критериев

№	Вариант решений	Критерии				
		Цена (тысяч руб.) (-)	Диагональ (дюйм) (+)	Емкость аккумулятора (тысяч мАч) (+)	Страхование (год) (+)	Толщина (мм) (-)
A1	Xiaomi Redmi 9C	10,92	6,52	5,0	1,5	9.0
A3	OPPO A16	10,39	6,53	5,0	1.5	8,4
A8	OPPO A31	11,99	6,54	4,23	2	8,3

## 2. Метод субоптимизации

Субоптимизацию производят следующим образом: выделяют один из критериев, а по всем остальным критериям назначают нижние границы. Оптимальным при этом считается исход, максимизирующий выделенный критерий на множестве исходов, оценки которых по остальным критериям не ниже назначенных.

Выберем главный критерий: цена.

Установим верхние/нижние границы для остальных критериев:

- Толщина не более 8,9 мм
- Страховка не менее 1,5 год

Отбросим варианты, которые не удовлетворяют данным ограничениям и составим (табл. 1.5).

Таблица 1.5. Результат субоптимизации

№	Вариант решений	Критерии				
		Цена (тысяч руб.) (-)	Диагональ (дюйм) (+)	Емкость аккумулятора (тысяч мАч) (+)	Страхование (год) (+)	Толщина (мм) (-)
A3	OPPO A16	10,39	6,53	5,0	1.5	8,4
A5	Xiaomi Redmi note 9	11,97	6,5	5,02	2	8,9
A6	Samsung Galaxy M12	10,37	6,5	5,0	1.5	8.9
A10	Huawei P40 Lite E	10.79	6.39	5.2	2	8.13



Из (табл. 1.5) видно, остаются варианты {3, 5, 6, 10}. Из них минимальную цену имеет вариант 6 (Samsung Galaxy M12). Этот вариант и будет оптимальным.

С помощью метода субоптимизации задача многокритериальной оптимизации превращается в задачу скалярной оптимизации на суженном допустимом множестве. Выделение одного из критериев, а также указание нижних границ для остальных критериев основано на дополнительной информации, получаемой от ЛПР. Следовательно, окончательное решение здесь также имеет субъективный характер.

### 3. Лексикографический метод

Лексикографическая оптимизация основана на упорядочении критериев по их относительной важности. На первом шаге отбирают исходы, которые имеют максимальную оценку по важнейшему критерию. Если такой исход единственный, то его и считают оптимальным. Если же таких исходов несколько, то среди них отбирают те, которые имеют максимальную оценку по следующему за важнейшим критерию. В результате такой процедуры всегда остается (по крайней мере, в случае конечного множества исходов) единственный исход — он и будет оптимальным [13].

Упорядочим критерии по их относительной важности:

- цена;
- страхование;
- емкость аккумулятора;
- диагональ;
- толщина.

Таблица 1.6. Результат лексикографического

№	Вариант решений	Критерии				
		Цена (тысяч руб.) (-)	Диагональ (дюйм) (+)	Емкость аккумулятора (тысяч мАч) (+)	Страхование (год) (+)	Толщина (мм) (-)
A6	Samsung Galaxy M12	10,37	6,5	5,0	1.5	8.9

Из (табл. 1.6) видно, что осталась одна альтернатива. Таким образом, наглядно проявляется недостаток лексикографической оптимизации — фактический учет одного (важнейшего) критерия.

Каждый раздел должен заканчиваться выводом. В выводе должно указываться: достоинства и недостатки метода; результаты решения

многокритериальной задачи.

### 1.3. Пример реализации кода

Листинг программы метода Парето на языке Python 3.7

*Листинг 1.1. Программа реализации метода Парето*

```
import pandas as pd
import numpy as np

#create DataFrame
df = pd.DataFrame({'Цена': [10.92, 11.65, 10.39, 10.8, 11.97, 10.37,
11.03, 11.99, 10.99, 10.79],
                   'Диагональ': [6.52, 6.5, 6.53, 6.39, 6.5, 6.5, 6.5,
6.54, 6.3, 6.39],
                   'Емкость аккумулятора': [5.0, 5.0, 5.0, 4.0, 5.02,
5.0, 5.0, 4.32, 5.0, 5.2],
                   'Страхование': [1.5, 1, 1.5, 1, 2, 1.5, 2, 1, 1, 2],
                   'Толщина': [9.0, 8.9, 8.4, 8.8, 8.9, 8.9, 9.1, 8.3,
9.0, 8.13]})
df.index = ['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5', 'A6', 'A7', 'A8', 'A9', 'A10']

print(df)
#-----
df['Толщина']= 1/df['Толщина']
df['Цена']= 1/df['Цена']
print(df)
#-----
arr1 = np.zeros((10, 10))
arr1 = arr1.astype("object")

for i in range(10):
    for j in range(i+1, 10):
        arr = df.iloc[i].values >= df.iloc[j].values
        check = all(x ==True for x in arr)

        arr2 = df.iloc[i].values <= df.iloc[j].values
        check2 = all(x ==True for x in arr2)
        if check == True:
            arr1[j, i] = 'A'+ str(i+1)
        elif check2 == True:
            arr1[j, i] = 'A'+ str(j+1)
        else: arr1[j, i] = 'н'

df_ = pd.DataFrame(arr1, columns=['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5', 'A6',
'A7', 'A8', 'A9', 'A10'])
df_.index = ['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5', 'A6', 'A7', 'A8', 'A9', 'A10']

print("\n Таблица Попарное сравнение альтернатив: ")
print(df_)

print(df.iloc[[0, 2, 5, 9]])
```

### Продолжение листинга 1.1

```
#-----
df['Толщина']= 1/df['Толщина']
df['Цена']= 1/df['Цена']

print("\n Результат указания верхней/нижней границы:  ('Цена' <= 12 ,
'Диагонал' >= 6.52) ")
print(df[(df['Цена'] <= 12) & (df['Диагонал'] >= 6.52)])

#-----
print("\n Результат отбора вариантов, удовлетворяющих заданным критериям:
(главный критерий: цена, Толщина <= 8.9 , Страхование >= 1.5)")
print(df[(df['Толщина'] <= 8.9) & (df['Страхование'] >= 1.5)])

#-----
print("\n Результат лексикографической оптимизации: (Самая важная:
Цена)")
print(df.sort_values(['Цена', 'Страхование', 'Емкость аккумулятора',
'Диагонал', 'Толщина']).head(1))
```

## 2. ОПИСАНИЯ АЛГОРИТМА ЭЛКТРА II

Целью практической работы является познакомиться с алгоритмом метода Электра, в этом методе использовать кодировку данных, вес критерия, а также уметь использовать порог для избавления петлей гафе.

*На первом этапе* определяется множество решений и для каждого из  $N$  критериев определяется вес – число, характеризующее важность соответствующего критерия. Вес критерия можно установить множеством способов (ранжированием, экспертных оценок и т.д.), предлагается взять за пример следующий пример (табл. 2.1).

Таблица 2.1. Таблица критериев

Критерии	Вес критерия	Шкала	Код	Стремление
Цена (тысяч руб) (-)	5	больше 11 тысяч руб менее 11 тысяч руб	10 5	min
Диагональ (дюйм) (+)	2	больше 6,5 дюйм менее 6,5 дюйм	15 10	max
Емкость аккумулятора (тысяч мАч) (+)	3	больше 5,0 тысяч мАч менее 5,0 тысяч мАч	10 5	max
Страхование (год) (+)	4	До 1 год 1-2 год 2-3 год	5 10 15	max
Толщина (mm) (-)	2	больше 8,5 тысяч мАч менее 8,5 тысяч мАч	20 10	min

*На втором этапе* эксперт на основании (табл. 1.1) составляет таблицу оценок вариантов решений (табл. 2.2).

Выдвигается гипотеза о превосходстве альтернативы  $A_i$  над альтернативой  $A_j$ . Множество  $I$ , состоящее из  $N$  критериев, разбивается на 3 подмножества:

$I^+$  – подмножество критериев, по которым  $A_i$  предпочтительнее  $A_j$ .

$I^-$  – подмножество критериев, по которым  $A_j$  предпочтительнее  $A_i$ .

$I^=$  – подмножество критериев, по которым  $A_i$  равноценна  $A_j$ .

Далее определяется относительная важность  $P_{xy}^+$ ,  $P_{xy}^-$ ,  $P_{xy}^=$ , каждого из этих подмножеств по формуле (2.1).

$$P_{xy}^* = \sum_{t \in I^*(x,y)} P_t, \quad (2.1)$$

где  $*$   $\in \{+, -, =\}$ .

Таблица 2.2. Таблица оценок

№	Вариант рушений <b>Aij</b>	Критерии				
		Цена (тысяч руб) (-)	Диагональ (дюйм) (+)	Емкость аккумулятора (тысяч мАч) (+)	Страхование (год) (+)	Толщина (mm) (-)
1	Xiaomi Redmi 9C	10,92	6,52	5,0	1,5	9,0
2	Samsung Galaxy A12	11,65	6,5	5,0	1	8,4
3	OPPO A16	10,39	6,5	5,0	1.5	8,9
4	Xiaomi Mi9T	10,8	6,39	4,0	1	8,8
5	Xiaomi Redmi note 9	11,97	6,5	5,02	2	8,9
6	Samsung Galaxy M12	10,37	6,5	5,0	1.3	8.9
7	Samsung Galaxy A03S	11,03	6,5	5,0	2	9,1
8	OPPO A31	11,99	6,54	4,23	1	8,3
9	HUAWEI Y6P	10,99	6.3	5.0	2	9.0
10	Huawei P40 Lite E	10.85	6.39	5.2	1.8	8.13
	Вс	5	2	3	4	2
	Стремление	min	max	max	max	min

**На третьем этапе** устанавливается также некоторый порог (**c**) считается, что вариант (**x**) превосходит вариант (**y**) только в том случае, когда некоторая функция, называемая индексом согласия, удовлетворяет условию (2.2) [12]:

$$f(P_{xy}^+, P_{xy}^-, P_{xy}^-) \geq c. \quad (2.2)$$

в методе ЭЛЕКТРА II – выражение вида формулу (2.2):

$$x > y \Leftrightarrow \frac{P_{xy}^+}{P_{xy}^-} > c, \quad (2.3)$$

где ( $c \geq 1$ )

Следует отметить, что условие (2.2) можно применять лишь тогда, когда сравнение альтернатив происходит в строгих шкалах (тогда множество  $P_{xy}^-$  пусто) или когда число совпадающих оценок у различных вариантов достаточно мало по сравнению с  $N$ . В противном случае отношение предпочтения, может оказаться симметричным:  $x$  лучше  $y$  ( $x \succ y$ ) и  $y$  лучше  $x$  ( $y \succ x$ ) одновременно.

Условие «согласия» является необходимым, но не достаточным условием превосходства  $x$  над  $y$  (очень маленький выигрыш по одному критерию может компенсировать очень большой проигрыш по-другому). Для того чтобы эту погрешность исключить, в методе «ЭЛЕКТРА» пытаются не сравнивать очень сильно различающиеся альтернативы. Они просто объявляются несравнимыми. Вводится так называемый «индекс несогласия»:

Где  $x$  и  $y$  несравнимы, если  $d_{xy} \leq d$ , где  $d_{xy}$  – расстояние между  $x$  и  $y$  определяется как  $\max_i |x_i - y_i|$ , а  $d$  – т.н. порог индекса несогласия. Теперь введенные нами раньше соотношения модифицируются так:

в ЭЛЕКТРА II по формуле (2.4) [9]:

$$x \succ y \Leftrightarrow \frac{P_{xy}^+}{P_{xy}^-} > c \wedge d_{xy} < d. \quad (2.4)$$

## 2.1. Практическая работа №2. Метод Электра

Для практической реализации предлагается использовать предметную область из метода Парето. Из таблиц 1.1. и 2.1 составим таблицу 2.2. (см. в разделе 1 и 2) и произведем расчет по методу Электра следующим образом:

Рассматриваем все пары альтернатив  $i$  и  $j$  из таблице 2.2. Если по какому-либо критерию  $i$ -ый проект лучше, чем  $j$ -ый, то соответствующий критерию вес прибавляется к  $P_{ij}$  (эти баллы символизируют выбор «За»), в противном случае — к  $N_{ij}$  (эти баллы символизируют выбор «Против»). То же самое справедливо для  $j$ -го проекта: если  $j$ -ый проект оказывается лучше, чем  $i$ -ый, то соответствующий критерию вес прибавляется к  $P_{ji}$ , в противном случае — к  $N_{ji}$  (обратите внимание на порядок следования индексов  $j$  и  $i$  у  $P$  и  $N$ ). Если повстречалось одинаковое для  $i$ -го и для  $j$ -го проектов значение критерия, то оно пропускается.

Затем, когда по паре  $i$  и  $j$  рассмотрены все критерии, находятся отношения по формуле (2.5):

$$D_{ij} = P_{ij}/N_{ij}. \quad (2.5)$$

и по формуле Электра II (2.6):

$$D_{ji} = P_{ji}/N_{ji}, \quad (2.6)$$

где значения  $D \leq 1$  отбрасываются. Заметим, что:

$$D_{ji} = 1/D_{ij}. \quad (2.7)$$

Таким образом, вычисления можно несколько упростить.

### **Ручной расчет «За» и «Против»**

Рассмотрим в примере сравнение альтернативы 1 (Xiaomi Redmi 9C) с альтернативой 2 (Samsung Galaxy A12) ( $i = 1, j = 2$ ):

– по критерию 1 «Цена» альтернатива 1 лучше альтернативы 2.

Тогда в гипотезе «За» устанавливаем «5», а в гипотезе «Против» – «0» (вес критерия, стремление к min);

– по критерию «Диагональ» альтернатива 1 лучше альтернативы 2.

Тогда в гипотезе «За» устанавливаем «2», а в гипотезе «Против» – «0» (вес критерия, стремление к max);

– по критерию «Емкость аккумулятора» критерии имеют одинаковые значения.

Тогда в гипотезе «За» устанавливаем «0», и в гипотезе «Против» – «0»;

– по критериям «Страхование», устанавливаем «4», а в гипотезе «Против» – «0» (вес критерия, стремление к max);

Тогда в гипотезе «За» устанавливаем «4», и в гипотезе «Против» – «0»;

– по критериям «Толщина», устанавливаем «0», а в гипотезе «Против» – «2» (вес критерия, стремление к max);

Тогда в гипотезе «За» устанавливаем «0», и в гипотезе «Против» – «2»;

Подсчитываем в гипотезах «За» и «Против» сумму весов далее по (табл. 2.2).

Рассмотрим альтернативы 1 и 3 ( $i = 1, j = 3$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{13} = 0 + 2 + 0 + 0 + 0 = 2.$$

$$N_{13} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$D_{13} = P_{13} / N_{13} = 2/7 = 0.28 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{31} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$N_{31} = 0 + 2 + 0 + 0 + 0 = 2.$$

$$D_{31} = P_{31} / N_{31} = 7/2 = 3.5 > 0 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 1 и 4 ( $i = 1, j = 4$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7):

$$P_{14} = 0 + 2 + 3 + 4 + 0 = 9.$$

$$N_{14} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$D_{14} = P_{14} / N_{14} = 9/7 = 1.28 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{41} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$N_{41} = 0 + 2 + 3 + 4 + 0 = 9.$$

$$D_{41} = P_{41} / N_{41} = 7/9 = 0.77 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 1 и 5 ( $i = 1, j = 5$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{15} = 5 + 2 + 0 + 0 + 0 = 7.$$

$$N_{15} = 0 + 0 + 3 + 4 + 2 = 9.$$

$$D_{15} = P_{15} / N_{15} = 7/9 = 0.77 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{51} = 0 + 0 + 3 + 4 + 2 = 9.$$

$$N_{51} = 5 + 2 + 0 + 0 + 0 = 7.$$



$$D_{51} = P_{51} / N_{51} = 9/7 = 1.28 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 1 и 6 ( $i = 1, j = 6$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{16} = 0 + 2 + 0 + 4 + 0 = 6.$$

$$N_{16} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$D_{16} = P_{16} / N_{16} = 6/7 = 0.85 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{61} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$N_{61} = 0 + 2 + 0 + 4 + 0 = 6.$$

$$D_{61} = P_{61} / N_{61} = 7/6 = 1.16 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 1 и 7 ( $i = 1, j = 7$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7):

$$P_{17} = 5 + 2 + 0 + 0 + 2 = 9.$$

$$N_{17} = 0 + 0 + 0 + 4 + 0 = 4.$$

$$D_{17} = P_{17} / N_{17} = 9/4 = 2.25 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{71} = 0 + 0 + 0 + 4 + 0 = 4.$$

$$N_{71} = 5 + 2 + 0 + 0 + 2 = 9.$$

$$D_{71} = P_{71} / N_{71} = 4/9 = 0.44 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 1 и 8 ( $i = 1, j = 8$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7):

$$P_{18} = 5 + 0 + 3 + 4 + 0 = 12.$$

$$N_{18} = 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 4.$$

$$D_{18} = P_{18} / N_{18} = 12/4 = 3 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{81} = 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 4.$$

$$N_{81} = 5 + 0 + 3 + 4 + 0 = 12.$$

$$D_{81} = P_{81} / N_{81} = 4/12 = 0.33 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 1 и 9 ( $i = 1, j = 9$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7):

$$P_{19} = 5 + 2 + 0 + 0 + 0 = 7.$$

$$N_{19} = 0 + 0 + 0 + 4 + 0 = 4.$$

$$D_{19} = P_{19} / N_{19} = 7/4 = 1.75 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{91} = 0 + 0 + 0 + 4 + 0 = 4.$$

$$N_{91} = 5 + 2 + 0 + 0 + 0 = 7.$$

$$D_{91} = P_{91} / N_{91} = 4/7 = 0.57 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 1 и 10 ( $i = 1, j = 10$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7):

$$P_{110} = 0 + 2 + 0 + 0 + 0 = 2.$$

$$N_{110} = 5 + 0 + 3 + 4 + 2 = 14.$$

$$D_{110} = P_{110} / N_{110} = 2/14 = 0.14 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{101} = 5 + 0 + 3 + 4 + 2 = 14.$$

$$N_{101} = 0 + 2 + 0 + 0 + 0 = 2.$$

$$D_{10\ 1} = P_{10\ 1} / N_{10\ 1} = 14/2 = 7 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 2 и 3 ( $i = 2, j = 3$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{23} = 0 + 0 + 0 + 0 + 2 = 2.$$

$$N_{23} = 5 + 0 + 0 + 4 + 0 = 9.$$

$$D_{23} = P_{23} / N_{23} = 2/9 = 0.22 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{32} = 5 + 0 + 0 + 4 + 0 = 9.$$

$$N_{32} = 0 + 0 + 0 + 0 + 2 = 2.$$

$$D_{32} = P_{32} / N_{32} = 9/2 = 4.5 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 2 и 4 ( $i = 2, j = 4$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{24} = 0 + 2 + 3 + 0 + 2 = 7.$$

$$N_{24} = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5.$$

$$D_{24} = P_{24} / N_{24} = 7/5 = 1.4 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{42} = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5.$$

$$N_{42} = 0 + 2 + 3 + 0 + 2 = 7.$$

$$D_{42} = P_{42} / N_{42} = 5/7 = 0.71 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 2 и 5 ( $i = 2, j = 5$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{25} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$N_{25} = 0 + 0 + 3 + 4 + 0 = 7.$$

$$D_{25} = P_{25} / N_{25} = 7/7 = 1 = 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{52} = 0 + 0 + 3 + 4 + 0 = 7.$$

$$N_{52} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$D_{52} = P_{52} / N_{52} = 7/7 = 1 = 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 2 и 6 ( $i = 2, j = 6$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{26} = 0 + 0 + 0 + 0 + 2 = 2.$$

$$N_{26} = 5 + 0 + 0 + 4 + 0 = 9.$$

$$D_{26} = P_{26} / N_{26} = 2/9 = 0.22 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{62} = 5 + 0 + 0 + 4 + 0 = 9.$$

$$N_{62} = 0 + 0 + 0 + 0 + 2 = 2.$$

$$D_{62} = P_{62} / N_{62} = 9/2 = 4.5 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 2 и 7 ( $i = 2, j = 7$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{27} = 0 + 0 + 0 + 0 + 2 = 2.$$

$$N_{27} = 5 + 0 + 0 + 4 + 0 = 9.$$

$$D_{27} = P_{27} / N_{27} = 2/9 = 0.22 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{72} = 5 + 0 + 0 + 4 + 0 = 9.$$

$$N_{72} = 0 + 0 + 0 + 0 + 2 = 2.$$

$$D_{72} = P_{72} / N_{72} = 9/2 = 4.5 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 2 и 8 ( $i = 2, j = 8$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{28} = 5 + 0 + 3 + 0 + 0 = 8.$$

$$N_{28} = 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 4.$$

$$D_{28} = P_{28} / N_{28} = 8/4 = 2 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{82} = 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 4.$$

$$N_{82} = 5 + 0 + 3 + 0 + 0 = 8.$$

$$D_{82} = P_{82} / N_{82} = 4/8 = 0.5 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 2 и 9 ( $i = 2, j = 9$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{29} = 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 4.$$

$$N_{29} = 5 + 0 + 0 + 4 + 0 = 9.$$

$$D_{29} = P_{29} / N_{29} = 4/9 = 0.44 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{92} = 5 + 0 + 0 + 4 + 0 = 9.$$

$$N_{92} = 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 4.$$

$$D_{92} = P_{92} / N_{92} = 9/4 = 2.25 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 2 и 10 ( $i = 2, j = 10$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{2\ 10} = 0 + 2 + 0 + 0 + 0 = 2.$$

$$N_{2\ 10} = 5 + 0 + 3 + 4 + 2 = 14.$$

$$D_{2\ 10} = P_{2\ 10} / N_{2\ 10} = 2/14 = 0.14 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{10\ 2} = 5 + 0 + 3 + 4 + 2 = 14.$$

$$N_{10\ 2} = 0 + 2 + 0 + 0 + 0 = 2.$$

$$D_{10\ 2} = P_{10\ 2} / N_{10\ 2} = 14/2 = 7 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 3 и 4 ( $i = 3, j = 4$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{34} = 5 + 2 + 3 + 4 + 0 = 14.$$

$$N_{34} = 0 + 0 + 0 + 0 + 2 = 2.$$

$$D_{34} = P_{34} / N_{34} = 14/2 = 7 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{43} = 0 + 0 + 0 + 0 + 2 = 2.$$

$$N_{43} = 5 + 2 + 3 + 4 + 0 = 14.$$

$$D_{43} = P_{43} / N_{43} = 2/14 = 0.14 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 3 и 5 ( $i = 3, j = 5$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{35} = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5.$$

$$N_{35} = 0 + 2 + 3 + 4 + 0 = 9.$$

$$D_{35} = P_{35} / N_{35} = 5/9 = 0.55 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{53} = 0 + 2 + 3 + 4 + 0 = 9.$$

$$N_{53} = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5.$$

$$D_{53} = P_{53} / N_{53} = 9/5 = 1.8 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 3 и 6 ( $i = 3, j = 6$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{36} = 0 + 0 + 0 + 4 + 0 = 4.$$

$$N_{36} = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5.$$

$$D_{36} = P_{36} / N_{36} = 4/5 = 0.8 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{63} = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5.$$

$$N_{63} = 0 + 0 + 0 + 4 + 0 = 4.$$

$$D_{63} = P_{63} / N_{63} = 5/4 = 1.25 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 3 и 7 ( $i = 3, j = 7$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{37} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$N_{37} = 0 + 0 + 0 + 4 + 0 = 4.$$

$$D_{37} = P_{37} / N_{37} = 7/4 = 1.75 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{73} = 0 + 0 + 0 + 4 + 0 = 4.$$

$$N_{73} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$D_{73} = P_{73} / N_{73} = 4/7 = 0.57 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 3 и 8 ( $i = 3, j = 8$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{38} = 5 + 0 + 3 + 4 + 0 = 12.$$

$$N_{38} = 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 4.$$

$$D_{38} = P_{38} / N_{38} = 12/4 = 3 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{83} = 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 4.$$

$$N_{83} = 5 + 0 + 3 + 4 + 0 = 12.$$

$$D_{83} = P_{83} / N_{83} = 4/12 = 0.33 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 3 и 9 ( $i = 3, j = 9$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{39} = 5 + 2 + 0 + 0 + 2 = 9.$$

$$N_{39} = 0 + 0 + 0 + 4 + 0 = 4.$$

$$D_{39} = P_{39} / N_{39} = 9/4 = 2.25 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{93} = 0 + 0 + 0 + 4 + 0 = 4.$$

$$N_{93} = 5 + 2 + 0 + 0 + 2 = 9.$$

$$D_{93} = P_{93} / N_{93} = 4/9 = 0.44 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 3 и 10 ( $i = 3, j = 10$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{3\ 10} = 5 + 2 + 0 + 0 + 0 = 7.$$

$$N_{3\ 10} = 0 + 0 + 3 + 4 + 2 = 9.$$

$$D_{3\ 10} = P_{3\ 10} / N_{3\ 10} = 7/9 = 0.77 < 1 - \text{отбрасываем.}$$



$$P_{103} = 0 + 0 + 3 + 4 + 2 = 9.$$

$$N_{103} = 5 + 2 + 0 + 0 + 0 = 7.$$

$$D_{103} = P_{103} / N_{103} = 9/7 = 1.28 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 4 и 5 ( $i = 4, j = 5$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{45} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$N_{45} = 0 + 2 + 3 + 4 + 0 = 9.$$

$$D_{45} = P_{45} / N_{45} = 7/9 = 0.77 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{54} = 0 + 2 + 3 + 4 + 0 = 9.$$

$$N_{54} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$D_{54} = P_{54} / N_{54} = 9/7 = 1.28 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 4 и 6 ( $i = 4, j = 6$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{46} = 0 + 0 + 0 + 0 + 2 = 2.$$

$$N_{46} = 5 + 2 + 3 + 4 + 0 = 14.$$

$$D_{46} = P_{46} / N_{46} = 2/14 = 0.14 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{64} = 5 + 2 + 3 + 4 + 0 = 14.$$

$$N_{64} = 0 + 0 + 0 + 0 + 2 = 2.$$

$$D_{64} = P_{64} / N_{64} = 14/2 = 7 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 4 и 7 ( $i = 4, j = 7$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{47} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$N_{47} = 0 + 2 + 3 + 4 + 0 = 9.$$

$$D_{47} = P_{47} / N_{47} = 7/9 = 0.77 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{74} = 0 + 2 + 3 + 4 + 0 = 9.$$

$$N_{74} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$D_{74} = P_{74} / N_{74} = 9/7 = 1.28 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 4 и 8 ( $i = 4, j = 8$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{48} = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5.$$

$$N_{48} = 0 + 2 + 3 + 0 + 2 = 7.$$

$$D_{48} = P_{48} / N_{48} = 5/7 = 0.71 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{84} = 0 + 2 + 3 + 0 + 2 = 7.$$

$$N_{84} = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5.$$

$$D_{84} = P_{84} / N_{84} = 7/5 = 1.4 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 4 и 9 ( $i = 4, j = 9$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{49} = 5 + 2 + 0 + 0 + 2 = 9.$$

$$N_{49} = 0 + 0 + 3 + 4 + 0 = 7.$$

$$D_{49} = P_{49} / N_{49} = 9/7 = 1.28 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{94} = 0 + 0 + 3 + 4 + 0 = 7.$$

$$N_{94} = 5 + 2 + 0 + 0 + 2 = 9.$$

$$D_{94} = P_{94} / N_{94} = 7/9 = 0.77 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 4 и 10 ( $i = 4, j = 10$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{4\ 10} = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5.$$

$$N_{4\ 10} = 0 + 0 + 3 + 4 + 2 = 9.$$

$$D_{4\ 10} = P_{4\ 10} / N_{4\ 10} = 5/9 = 0.55 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{10\ 4} = 0 + 0 + 3 + 4 + 2 = 9.$$

$$N_{10\ 4} = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5.$$

$$D_{10\ 4} = P_{93} / N_{93} = 9/5 = 1.8 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 5 и 6 ( $i = 5, j = 6$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{56} = 0 + 2 + 3 + 4 + 0 = 9.$$

$$N_{56} = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5.$$

$$D_{56} = P_{65} / N_{65} = 9/5 = 1.8 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{65} = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5.$$

$$N_{65} = 0 + 2 + 3 + 4 + 0 = 9.$$

$$D_{65} = P_{65} / N_{65} = 5/9 = 0.55 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 5 и 7 ( $i = 5, j = 7$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{57} = 0 + 0 + 3 + 0 + 2 = 5.$$

$$N_{57} = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5.$$

$$D_{57} = P_{57} / N_{57} = 5/5 = 1 = 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{75} = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5.$$

$$N_{75} = 0 + 0 + 3 + 0 + 2 = 5.$$

$$D_{75} = P_{75} / N_{75} = 5/5 = 1 = 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 5 и 8 ( $i = 5, j = 8$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{58} = 5 + 0 + 3 + 4 + 0 = 12.$$

$$N_{58} = 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 4.$$

$$D_{58} = P_{58} / N_{58} = 12/4 = 3 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{85} = 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 4.$$

$$N_{85} = 5 + 0 + 3 + 4 + 0 = 12.$$

$$D_{85} = P_{85} / N_{85} = 4/12 = 0.33 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 5 и 9 ( $i = 5, j = 9$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{59} = 0 + 2 + 3 + 0 + 2 = 7.$$

$$N_{59} = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5.$$

$$D_{59} = P_{59} / N_{59} = 7/5 = 1.4 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{95} = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5.$$

$$N_{95} = 0 + 2 + 3 + 0 + 2 = 7.$$

$$D_{95} = P_{95} / N_{95} = 5/7 = 0.71 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 5 и 10 ( $i = 5, j = 10$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{510} = 0 + 2 + 0 + 4 + 0 = 6.$$

$$N_{510} = 5 + 0 + 3 + 0 + 2 = 10.$$

$$D_{510} = P_{510} / N_{510} = 6/10 = 0.6 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{105} = 5 + 0 + 3 + 0 + 2 = 10.$$

$$N_{105} = 0 + 2 + 0 + 4 + 0 = 6.$$

$$D_{105} = P_{105} / N_{105} = 10/6 = 1.66 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 6 и 7 ( $i = 6, j = 7$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{67} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$N_{67} = 0 + 0 + 0 + 4 + 0 = 4.$$

$$D_{67} = P_{67} / N_{67} = 7/4 = 1.75 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{76} = 0 + 0 + 0 + 4 + 0 = 4.$$

$$N_{76} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$D_{76} = P_{76} / N_{76} = 4/7 = 0.57 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 6 и 8 ( $i = 6, j = 8$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{68} = 5 + 0 + 3 + 4 + 0 = 12.$$

$$N_{68} = 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 4.$$

$$D_{68} = P_{68} / N_{68} = 12/4 = 3 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{86} = 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 4.$$

$$N_{86} = 5 + 0 + 3 + 4 + 0 = 12.$$

$$D_{86} = P_{86} / N_{86} = 4/12 = 0.33 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 6 и 9 ( $i = 6, j = 9$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{69} = 5 + 2 + 0 + 0 + 2 = 9.$$

$$N_{69} = 0 + 0 + 0 + 4 + 0 = 4.$$

$$D_{69} = P_{69} / N_{69} = 9/4 = 2.25 > 1 - \text{принимаем.}$$

$$P_{96} = 0 + 0 + 0 + 4 + 0 = 4.$$

$$N_{96} = 5 + 2 + 0 + 0 + 2 = 9.$$

$$D_{96} = P_{96} / N_{96} = 4/9 = 0.44 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 6 и 10 ( $i = 6, j = 10$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{610} = 5 + 2 + 0 + 0 + 0 = 7.$$

$$N_{6\ 10} = 0 + 0 + 3 + 4 + 2 = 9.$$

$$D_{6\ 10} = P_{6\ 10} / N_{6\ 10} = 7/9 = 0.77 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{10\ 6} = 0 + 0 + 3 + 4 + 2 = 9.$$

$$N_{10\ 6} = 5 + 2 + 0 + 0 + 0 = 7.$$

$$D_{10\ 6} = P_{10\ 6} / N_{10\ 6} = 9/7 = 1.28 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 7 и 8 ( $i = 7, j = 8$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{78} = 5 + 0 + 3 + 4 + 0 = 12.$$

$$N_{78} = 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 4.$$

$$D_{78} = P_{78} / N_{78} = 12/4 = 3 > 1 - \text{принимаем .}$$

$$P_{87} = 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 4.$$

$$N_{87} = 5 + 0 + 3 + 4 + 0 = 12.$$

$$D_{87} = P_{87} / N_{87} = 4/12 = 0.33 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

Рассмотрим альтернативы 7 и 9 ( $i = 7, j = 9$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{79} = 0 + 2 + 0 + 0 + 0 = 2.$$

$$N_{79} = 5 + 0 + 0 + 0 + 2 = 7.$$

$$D_{79} = P_{79} / N_{79} = 2/7 = 0.28 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{97} = 0 + 0 + 0 + 0 + 2 = 2.$$

$$N_{97} = 5 + 2 + 0 + 0 + 0 = 7.$$

$$D_{97} = P_{97} / N_{97} = 7/2 = 3.5 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 7 и 10 ( $i = 7, j = 10$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{7\ 10} = 0 + 2 + 0 + 4 + 0 = 6.$$

$$N_{7\ 10} = 5 + 0 + 3 + 0 + 2 = 10.$$

$$D_{7\ 10} = P_{7\ 10} / N_{7\ 10} = 6/10 = 0.6 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{10\ 7} = 0 + 0 + 3 + 4 + 0 = 7.$$

$$N_{10\ 7} = 5 + 2 + 0 + 0 + 2 = 9.$$

$$D_{10\ 7} = P_{10\ 7} / N_{10\ 7} = 7/9 = 0.77 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 8 и 9 ( $i = 8, j = 9$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{89} = 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 4.$$

$$N_{89} = 5 + 0 + 3 + 4 + 0 = 12.$$

$$D_{89} = P_{89} / N_{89} = 4/12 = 0.33 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{98} = 5 + 0 + 3 + 4 + 0 = 12.$$

$$N_{98} = 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 4.$$

$$D_{98} = P_{98} / N_{98} = 12/4 = 3 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 8 и 10 ( $i = 8, j = 10$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:



$$P_{8\ 10} = 0 + 2 + 0 + 0 + 0 = 2.$$

$$N_{8\ 10} = 5 + 0 + 3 + 4 + 2 = 14.$$

$$D_{8\ 10} = P_{8\ 10} / N_{8\ 10} = 2/14 = 0.14 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{10\ 8} = 5 + 0 + 3 + 4 + 2 = 14.$$

$$N_{10\ 8} = 0 + 2 + 0 + 0 + 0 = 2.$$

$$D_{10\ 8} = P_{10\ 8} / N_{10\ 8} = 14/2 = 7 > 1 - \text{принимаем.}$$

Рассмотрим альтернативы 9 и 10 ( $i = 9, j = 10$ ) и рассчитаем по формулам (2.5., 2.6., 2.7) уравнения:

$$P_{9\ 10} = 0 + 0 + 0 + 4 + 0 = 4.$$

$$N_{9\ 10} = 5 + 2 + 3 + 0 + 2 = 12.$$

$$D_{9\ 10} = P_{9\ 10} / N_{9\ 10} = 4/12 = 0.33 < 1 - \text{отбрасываем.}$$

$$P_{10\ 9} = 5 + 2 + 3 + 0 + 2 = 12.$$

$$N_{10\ 9} = 0 + 0 + 0 + 4 + 0 = 4.$$

$$D_{10\ 9} = P_{10\ 9} / N_{10\ 9} = 12/4 = 3 > 1 - \text{принимаем.}$$

## 2.2. Составления матрицы предпочтений

Составляем матрицу, внося вычисленные (и принятые) значения  $D$ . Матрица имеет смысл предпочтений проектов между собой. Для нашего примера матрица выглядит следующим образом (см. табл. 2.3).

Таблица 2.4. Полная матрица предпочтений проектов, составленная методом Электра

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	X	5.5	–	1.28	–	–	2.25	3	1.75	–
2	–	X	–	1.4	–	–	–	2	–	–
3	3.5	4.5	X	7	–	–	1.75	3	2.25	–
4	–	–	–	X	–	–	–	–	1.28	–
5	1.28	–	1.8	1.28	X	1.8	–	3	1.4	–

6	1.16	4.5	1.25	7	–	X	1.75	3	2.25	–
7	–	4.5	–	1.28	–	–	X	3	–	–
8	–	–	–	1.4	–	–	–	X	–	–
9	–	2.25	–	–	–	–	3.5	3	X	–
10	7	7	1.28	1.8	1.66	1.28	1.66	7	3	X

По матрице строится граф предпочтений (рис. 2.1).

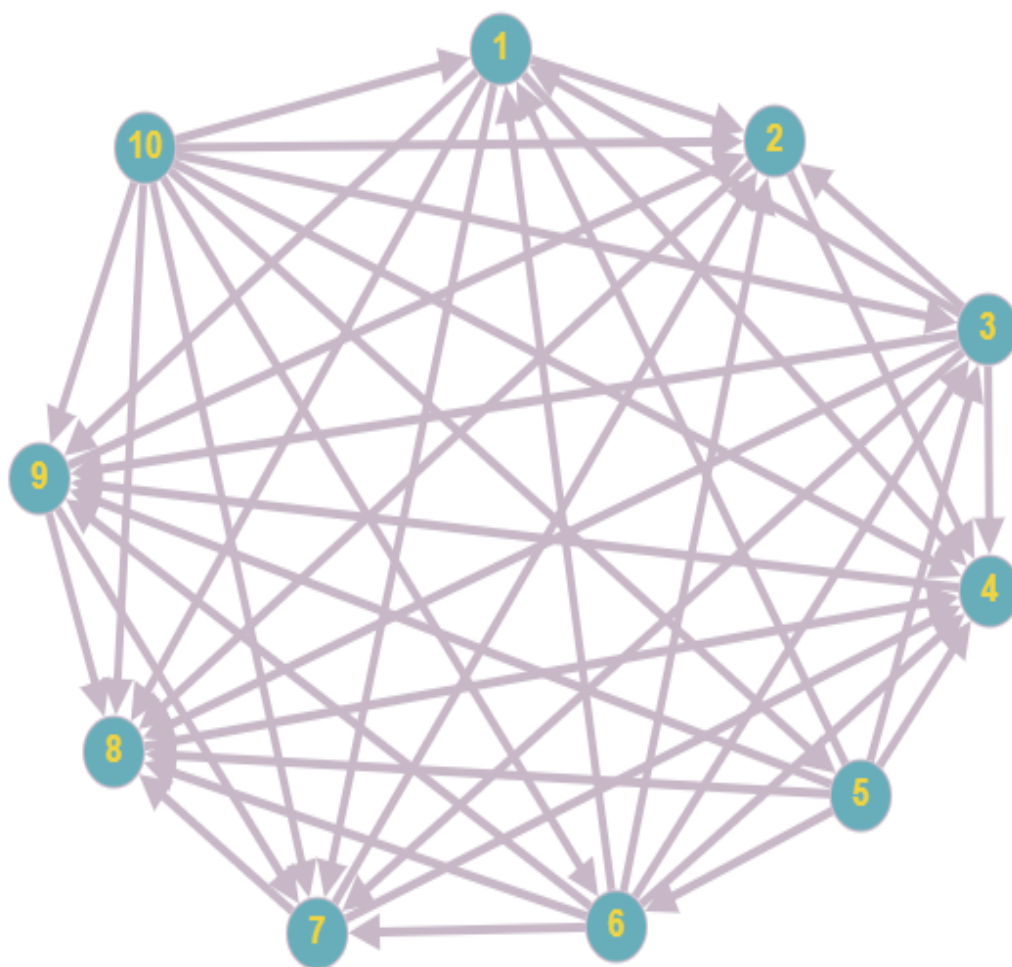


Рисунок 2.1. Результат построения графа по полной матрице предпочтений

Между проектами  $4 \rightarrow 9 \rightarrow 7 \rightarrow 4$  образуется петля, трудно определить какой проект лучше. Очевидно, что решение не получено, так как в графе присутствуют петли.

Назначим порог отбора предпочтений  $C = 2.25$  (это соответствует тому, что мы попробуем учесть только более сильные связи в графе, не отвлекаясь на малозначимые расхождения в проектах). Таким образом, матрица разрезается. В ней остаются только самые сильные связи (табл. 2.5).

Таблица 2.5. Матрица предпочтений проектов, при пороге  $C=2.25$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	X	5.5	–	–	–	–	–	3	–	–

Продолжение таблицы 2.5

2	–	X	–	–	–	–	–	–	–	–
3	3.5	4.5	X	7	–	–	–	3	–	–
4	–	–	–	X	–	–	–	–	–	–
5	–	–	–	–	X	–	–	3	–	–
6	–	4.5	–	7	–	X	–	3	–	–
7	–	4.5	–	–	–	–	X	3	–	–
8	–	–	–	–	–	–	–	X	–	–
9	–	–	–	–	–	–	3.5	3	X	–
10	7	7	–	–	–	–	–	7	3	X

Отообразим наши ограничения на графе (рис. 2.2).

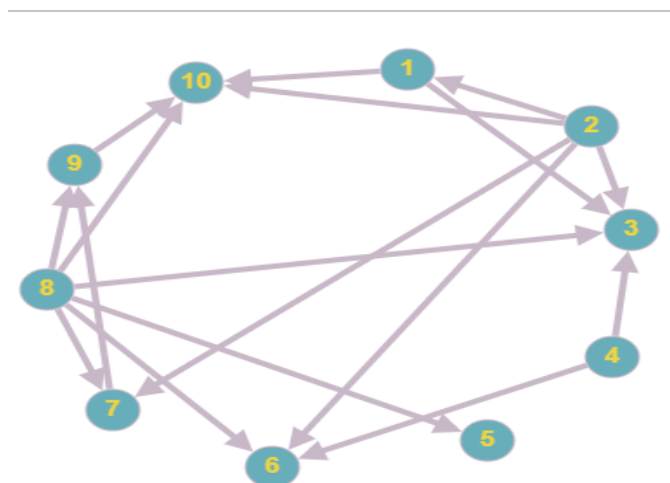


Рисунок 2.2. Вид графа предпочтений для случая порога принятия решений  $C = 2.25$

Петель в графе нет, при этом граф остался целостным. Самые лучшие вершины получились 8 и 2 т.к. максимально входя в остальные вершины, а в них никто.

## 2.1. Пример реализации кода

Листинг программы метода Электра II на языке Python 3.7. Представлен полный алгоритм в листинге 2.1, листинге 2.1(а), листинге 2.1(б), листинге 2.1(в).

### *Листинг 2.1. Код программы метода Электра II*

```
import numpy as np
import pandas as pd
```

#### *Продолжение листинга 2.1(а)*

```
arr = np.array([[10.92, 6.52, 5.0, 1.5, 9.0],
                [11.65, 6.50, 5.0, 1, 8.4],
                [10.39, 6.50, 5.0, 1.5, 8.9],
                [10.80, 6.39, 4.0, 1, 8.8],
                [11.97, 6.50, 5.02, 2, 8.9],
                [10.37, 6.50, 5.0, 1.3, 8.9],
                [11.03, 6.50, 5.0, 2, 9.1],
                [11.99, 6.54, 4.23, 1, 8.3],
                [10.99, 6.30, 5.0, 2, 9.0],
                [10.85, 6.39, 5.2, 1.8, 8.13],
                [5, 2, 3, 4, 2],
                ['min', 'max', 'max', 'max', 'min']])

df = pd.DataFrame(arr, columns=['Цена(-)', 'Диагональ(+)', 'Емкость
аккумулятора(+)', 'Страхование(+)', 'Толщина(-)'])
df.index = ['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5', 'A6', 'A7', 'A8', 'A9', 'A10', 'Вес',
'Sтремление']

print("Таблица оценок проектов по критериям\n", df)

def valueD(i, j):
    pij = 0
    nij = 0
    if arr[i, 0] < arr[j, 0]:
        pij += float(arr[10, 0])
    elif arr[i, 0] == arr[j, 0]:
        pij += 0
        nij += 0
    else :
        nij += float(arr[10, 0])

    if arr[i, 1] > arr[j, 1]:
        pij += float(arr[10, 1])
    elif arr[i, 1] == arr[j, 1]:
        pij += 0
        nij += 0
    else :
        nij += float(arr[10, 1])

    if arr[i, 2] > arr[j, 2]:
        pij += float(arr[10, 2])
    elif arr[i, 2] == arr[j, 2]:
        pij += 0
        nij += 0
    else :
        nij += float(arr[10, 2])

    if arr[i, 3] > arr[j, 3]:
        pij += float(arr[10, 3])
    elif arr[i, 3] == arr[j, 3]:
        pij += 0
        nij += 0
```

```

else :
    nij += float(arr[10, 3])
if arr[i, 4] < arr[j, 4]:
    pij += float(arr[10, 4])
elif arr[i, 4] == arr[j, 4]:
    pij += 0
    nij += 0
else :

```

### *Продолжение листинга 2.1.(б)*

```

    nij += float(arr[10, 4])
    dij = pij / nij
    return round(dij, 2)

def Find_Min(arr):
    min = arr1.max()
    for i in range(10):
        for j in range(10):
            if arr1[i, j] > 0 and arr1[i, j] < min:
                min = arr1[i, j]
    return min

arr1 = np.zeros((10, 10))
arr1 = arr1.astype("object")

for i in range(10):
    for j in range(i+1, 10):
        if valueD(i, j) > 1:
            arr1[i, j] = valueD(i, j)
        elif valueD(i, j) == 1:
            arr1[i, j] = 0.0
        else :
            arr1[j, i] = valueD(j, i)

df_ = pd.DataFrame(arr1, columns=['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5', 'A6', 'A7',
'A8', 'A9', 'A10'])
df_.index = ['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5', 'A6', 'A7', 'A8', 'A9', 'A10']
print("\n Полная матрица предпочтений проектов, составленная методом Электра")
print(df_)

print("\n Матрица предпочтений проектов, при пороге C = ", end = ' ')

t = True
arr2 = np.zeros((10, 10))

while t == True:

    for i in range(10):
        for j in range(10):
            arr2[i,j] = arr1[i,j]
            if arr2[i,j] == Find_Min(arr2):
                h = arr2[i,j]
                arr2[i,j] = 0.0

    for i in range(10):
        for j in range(10):
            if arr1[i,j] == Find_Min(arr1):
                arr1[i,j] = 0.0

    for i in range(10):

```

```

    bool_idxij = (arr1[i,:] == 0.0) #hang
    bool_idxji = (arr1[:,i] == 0.0) #cot
    if all(bool_idxij) == True and all(bool_idxji) == True:
        print(h) # print C =
        t = False

df_1 = pd.DataFrame(arr2, columns=['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5', 'A6', 'A7',
'A8', 'A9', 'A10'])

```

### *Продолжение листинга 2.1.(в)*

```

df_1.index = ['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5', 'A6', 'A7', 'A8', 'A9', 'A10']

print(df_1)

list1 = []
list2 = []
list3 = []
list4 = []
for i in range(10):
    bool_idxji = (arr2[:, i] == 0.0)
    bool_idxij = (arr2[i, :] == 0.0)
    if all(bool_idxij) == True:
        list4.append(i+1)
    if all(bool_idxji) == True:
        list1.append(i+1)
    for j in range(10):
        if (j != i) and (arr2[i, j] != 0.0):
            for k in range(10):
                if (k != i) and (k != j) and (arr2[j, k] != 0.0):
                    list2.append(j+1)
                    s = list(set(list2))
                    for n in range(10):
                        if (n != i) and (n != j) and (n != k) and (arr2[k, n] != 0.0):
                            list3.append(k+1)
                            v = list(set(list3))

print("1st: ", list1)
print("2th: ", s)
print("3th: ", v)
print("4th: ", list4 )

```

### 3. МЕТОД АНАЛИЗ ИЕРАРХИИ

Целью практической работы является познакомиться с алгоритмом метода анализа иерархии, на 1-м этапе: представление системы критериев (целей) в виде иерархической структуры; на 2-м этапе: оценки приоритетов (весов) критериев с учётом их места в иерархии относительной важности; на 3-м этапе: определение лучшей альтернативы по значениям её характеристик и важности критериев.

#### 3.1. Практическая работа №2. Метод анализ иерархии (МАИ)

Задача данной практической работы: выбрать альтернативу предметной области «Мобильного телефона» с использованием метода анализа иерархий. Возьмем данные из (табл. 1.1).

##### 3.1.1. Первый этап МАИ

Первый этап - предусматривает представление проблемы в виде иерархии или сети. В простейшем случае, иерархия строится, начиная с цели, которая помещается в вершину иерархии. Через промежуточные уровни, на которых располагаются критерии и от которых зависят последующие уровни, к самому низкому уровню, который содержит перечень альтернатив [3].

Иерархия считается полной, если каждый элемент заданного уровня является критерием для всех элементов нижнего уровня (рис. 3.1)[2].

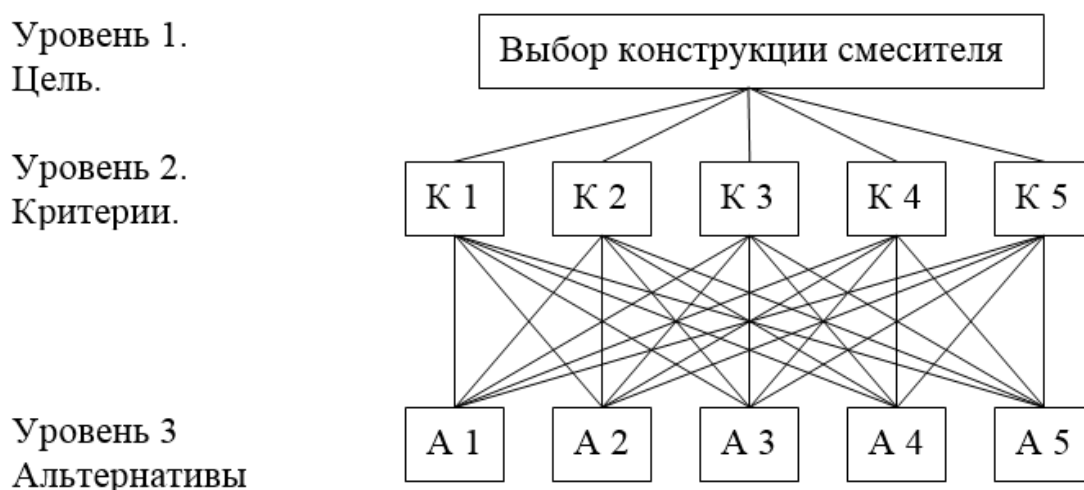


Рисунок 3.1. Полная доминантная иерархия

#### **Критерии:**

К1 – Цена (тысяч руб.);

К2 – Диагональ (дюйм);

К3 – Емкость аккумулятора (тысяч мАч);

К4 – Страхование (год);

К5 – Толщина (mm).

***Альтернативы:***

A1 – Xiaomi Redmi 9C;

A2 – Samsung Galaxy A12;

A3 – OPPO A16;

A4 – Xiaomi Mi9T;

A5 – Xiaomi Redmi note 9.

### **3.1.2. Второй этап МАИ**

После иерархического представления задачи необходимо установить приоритеты критериев и оценить каждую из альтернатив по критериям, определив наиболее важную из них.

В методе анализа иерархий элементы сравниваются попарно по отношению к их влиянию на общую для них характеристику. Парные сравнения приводят к записи характеристик сравнений в виде квадратной таблицы чисел, которая называется матрицей [5].

Для облегчения работы введем шкалу относительной важности (табл. 3.1).

Таблица 3.1. Шкала относительной важности

Интенсивность относительной важности	Определение	Объяснение
1	Равная важность	Равный вклад двух критериев в цель.
3	Слабое превосходство	Дают легкое превосходство одной альтернативы над другой
5	Умеренное превосходство	Опыт и суждения дают умеренное превосходство
7	Сильное превосходство	Одному из критериев дается настолько сильное предпочтение.
9	Абсолютное превосходство	Очевидность превосходства одного критерия над другим
2,4,6,8	Промежуточные решения между двумя соседними суждениями	Применяется в компромиссных случаях



### 3.1.3. Синтез приоритетов

После построения иерархии и определения величин парных субъективных суждений следует этап, на котором иерархическая декомпозиция и относительные суждения объединяются для получения осмысленного решения многокритериальной задачи принятия решений. Из групп парных сравнений формируется набор локальных критериев, которые выражают относительное влияние элементов на элемент, расположенный на уровне выше. Составим обратно симметричную матрицу для парного сравнения критериев (табл. 3.2).

Таблица 3.2. Симметричная матрица критериев

Цель	K1	K2	K3	K4	K5	Vi	W2i
K1	1	3	3	5	7	3.160	0.4703
K2	1/3	1	3	3	3	1.551	0.231
K3	1/3	1/3	1	3	5	1.107	0.1648
K4	1/5	1/3	1/3	1	3	0.582	0.0866
K5	1/7	1/3	1/5	1/3	1	0.316	0.0471
$\Sigma Vi$						6.716	

Для определения относительной ценности каждого элемента необходимо найти геометрическое среднее и с этой целью перемножить 5-ть элементов каждой строки и из полученного результата извлечь корни 5-й степени (размерность матрицы  $n=5$ ) Рассчитывается по формуле (3.1)[4-5].

$$Vi = \sqrt[5]{a_{i1} * a_{i2} * a_{i3} * a_{i4} * ... * a_{in}}. \quad (3.1)$$

Строка № 1 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_1 = (1 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7)^{1/5} = 3.160.$$

Строка № 2 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_2 = (1/3 \times 1 \times 3 \times 3 \times 3)^{1/5} = 1.551.$$

Строка № 3 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_3 = (1/3 \times 1/3 \times 1 \times 3 \times 5)^{1/5} = 1,107.$$

Строка № 4 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_4 = (1/5 \times 1/3 \times 1/3 \times 1 \times 3)^{1/5} = 0.582.$$

Строка № 5 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_5 = (1/7 \times 1/3 \times 1/5 \times 1/3 \times 1)^{1/5} = 0.316.$$

Для этого определяем нормирующий коэффициент  $\sum V_i$  по формуле (3.2).

$$\sum V_i = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5. \quad (3.2)$$

Рассчитаем нормирующий коэффициент по формуле (3.2).

$$\sum V_i = 3.160 + 1,551 + 1,107 + 0,582 + 0,316 = 6.716.$$

И каждое из чисел  $V_i$  делим на  $\sum V_i$ , в результате найдем важность приоритетов.

$$w_{ki} = \frac{v_i}{\sum v_i}. \quad (3.3)$$

Строка № 1 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{21} = 3.160 / 6.716 = 0.4703.$$

Строка № 2 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{22} = 1,551 / 6.716 = 0.231.$$

Строка № 3 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{23} = 1,107 / 6.716 = 0.1648.$$

Строка № 4 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{24} = 0.582 / 6.716 = 0.0866.$$

Строка № 5 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{25} = 0.316/6.716 = 0.0471.$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{2i} = (0.4703; 0.231; 0.1648; 0.0866; 0.0471).$$

K2 – Диагональ (дюйм).

Таблица 3.3. Матрица обратной симметрии, сравнивающая диагонали экрана

K2	A1	A2	A3	A4	A5	$V_{K2Y}$	$W_{3K2Y}$
A1	1	1/5	1/7	1/9	1/9	0.203	0,025
A2	5	1	1/7	1/9	1/9	0.388	0,048
A3	7	7	1	1/3	1/3	1.403	0,1755
A4	9	9	3	1	1	3	0,375
A5	9	9	3	1	1	3	0,375
$\Sigma V_{K2Y}$						7.995	

Определим относительную ценность каждого элемента.

Строка № 1 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K21} = (1 \times 1/5 \times 1/7 \times 1/9 \times 1/9)^{1/5} = 0.203.$$

Строка № 2 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K22} = (5 \times 1 \times 1/7 \times 1/9 \times 1/9)^{1/5} = 0.388.$$

Строка № 3 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K23} = (7 \times 7 \times 1 \times 1/3 \times 1/3)^{1/5} = 1.403.$$

Строка № 4 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K24} = (9 \times 9 \times 3 \times 1 \times 1)^{1/5} = 3.$$

Строка № 5 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K25} = (9 \times 9 \times 3 \times 1 \times 1)^{1/5} = 3.$$

Для этого определяем нормирующий коэффициент  $\Sigma V_{K2Y}$  по формуле (3.2).

$$\sum V_{K2Y} = V_{K21} + V_{K22} + V_{K23} + V_{K24} + V_{K25} = 0.203 + 0.388 + 1.403 + 3 + 3 = 7,994.$$

И каждое из чисел  $V_{K2Y}$  делим на  $\sum V_{K2Y}$ , в результате найдем важность приоритетов.

Строка № 1 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K21} = 0.203/7,995 = 0,025.$$

Строка № 2 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K22} = 0.388/7,995 = 0,048.$$

Строка № 3 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K23} = 1.403/7,995 = 0,1755.$$

Строка № 4 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K24} = 3/7,995 = 0,375.$$

Строка № 5 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K25} = 3/7,995 = 0,375.$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K2Y} = (0,025; 0,048; 0,1755; 0,375; 0,375).$$

КЗ – Емкость аккумулятора (тысяч мАч).

Таблица 3.4. Матрица обратной симметрии, сравнивающая критерии емкости батареи

КЗ	A1	A2	A3	A4	A5	$V_{K3Y}$	$W_{3K3Y}$
A1	1	1/3	1/5	1/9	1/7	0.254	0,0314
A2	3	1	1/3	1/9	1/7	0.4366	0,0541
A3	5	3	1	1/7	1/3	0.9349	0,1158
A4	9	9	7	1	2	4.082	0,5058
A5	7	7	3	1/2	1	2.3618	0,2926
$\sum V_{K3Y}$						8.0693	

Определим относительную ценность каждого элемента.

Строка № 1 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K31} = (1 \times 1/3 \times 1/5 \times 1/9 \times 1/7)^{1/5} = 0.254.$$

Строка № 2 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K32} = (3 \times 1 \times 1/3 \times 1/9 \times 1/7)^{1/5} = 0.4366.$$

Строка № 3 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K33} = (5 \times 3 \times 1 \times 1/7 \times 1/3)^{1/5} = 0.9349.$$

Строка № 4 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K34} = (9 \times 9 \times 7 \times 1 \times 2)^{1/5} = 4.082.$$

Строка № 5 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K35} = (7 \times 7 \times 3 \times 1/2 \times 1)^{1/5} = 2.3618.$$

Для этого определяем нормирующий коэффициент  $\sum V_{K3Y}$  по формуле (3.2).

$$\sum V_{K3Y} = V_{K31} + V_{K32} + V_{K33} + V_{K34} + V_{K35} = 0.254 + 0.4366 + 0.9349 + 4.082 + 2.3618 = 8,0693.$$

И каждое из чисел  $V_{K3Y}$  делим на  $\sum V_{K3Y}$ , в результате найдем важность приоритетов.

Строка № 1 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K31} = 0.254/8,0693 = 0,0314.$$

Строка № 2 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K32} = 0.4366/8,0693 = 0,0541.$$

Строка № 3 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K33} = 0.9349/8,0693 = 0,1158.$$

Строка № 4 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K34} = 4.082/8,0693 = 0,5058.$$

Строка № 5 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K35} = 2.3618/8,0693 = 0,2926.$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K3Y} = (0,0314; 0,0541; 0,1158; 0,5058; 0,2926).$$

К4 – Страхование (год).

Таблица 3.5. Матрица обратной симметрии сравнения критериев гарантийного срока

К4	A1	A2	A3	A4	A5	$V_{K4Y}$	$W_{3K4Y}$
A1	1	1/3	1/5	1/9	1/9	0.2415	0.0293
A2	3	1	1/7	1/9	1/7	0.3685	0.0448
A3	5	7	1	1/5	1/3	1.1846	0.144
A4	9	9	5	1	3	4.1391	0.5032
A5	9	7	3	1/3	1	2.290	0.2784
$\Sigma V_{K4Y}$						8.224	

Определим относительную ценность каждого элемента.

Строка № 1 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K41} = (1 \times 1/3 \times 1/5 \times 1/9 \times 1/9)^{1/5} = 0.2415.$$

Строка № 2 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K42} = (3 \times 1 \times 1/7 \times 1/9 \times 1/7)^{1/5} = 0.3685.$$

Строка № 3 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K43} = (5 \times 7 \times 1 \times 1/5 \times 1/3)^{1/5} = 1.1846.$$

Строка № 4 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K44}=(9 \times 9 \times 5 \times 1 \times 3)^{1/5}= 4.1391.$$

Строка № 5 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K45}=(9 \times 7 \times 3 \times 1/3 \times 1)^{1/5}= 2.290.$$

Для этого определяем нормирующий коэффициент  $\sum V_{K4Y}$  по формуле (3.2).

$$\sum V_{K4Y}= V_{K41}+V_{K42}+V_{K43}+V_{K44}+V_{K45} = 0.2415+0.3685+1.1846+4.1391+2.290 = 8.224.$$

И каждое из чисел  $V_{K4Y}$  делим на  $\sum V_{K4Y}$ , в результате найдем важность приоритетов.

Строка № 1 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K41}= 0.2415/8.224= 0.029.$$

Строка № 2 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K42}= 0.3685/8.224= 0.0448.$$

Строка № 3 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K43}= 1.1846/8.224= 0.144.$$

Строка № 4 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K44}= 4.139/8.224= 0.5032.$$

Строка № 5 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K45}= 2.290/8.224= 0.2784.$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K4Y} = (0.029; 0.0448; 0.144; 0.5032; 0.2784).$$

K5 – Толщина (mm).

Таблица 3.6. Матрица обратной симметрии для сравнения критериев толщины

K5	A1	A2	A3	A4	A5	V <sub>K5Y</sub>	W <sub>3K5Y</sub>
A1	1	3	5	7	9	3.9362	0.5021
A2	1/3	1	3	5	9	2.1411	0.2731
A3	1/5	1/3	1	3	5	1	0.1275
A4	1/7	1/5	1/3	1	5	0.5439	0.0693
A5	1/9	1/9	1/5	1/5	1	0.2181	0.0278
$\Sigma V_{K5Y}$						7.839	

Определим относительную ценность каждого элемента.

Строка № 1 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K51} = (1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9)^{1/5} = 3.9362.$$

Строка № 2 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K52} = (1/3 \times 1 \times 3 \times 5 \times 9)^{1/5} = 2.1411.$$

Строка № 3 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K53} = (1/5 \times 1/3 \times 1 \times 3 \times 5)^{1/5} = 1.$$

Строка № 4 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K54} = (1/7 \times 1/5 \times 1/3 \times 1 \times 5)^{1/5} = 0.5439.$$

Строка № 5 рассчитывается по формуле (3.1).

$$V_{K55} = (1/9 \times 1/9 \times 1/5 \times 1/5 \times 1)^{1/5} = 0.2181.$$

Для этого определяем нормирующий коэффициент  $\Sigma V_{K5Y}$  по формуле (3.2).

$$\Sigma V_{K5Y} = V_{K51} + V_{K52} + V_{K53} + V_{K54} + V_{K55} = 3.9362 + 2.1411 + 1 + 0.5439 + 0.2181 = 7.839.$$

И каждое из чисел  $V_{K4Y}$  делим на  $\Sigma V_{K5Y}$ , в результате найдем важность приоритетов.



Строка № 1 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K51} = 3.9362/7.839 = 0.5021.$$

Строка № 2 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K52} = 2.1411/7.839 = 0.2731.$$

Строка № 3 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K53} = 1/7.839 = 0.1275.$$

Строка № 4 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K54} = 0.5439/7.839 = 0.0693.$$

Строка № 5 рассчитывается по формуле (3.3).

$$W_{3K55} = 0.2181/7.839 = 0.0278.$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K5Y} = (0.5021; 0.2731; 0.1275; 0.0693; 0.0278).$$

### 3.1.4. Согласованность локальных приоритетов

В таблице приведены средние значения индекса случайной согласованности (СИ) для случайных матриц суждений разного порядка.

Таблица 3.7. Приведены средние значения индекса случайной согласованности (СИ)

Размер матрицы	Среднее значение индекса случайной согласованности (СИ)
1	0.00
2	0.00
3	0.58
4	0.90
5	1.12
6	1.24

Продолжение таблицы 3.7

7	1.32
8	1.41
9	1.45
10	1.49
11	1.51
12	1.48
13	1.56
14	1.57
15	1.59

В нашей задаче размерность матрицы  $n=5$ , тогда среднее значение индекса случайной согласованности  $СИ = 1,12$ .

Определим индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы «цель».

Таблица 3.8. Обратной симметричной матрицы сравнивает каждую пару критериев

Цель	K1	K2	K3	K4	K5	W2i
K1	1	3	3	5	7	0.4703
K2	1/3	1	3	3	3	0.231
K3	1/3	1/3	1	3	5	0.1648
K4	1/5	1/3	1/3	1	3	0.0866
K5	1/7	1/3	1/5	1/3	1	0.0471

Определяется сумма каждого столбца матрицы суждений рассчитаем по формуле (3.4).

$$s_i = \frac{1}{a_{1i}} + \frac{1}{a_{2i}} + \dots + \frac{1}{a_{ni}}, \quad (3.4)$$

где J – столбец ( $j=1,2,3,\dots,n$ ), i - строка ( $i=1,2,3,\dots,n$ ).

Рассчитаем по формуле (3.4):

$$S_1 = 1 + 1/3 + 1/3 + 1/5 + 1/7 = 211/105.$$

$$S_2 = 3 + 1 + 1/3 + 1/3 + 1/3 = 5.$$

$$S_3 = 3 + 3 + 1 + 1/3 + 1/5 = 113/15.$$

$$S_4 = 5 + 3 + 3 + 1 + 1/3 = 37/3.$$

$$S_5 = 7 + 3 + 5 + 3 + 1 = 19.$$

Затем полученный результат умножается на компоненту нормализованного вектора приоритетов, т.е. сумму суждений первого столбца на первую компоненту, сумму суждений второго столбца - на вторую и т.д. Рассчитываем по формуле (3.6) и (3.7).

$$P_j = S_j * W_{ki}. \quad (3.6)$$

$$P_i = (1/S_i) * W_{ki}. \quad (3.7)$$

Рассчитаем по формулам (3.6) и (3.7):

$$P_1 = S_1 \times W_{21} = 211/105 \times 0,470 = 0,9444.$$

$$P_2 = S_2 \times W_{22} = 5 \times 0,231 = 1,155.$$

$$P_3 = S_3 \times W_{23} = 113/15 \times 0,1648 = 1,2415.$$

$$P_4 = S_4 \times W_{24} = 37/3 \times 0.0866 = 1,0681.$$

$$P_5 = S_5 \times W_{25} = 19 \times 0.047 = 0,895.$$

Сумма чисел  $P_j$  отражает пропорциональность предпочтений, чем ближе эта величина к  $n$  (числу объектов и видов действия в матрице парных сравнений), тем более согласованы суждения. Рассчитывается по формуле (3.8).

$$\lambda_{\max} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_n. \quad (3.8)$$

Рассчитаем по формуле (3.8):

$$\lambda_{\max} = 0,9444 + 1,155 + 1,2415 + 1,0681 + 0,895 = 5,304.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС = (\lambda_{\max} - n)/(n-1). \quad (3.9)$$

Рассчитаем по формуле (3.9):

$$ИС = (5,304 - 5)/(5-1) = 0.076.$$

Отношение индекса согласованности ИС к среднему значению случайного индекса согласованности СИ называется отношением согласованности ОС.

$$ОС = ИС/СИ. \quad (3.10)$$

Рассчитаем по формуле (3.10):

$$ОС = 0.076/1.12 = 0.0678.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица «цель» согласована.

Определим индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 1 (Цена).

Таблица 3.9. Обратная симметричная матрица сравнивает ценовые критерии

K1	A1	A2	A3	A4	A5	W <sub>зк1у</sub>
A1	1	1/3	1/3	1/9	1/9	0.031
A2	3	1	1/3	1/9	1/9	0.048
A3	3	3	1	1/7	1/7	0.083
A4	9	9	7	1	1	0.418
A5	9	9	7	1	1	0.418

Определяется сумма каждого столбца матрицы суждений по формуле (3.11).

$$S_{1K1} = A_{11} + A_{12} + A_{13} + \dots + A_{1n}. \quad (3.11).$$

Рассчитаем по формуле (3.11):

$$S_{1K1} = 1 + 3 + 3 + 9 + 9 = 25.$$

$$S_{2K1} = 1/3 + 1 + 3 + 9 + 9 = 22,33.$$

$$S_{3K1} = 1/3 + 1/3 + 1 + 7 + 7 = 15.66.$$

$$S_{4K1} = 1/9 + 1/9 + 1/7 + 1 + 1 = 2,365.$$

$$S_{5K1} = 1/9 + 1/9 + 1/7 + 1 + 1 = 2,365.$$

Затем полученный результат умножается на компоненту нормализованного вектора приоритетов. По формуле (3.6) и (3.7):

$$P_{1K1} = S_1 \times W_{3K11} = 25 \times 0,031 = 0,786.$$

$$P_{2K1} = S_2 \times W_{3K12} = 22,33 \times 0,048 = 1,09.$$

$$P_{3K1} = S_3 \times W_{3K13} = 15,66 \times 0,083 = 1,312.$$

$$P_{4K1} = S_4 \times W_{3K14} = 2,365 \times 0,418 = 0,988.$$

$$P_{5K1} = S_5 \times W_{3K15} = 2,365 \times 0,418 = 0,988.$$

Находим пропорциональность предпочтений. Рассчитаем по формуле (3.8):

$$\lambda_{\max K1} = P_{1K1} + P_{2K1} + P_{3K1} + P_{4K1} + P_{5K1} = 0,786 + 1,09 + 1,312 + 0,988 + 0,988 = 5.167.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности рассчитаем по формуле (3.9):

$$ИС_{K1} = (\lambda_{\max K1} - n)/(n-1) = (5.167 - 5)/(5-1) = 0,0417.$$

Найдем отношением согласованности ОС рассчитаем по формуле (3.10):

$$ОС_{K1} = ИС/СИ = 0,0417/1,12 = 0,0372.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица К 1 (Цена) согласована.

Определим индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 2 (Диагональ).

Таблица 3.10. Матрица обратной симметрии, сравнивающая критерии диагонали экрана

K2	A1	A2	A3	A4	A5	W <sub>3K2Y</sub>
A1	1	1/5	1/7	1/9	1/9	0,025
A2	5	1	1/7	1/9	1/9	0,048
A3	7	7	1	1/3	1/3	0,1755
A4	9	9	3	1	1	0,375
A5	9	9	3	1	1	0,375

Определяется сумма каждого столбца матрицы суждений. По формуле (3.11):

$$S_{1K2} = 1 + 5 + 7 + 9 + 9 = 31.$$

$$S_{2K2} = 1/5 + 1 + 7 + 9 + 9 = 26,2.$$

$$S_{3K2} = 1/7 + 1/7 + 1 + 3 + 3 = 7.285.$$

$$S_{4K2} = 1/9 + 1/9 + 1/3 + 1 + 1 = 2.55.$$

$$S_{5K2} = 1/9 + 1/9 + 1/3 + 1 + 1 = 2,55.$$

Затем полученный результат умножается на компоненту нормализованного вектора приоритетов по формуле (3.6) и (3.7):

$$P_{1K2} = S_1 \times W_{3K21} = 31 \times 0,025 = 0,7906.$$

$$P_{2K2} = S_2 \times W_{3K22} = 26,2 \times 0,048 = 1,272.$$

$$P_{3K2} = S_3 \times W_{3K23} = 7.285 \times 0,1755 = 1,2788.$$

$$P_{4K2} = S_4 \times W_{3K24} = 2.55 \times 0,375 = 0,9588.$$

$$P_{5K2} = S_5 \times W_{3K25} = 2.55 \times 0,375 = 0,9588.$$

Находим пропорциональность предпочтений по формуле (3.8):

$$\lambda_{\max K2} = P_{1K2} + P_{2K2} + P_{3K2} + P_{4K2} + P_{5K2} = 0,7906 + 1,272 + 1,2788 + 0,9588 + 0,9588 = 5,259.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности по формуле (3.9):

$$ИС_{K2} = (\lambda_{\max K2} - n)/(n-1) = (5,259 - 5)/(5-1) = 0,0648.$$

Найдем отношением согласованности ОС по формуле (3.10):

$$ОС_{K2} = ИС/СИ = 0,0648/1,12 = 0,05789.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица К 2 (Диагональ) согласована.

Определим индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 3 (Емкость аккумулятора).

Таблица 3.11. Матрица обратной симметрии, сравнивающая критерии емкости батареи

К3	A1	A2	A3	A4	A5	W <sub>3K3Y</sub>
A1	1	1/3	1/5	1/9	1/7	0,0314
A2	3	1	1/3	1/9	1/7	0,0541
A3	5	3	1	1/7	1/3	0,1158
A4	9	9	7	1	2	0,5058
A5	7	7	3	1/2	1	0,2926

Определяется сумма каждого столбца матрицы суждений по формуле (3.11):

$$S_{1K3} = 1 + 3 + 5 + 9 + 7 = 25.$$

$$S_{2K3} = 1/3 + 1 + 3 + 9 + 7 = 20.33.$$

$$S_{3K3} = 1/5 + 1/3 + 1 + 7 + 3 = 11.533.$$

$$S_{4K3} = 1/9 + 1/9 + 1/7 + 1 + 1/2 = 1.865.$$

$$S_{5K3} = 1/7 + 1/7 + 1/3 + 2 + 1 = 3.619.$$

Затем полученный результат умножается на компоненту нормализованного вектора приоритетов по формулам (3.6) и (3.7):

$$P_{1K3} = S_1 \times W_{3K31} = 25 \times 0,0314 = 0,787.$$

$$P_{2K3} = S_2 \times W_{3K32} = 20,33 \times 0,0541 = 1,1.$$

$$P_{3K3} = S_3 \times W_{3K33} = 11,533 \times 0,1158 = 1,336.$$

$$P_{4K3} = S_4 \times W_{3K34} = 1,865 \times 0,5058 = 0,943.$$

$$P_{5K3} = S_5 \times W_{3K35} = 3,619 \times 0,2926 = 1,059.$$

Находим пропорциональность предпочтений по формуле (3.8):

$$\lambda_{\max K3} = P_{1K3} + P_{2K3} + P_{3K3} + P_{4K3} + P_{5K3} = 0,787 + 1,1 + 1,336 + 0,943 + 1,059 = 5,226.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности по формуле (3.9):

$$ИС_{K3} = (\lambda_{\max K3} - n)/(n-1) = (5,226 - 5)/(5-1) = 0,056.$$

Найдем отношением согласованности ОС по формуле (3.10):

$$ОС_{K3} = ИС/СИ = 0,056/1,12 = 0,0504.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица К 3 (Емкость аккумулятора) согласована.

Определим индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К4 (Страхование).

Таблица 3.12. Матрица обратной симметрии сравнения критериев гарантийного срока

К4	A1	A2	A3	A4	A5	W <sub>3K4Y</sub>
A1	1	1/3	1/5	1/9	1/9	0.0293
A2	3	1	1/7	1/9	1/7	0.0448
A3	5	7	1	1/5	1/3	0.144
A4	9	9	5	1	3	0.5032
A5	7	7	3	1/5	1	0.2784



Определяется сумма каждого столбца матрицы суждений по формуле (3.11):

$$S_{1K4} = 1 + 3 + 5 + 9 + 7 = 27.$$

$$S_{2K4} = 1/3 + 1 + 7 + 9 + 7 = 24,33.$$

$$S_{3K4} = 1/5 + 1/7 + 1 + 5 + 3 = 9,342.$$

$$S_{4K4} = 1/9 + 1/9 + 1/5 + 1 + 1/5 = 1,755.$$

$$S_{5K4} = 1/9 + 1/7 + 1/3 + 3 + 1 = 4,587.$$

Затем полученный результат умножается на компоненту нормализованного вектора приоритетов по формулам (3.6) и (3.7):

$$P_{1K4} = S_1 \times W_{3K41} = 27 \times 0,0293 = 0,7931.$$

$$P_{2K4} = S_2 \times W_{3K42} = 24,33 \times 0,0448 = 1,0905.$$

$$P_{3K4} = S_3 \times W_{3K43} = 9,342 \times 0,144 = 1,3458.$$

$$P_{4K4} = S_4 \times W_{3K44} = 1,755 \times 0,5032 = 0,8835.$$

$$P_{5K4} = S_5 \times W_{3K45} = 4,587 \times 0,2784 = 1,277.$$

Находим пропорциональность предпочтений по формуле (3.8):

$$\lambda_{\max K4} = P_{1K4} + P_{2K4} + P_{3K4} + P_{4K4} + P_{5K4} = 0,7931 + 1,0905 + 1,3458 + 0,8835 + 1,277 = 5,3904.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности по формуле (3.9):

$$ИС_{K4} = (\lambda_{\max K4} - n)/(n-1) = (5,3904 - 5)/(5-1) = 0,0976.$$

Найдем отношением согласованности ОС по формуле (3.10):

$$OC_{K4} = IC/CI = 0,0976/1,12 = 0,0871.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица К 4 (Страхование) согласована.

Определим индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К5 (Толщина).

Таблица № 3.13. Матрица обратной симметрии для сравнения критериев толщины

K5	A1	A2	A3	A4	A5	W <sub>3K5Y</sub>
A1	1	3	5	7	9	0.5021
A2	1/3	1	3	5	9	0.2731
A3	1/5	1/3	1	3	5	0.1275
A4	1/7	1/5	1/3	1	5	0.0693
A5	1/9	1/9	1/5	1/5	1	0.0278

Определяется сумма каждого столбца матрицы суждений по формуле (3.11):

$$S_{1K5} = 1 + 1/3 + 1/5 + 1/7 + 1/9 = 1,7873.$$

$$S_{2K5} = 3 + 1 + 1/3 + 1/5 + 1/9 = 1.268.$$

$$S_{3K5} = 5 + 3 + 1 + 1/3 + 1/5 = 9.533.$$

$$S_{4K5} = 7 + 5 + 3 + 1 + 1/5 = 16.2.$$

$$S_{5K5} = 9 + 9 + 5 + 5 + 1 = 29.$$

Затем полученный результат умножается на компоненту нормализованного вектора приоритетов по формулам (3.6) и (3.7):

$$P_{1K5} = S_1 \times W_{3K51} = 1,7873 \times 0.5021 = 0,8974.$$

$$P_{2K5} = S_2 \times W_{3K52} = 1.268 \times 0.2731 = 0.3462.$$

$$P_{3K5} = S_3 \times W_{3K53} = 9.533 \times 0.1275 = 1,216.$$

$$P_{4K5} = S_4 \times W_{3K54} = 16.2 \times 0.0693 = 1.126.$$

$$P_{5K5} = S_5 \times W_{3K55} = 29 \times 0,0278 = 0,806.$$

Находим пропорциональность предпочтений по формуле (3.8):

$$\lambda_{\max K5} = P_{1K5} + P_{2K5} + P_{3K5} + P_{4K5} + P_{5K5} = 0,8974 + 0,3462 + 1,216 + 1,126 + 0,806 = 5,3129.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности по формуле (3.9):

$$ИС_{K5} = (\lambda_{\max K5} - n)/(n-1) = (5,3129 - 5)/(5-1) = 0,078.$$

Найдем отношением согласованности ОС по формуле (3.10):

$$ОС_{K5} = ИС/СИ = 0,078/1,12 = 0,069.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица K5 (Толщина) согласована.

### 3.1.5. Синтез альтернатив

Для определения приоритетов альтернатив необходимо локальные приоритеты умножить на приоритет соответствующего критерия на высшем уровне и найти суммы по каждому элементу в соответствии с критериями, на которые воздействует этот элемент.

$$W_{2i} = (0.4703; 0.231; 0.1648; 0.0866; 0.0471).$$

$$W_{3K1Y} = (0.031; 0.048; 0.083; 0.418; 0.418).$$

$$W_{3K2Y} = (0,025; 0,048; 0,1755; 0,375; 0,375).$$

$$W_{3K3Y} = (0,0314; 0,0541; 0,1158; 0,5058; 0,2926).$$

$$W_{3K4Y} = (0.029; 0.0448; 0.144; 0.5032; 0.2784).$$

$$W_{3K5Y} = (0.5021; 0.2731; 0.1275; 0.0693; 0.0278).$$

Приоритеты альтернатив получим следующим образом:

$$W_1 = W_{21} \times W_{3K11} + W_{22} \times W_{3K21} + W_{23} \times W_{3K31} + W_{24} \times W_{3K41} + W_{25} \times W_{3K51} = 0,4703 \times 0,031 + 0,231 \times 0,025 + 0,1648 \times 0,0314 + 0,0866 \times 0,029 + 0,0471 \times 0,5021 = 0,0517.$$

$$W_2 = W_{21} \times W_{3K12} + W_{22} \times W_{3K22} + W_{23} \times W_{3K32} + W_{24} \times W_{3K42} + W_{25} \times W_{3K52} = 0,4703 \times 0,048 + 0,231 \times 0,048 + 0,1648 \times 0,0541 + 0,0866 \times 0,0448 + 0,0471 \times 0,2731 = 0,0593.$$

$$W_3 = W_{21} \times W_{3K13} + W_{22} \times W_{3K23} + W_{23} \times W_{3K33} + W_{24} \times W_{3K43} + W_{25} \times W_{3K53} = 0,4703 \times 0,083 + 0,231 \times 0,1755 + 0,1648 \times 0,1158 + 0,0866 \times 0,144 + 0,0471 \times 0,1275 = 0,1171.$$

$$W_4 = W_{21} \times W_{3K14} + W_{22} \times W_{3K24} + W_{23} \times W_{3K34} + W_{24} \times W_{3K44} + W_{25} \times W_{3K54} = 0,4703 \times 0,418 + 0,231 \times 0,375 + 0,1648 \times 0,5058 + 0,0866 \times 0,5032 + 0,0471 \times 0,0693 = 0,4134.$$

$$W_5 = W_{21} \times W_{3K15} + W_{22} \times W_{3K25} + W_{23} \times W_{3K35} + W_{24} \times W_{3K45} + W_{25} \times W_{3K55} = 0,4703 \times 0,418 + 0,231 \times 0,375 + 0,1648 \times 0,2926 + 0,0866 \times 0,2784 + 0,0471 \times 0,0278 = 0,3568.$$

Таким образом, приоритеты альтернатив равны:

1 место - Альтернатива A4 (Xiaomi Mi9T) – W4 приоритет равен 0.4134;

2 место - Альтернатива A5 (Xiaomi Redmi note 9) – W5 приоритет равен 0.3568;

3 место - Альтернатива A3 (OPPO A16) – W3 приоритет равен 0.1171;

4 место - Альтернатива A2 (Samsung Galaxy A12) – W2 приоритет равен 0.0593;

5 место - Альтернатива A1 (Xiaomi Redmi 9C) - W1 приоритет равен 0,0517.

Наиболее перспективным с позиции метода анализа иерархий признается выбор A4.

### 3.2. Пример реализации кода

Листинг программы метода анализа иерархии на языке Python 3.7. Реализация кода метода анализа иерархии представлена в листингах: (3.1), (3.2), (3.3), (3.4), (3.5), (3.6) и (3.6.(a)):

### Листинг 3.1. Выходные данные

```
import numpy as np
import pandas as pd
arr = np.array([[10.92, 6.52, 5.0, 1.5, 9.0],
                [11.65, 6.50, 5.0, 1, 8.9],
                [10.39, 6.53, 5.0, 1.5, 8.4],
                [10.80, 6.39, 4.0, 1, 8.8],
                [11.97, 6.50, 5.02, 2, 8.9]])
df = pd.DataFrame(arr, columns=['Цена(-)', 'Диагональ(+)', 'Емкость
аккумулятора(+)', 'Страхование(+)', 'Толщина(-)'])
df.index = ['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5']
print(df)
```

### Листинг 3.2. Функция расчета «V»

```
def outV(arr):
    arr_Vi = []
    for i in range(5):
        t = 1
        for j in range(5):
            t *= arr[i][j]
        arr_Vi.append(t ** (1/5))
    return arr_Vi
```

### Листинг 3.3. Функция суммы

```
def outSum(arr):
    arr_Vi = []
    sum_V = 0
    for i in range(5):
        t = 1
        for j in range(5):
            t *= arr[i][j]
        arr_Vi.append(t ** (1/5))
        sum_V += arr_Vi[i]
    return sum_V
```

### Листинг 3.4. Функция расчета «W»

```
def outW(arr):
    arr_Vi = []
    arr_W2i = []
    sum_V = 0
    for i in range(5):
        t = 1
        for j in range(5):
            t *= arr[i][j]
        arr_Vi.append(t ** (1/5))
        sum_V += arr_Vi[i]
    for i in range(5):
        arr_W2i.append(arr_Vi[i] / sum_V)
    return arr_W2i
```

### Листинг 3.5. Функция значения относительной согласованности

```
def outOC(arr):
    w = outW(arr)
    arrP = []
    lamdaMax = 0
    out_OC = 0
    for i in range(5):
        s = 0
        for j in range(5):
            s += arr[j][i]
        arrP.append(s * w[i])
        lamdaMax += arrP[i]
    out_OC = ((lamdaMax - len(arr))/(len(arr) - 1)) / 1.12
    if out_OC < 1:
        return ("Значение ОС:" , out_OC , " меньше или равное 0.10 считается
приемлемым, значит матрица согласована")
    else:
        return ("Значение ОС:" , out_OC , " больше 0.10 считается приемлемым, значит
матрица не согласована")
```

### Листинг 3.6. Вызов функции и вывод результата

```
x = []
print("Таблица №2: Обратной симметричной матрицы сравнивает каждую пару
критериев:")
arr_k = np.array([[1, 3, 3, 5, 7],
                  [1/3, 1, 3, 3, 3],
                  [1/3, 1/3, 1, 3, 5],
                  [1/5, 1/3, 1/3, 1, 3],
                  [1/7, 1/3, 1/5, 1/3, 1]])
df_k = pd.DataFrame(arr_k, columns=['K1', 'K2', 'K3', 'K4', 'K5'])
df_k.index = ['K1', 'K2', 'K3', 'K4', 'K5']
print(df_k)
print("Строка Vi:", outV(arr_k), "\nSum Vi =", outSum(arr_k), "\nВектор
приоритетов W2i:", outW(arr_k))
print(outOC(arr_k))

print("\n\nТаблица №3: Обратная симметричная матрица сравнивает ценовые
критерии:")
arr_k1 = np.array([[1, 1/3, 1/3, 1/9, 1/9],
                   [3, 1, 1/3, 1/9, 1/9],
                   [3, 3, 1, 1/7, 1/7],
                   [9, 9, 7, 1, 1],
                   [9, 9, 7, 1, 1]])
df_k1 = pd.DataFrame(arr_k1, columns=['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5'])
df_k1.index = ['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5']
print(df_k1)
print("Строка Vkly:", outV(arr_k1), "\nSum Vkly =", outSum(arr_k1), "\nВектор
приоритетов W3kly:", outW(arr_k1))
x.append(outW(arr_k1))
print(outOC(arr_k1))

print("\n\nТаблица №4: Матрица обратной симметрии, сравнивающая критерии
диагонали экрана:")
arr_k2 = np.array([[1, 1/5, 1/7, 1/9, 1/9],
                   [5, 1, 1/7, 1/9, 1/9],
                   [7, 7, 1, 1/3, 1/3],
                   [9, 9, 3, 1, 1],
                   [9, 9, 3, 1, 1]])
df_k2 = pd.DataFrame(arr_k2, columns=['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5'])
```

### Продолжение листинга 3.6.(а)

```
df_k2.index = ['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5']
print(df_k2)
print("Строка Vk2y:", outV(arr_k2), "\nSum Vk2y =", outSum(arr_k2), "\nВектор
приоритетов W3k2y:", outW(arr_k2))
x.append(outW(arr_k2))
print(outOC(arr_k2))

print("\n\nТаблица №5: Матрица обратной симметрии, сравнивающая критерии емкости
батареи:")
arr_k3 = np.array([[1, 1/3, 1/5, 1/9, 1/7],
                   [3, 1, 1/3, 1/9, 1/7],
                   [5, 3, 1, 1/7, 1/3],
                   [9, 9, 7, 1, 2],
                   [7, 7, 3, 1/2, 1]])
df_k3 = pd.DataFrame(arr_k3, columns=['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5'])
df_k3.index = ['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5']
print(df_k3)
print("Строка Vk3y:", outV(arr_k3), "\nSum Vk3y =", outSum(arr_k3), "\nВектор
приоритетов W3k3y:", outW(arr_k3))
x.append(outW(arr_k3))
print(outOC(arr_k3))
print("\n\nТаблица №6: Матрица обратной симметрии сравнения критериев
гарантийного срока:")
arr_k4 = np.array([[1, 1/3, 1/5, 1/9, 1/9],
                   [3, 1, 1/7, 1/9, 1/7],
                   [5, 7, 1, 1/5, 1/3],
                   [9, 9, 5, 1, 3],
                   [9, 7, 3, 1/3, 1]])
df_k4 = pd.DataFrame(arr_k4, columns=['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5'])
df_k4.index = ['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5']
print(df_k4)
print("Строка Vk4y:", outV(arr_k4), "\nSum Vk4y =", outSum(arr_k4), "\nВектор
приоритетов W3k4y:", outW(arr_k4))
x.append(outW(arr_k4))
print(outOC(arr_k4))

print("\n\nТаблица №7: Матрица обратной симметрии для сравнения критериев
толщины:")
arr_k5 = np.array([[1, 3, 5, 7, 9],
                   [1/3, 1, 3, 5, 9],
                   [1/5, 1/3, 1, 3, 5],
                   [1/7, 1/5, 1/3, 1, 5],
                   [1/9, 1/9, 1/5, 1/5, 1]])
df_k5 = pd.DataFrame(arr_k5, columns=['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5'])
df_k5.index = ['A1', 'A2', 'A3', 'A4', 'A5']
print(df_k5)
print("Строка Vk5y:", outV(arr_k5), "\nSum Vk5y =", outSum(arr_k5), "\nВектор
приоритетов W3k5y:", outW(arr_k5))
x.append(outW(arr_k5))
print(outOC(arr_k5))

print("\n\n Таким образом, приоритеты альтернатив равны:")
for i in range(5):
    w = 0
    for j in range(5):
        w += outW(arr_k)[j] * (x[j])[i]
    print("W", i+1, ":", round(w, 4))
```

Метод анализ иерархии на языке Питон подробно представлен и разбит код программы: в листинге 3.1. – расписаны выходные данные, в листинге 3.2. – основная функция расчета геометрической средней, в листинге 3.3. – функция суммы, в листинге 3.4. – функция расчёта важности приоритетов, в листинге 3.5. – подробно расписана функция относительной важности, в листинге 3.6. и 3.6 (а) – вызов функции и вывод результата.



## 4. ВАРИАНТЫ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

### Вариант №1

*Предметная область:* Выбора лучшего тура в теплых странах.

#### *Задание №1\_1\_ метод Парето*

Реализовать по (табл. 4.1) множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

#### *Задание №1\_2\_ метод Электра II*

Реализовать по (табл. 4.1) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

#### *Задание №1\_3\_ метод анализ иерархии*

Реализовать по (табл. 4.1) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.1. Выбор альтернатив

Варианты решений	Критерии				
	Цена (тыс.руб.) (-)	Время полета (ч) (-)	Рейтинг страны (+)	Рейтингом (%) (+)	t воды (C) (+)
Таиланд	105	11	8.0	65	25.0
Гавайи	114	16	8.6	83	25.6
Шри-Ланка	113	18	8.4	69	25.0
ОАЭ	91	5	8.1	85	28.3
Сейшельские Острова	156	6	8.9	78	29.0
Индонезия	161	13	8.1	70	22.3
Тунис	126	6	8.3	79	20.0
Египет	50	4	8.3	75	23.4
Доминикана	150	12	8.4	84	28.0
Вьетнам	70	11	8.2	77	24.5

### Вариант №2

*Предметная область:* Статистика коронавируса по городам на 13.02.2022.

#### *Задание №2\_1\_ метод Парето*

Реализовать по (табл. 4.2) множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ,

метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

### ***Задание №2\_2\_метод Электра II***

Реализовать по (табл. 4.2) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

### ***Задание №2\_3\_метод анализ иерархии***

Реализовать по (табл. 4.2) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.2. Выбор альтернатив

Альтернативы	Критерии				
	Прирост заболеваний (-)	Прирост выздоровлений(+)	Прирост смертей(-)	Цена поездки (-)	Процент привившихся (+)
Псков	5555	1469	11	1614	57.8
Самара	3149	1772	9	2851	53.2
Воронеж	5468	1477	11	1535	59,2
Красноярск	6317	1349	14	1865	45,7
Иркутск	3472	362	9	5645	54,1
Краснодар	3552	362	9	1463	53.2
Калининград	2035	1852	0	2113	53.2
Ярославль	1581	452	15	1043	48,9
Астрахань	887	486	5	3481	56,5
Севастополь	925	355	5	3608	48,9

### **Вариант №3**

*Предметная область:* Выбора самолета general aviation (малой авиации).

### ***Задание №3\_1\_метод Парето***

Реализовать по таблице 4.3 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

### ***Задание №3\_2\_метод Электра II***

Реализовать по табл. 4.3 метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

### ***Задание №3\_3\_метод анализ иерархии***

Реализовать по табл. 4.3 метод анализ иерархии ручным расчетом.

Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив.  
Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.3. Выбор альтернатив

Альтернатива	Критерии				
	Цена (млн. руб) (-)	Разбег (-)	Крейсерская скорость (+)	Кол-во мест в самолете (+)	Дальность полета (+)
Cessna 172	7,7	290	233	4	1130
RV-7	8	150	301	2	1400
Beechcraft 35 Bonanza	6,5	200	281	4	1247
P2002	4	140	226	2	1178
Bristell NG 5	4	120	230	2	1575
SportCruiser	5	130	172	2	953
RV-8	7,5	120	304	2	1600
ЯК-52	5	180	230	2	465
Cessna 150	1,5	180	231	2	563
TL-200 Sting	8,2	250	250	2	1370

#### Вариант №4

*Предметная область:* Выбор Автомобиля.

##### ***Задание №4\_1\_метод Парето***

Реализовать по (табл. 4.4) множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

##### ***Задание №4\_2\_метод Электра II***

Реализовать по (табл. 4.4) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

##### ***Задание №4\_3\_метод анализ иерархии***

Реализовать по (табл. 4.4) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.4. Выбор альтернатив

Варианты	Критерии
----------	----------

решений	Цена, млн.руб (-)	Объем двигателя, см <sup>3</sup> (+)	Мощность двигателя, л.с. (+)	Дорожный просвет, см (+)	Расход, л (-)
---------	-------------------------	---	---------------------------------------	-----------------------------------	---------------------

Продолжение таблицы 4.4

BMW M8	16,5	4.5	600	135	13
Audi RS 7	17,7	4.2	690	140	11.6
Mercedes-Benz G	19,5	4.8	730	150	13.1
Lamborghini Aventador	18,3	4.1	750	130	14
Ferrari 812	16,2	5.5	640	140	13
McLaren 720S	20,1	4.7	720	140	12.7
Porsche 911 GT3 9911	18,3	4.2	650	120	12.7
Aston Martin Vulcan12	19,2	5.0	720	150	14
Maserati MC20	17,3	4.1	630	160	12.2
Nissan GT-R	15,9	4.8	755	145	11.5

### Вариант №5

*Предметная область:* Выбора двухкомнатной квартиры в ЖК г. Москвы.

#### ***Задание №5\_1\_метод Парето***

Реализовать по (табл. 4.5) множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

#### ***Задание №5\_2\_метод Электра II***

Реализовать по (табл. 4.5) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

#### ***Задание №5\_3\_метод анализ иерархии***

Реализовать по (табл. 4.5) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.5. Выбор альтернатив

Варианты решений	Критерии				
	Площадь (м <sup>2</sup> ) (+)	Цена (млн. руб.) (-)	Удаленность от центра (км.) (-)	Время до метро (мин.) (-)	Этаж (+)
ЖК «Aquatoria»	48,37	21	20,2	20	5
ЖК «Turandot Residences»	113,7	120,4	5,1	9	6
ЖК «Victory Park Residences»	65,43	57,5	11,5	5	2
ЖК «Триколор»	108,7	30,5	13,3	11	34
ЖК «Mod»	64,85	20,7	9,1	8	27
ЖК «Поклонная 9»	50,9	38,7	11,2	8	20
ЖК «Hill8»	62,3	20,1	12,7	4	6
ЖК «Клубный город на реке Primavera»	81,41	30,7	19	12	2
ЖК «SYMPHONY 34»	58,45	20,1	11,8	7	23
ЖК «VERY»	39,89	16,2	15,8	18	7

### Вариант №6

*Предметная область:* Выбор лучшего отеля в г. Москва.

#### *Задание №6\_1\_метод Парето*

Реализовать по таблице 4.6 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

#### *Задание №6\_2\_метод Электра II*

Реализовать по (табл. 4.6) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

#### *Задание №6\_3\_метод анализ иерархии*

Реализовать по (табл. 4.6) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.6. Выбор альтернатив

Варианты решений	Критерии				
	Цена (руб.) (-)	Количество звезд (+)	Рейтинг по отзывам (+)	Удаленность от метро (км) (-)	Удаленность от центра города (км) (-)
Металлург	1960	3	8.6	0.1	3.8
Измайлово	2600	3	8.1	0.4	9.1
Университетская	2750	2	8.7	0.4	8.6
Moscow_Holiday	3600	4	8.9	0.6	7.9
Версаль	2400	3	8.3	0.7	3.9
Райкин_Плаза	3500	4	9.5	0.3	4.8
Kosterev	3750	2	8.7	0.5	0.9
Garden_club	4000	4	9.4	20	37.3
Аструс	3600	4	9.1	1.1	13.3
Q-block	1250	3	9.3	0.9	3.1

**Вариант №7**

*Предметная область:* Выбор рынка работодателей в IT сфере.

***Задание №7\_1\_метод Парето***

Реализовать по таблице 4.7 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

***Задание №7\_2\_метод Электра II***

Реализовать по (табл. 4.7) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

***Задание №7\_3\_метод анализ иерархии***

Реализовать по (табл. 4.7) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.7. Выбор альтернатив

Альтернатива	Критерии					
	Зарплата, тыс. руб.(+)	Карьерный рост(+)	Рейтинг фирмы(+)	Удаленность от дома, км (-)	Интересность задач (+)	Не дружелюбность коллектива (-)
Luxoft	109,6	4.74	4.66	21	4.63	0,21
ЛАНИТ	122,5	4.57	4.58	19,9	4.72	0,28
Северсталь	112,3	4.51	4.47	24,4	4.61	0,41
МТС	80,2	3.87	3.94	9,8	4.09	0,8
Сбер	89,5	4.22	4.09	5	4.11	0,75
Яндекс	91,75	4.25	4.25	9,5	4.33	0,59
OZON	80,7	4.35	4.28	11,4	4.28	0,62
ЕРАМ	115,4	4.53	4.31	13,9	4.16	0,48
Совкомбанк Технологии	117,5	4.58	4.5	11,5	4.63	0,28
TINKOFF	125,1	4.35	4.32	25,6	4.42	0,59

### Вариант №8

*Предметная область:* Выбор телевизора.

#### ***Задание №8\_1\_метод Парето***

Реализовать по таблице 4.8 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

#### ***Задание №8\_2\_метод Электра II***

Реализовать по (табл. 4.8) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

#### ***Задание №8\_3\_метод анализ иерархии***

Реализовать по (табл. 4.8) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.8. Выбор альтернатив

Модель и фирма	Критерии					
	Цена, тыс.руб (-)	Разрешение экрана, К (+)	Год (-)	Гарантия, мес (+)	Вес, кг (-)	Диагональ, см (+)
4K UHD OLED Smart TV - LG	180	4	2021	12	24	145
4K UHD QLED Smart TV - Sam- sung	95	4	2020	12	12	247
8K UHD QLED Smart TV - Sam- sung	200	8	2021	12	40	165
8K UHD NanoCell Smart TV - LG	80	8	2020	24	17	140
4K UHD LED Smart TV - Sony	140	4	2021	12	22	165
8K UHD Neo QLED Smart TV - Sony	170	8	2021	24	32	191
4K UHD Neo QLED Smart TV - Sam- sung	999	4	2020	24	75	247
8K UHD LED Smart TV - Sony	200	8	2020	24	32	191
8K UHD Neo QLED Smart TV - Samsung	999	8	2021	24	54	216

**Вариант №9**

*Предметная область:* Поиск хостинг-провайдера для размещения сайта.

**Задание №9\_1\_ метод Парето**

Реализовать по таблице 4.9 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

**Задание №9\_2\_метод Электра II**

Реализовать по (табл. 4.9) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.



### ***Задание №9\_3\_метод анализ иерархии***

Реализовать по (табл. 4.9) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.9. Выбор альтернатив

Альтернатива	Критерии				
	Стоимость (-)	Оценка польз.(+)	Производительность (-)	Аптайм (+)	Пинг (-)
webhost1	6.99	4.3	2.14	88	7
timeweb	2.7	4	2.14	99.73	13
regru	1.55	4.7	1.58	99.65	1
sprinthost	2.3	3	3.68	95.89	14
handyhost	4.5	2.2	2.25	99.79	5
admivps	1.95	4.4	2.27	100	12
ispserver	1.51	3.7	7.49	97	17
vdsina	1.1	4.7	1.95	98.98	2
hostinger	7.12	4.2	2.14	83.71	31
fornex	1.14	4.6	1.58	100	9

### **Вариант №10**

*Предметная область:* Выбрать подходящий вариант из возможных вариантов оружия для игры «Dark souls».

#### ***Задание №10\_1\_метод Парето***

Реализовать по таблице 4.10 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

#### ***Задание №10\_2\_метод Электра II***

Реализовать по (табл. 4.10) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

#### ***Задание №10\_3\_метод анализ иерархии***

Реализовать по (табл. 4.10) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.10. Выбор альтернатив

Название	Физический урон (+)	Бонус от силы (+)	Бонус от ловкости (+)	Вес (-)	Требование для силы (-)	Требование для ловкости (+)
Нож бандита	56	1	4	1,0	5	12
Короткий меч	78	3	3	2,0	8	10
Двуручный меч	130	3	2	10,0	24	10
Кнут	80	0	4	1,5	7	14
Молот Смоуга	300	2	0	28,0	58	0
Зуб Дракона	290	2	0	18,0	40	0
Утигатана	90	0	4	5,0	14	14
Палаш	82	3	3	3,0	10	10
Фальшион	82	1	4	2,5	9	13
Катана	90	2	3	8,0	10	16

### Вариант №11

*Предметная область:* Акции фондовой биржи.

#### *Задание №11\_1\_метод Парето*

Реализовать по таблице 4.11 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

#### *Задание №11\_2\_метод Электра II*

Реализовать по (табл. 4.11) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

#### *Задание №11\_3\_метод анализ иерархии*

Реализовать по (табл. 4.11) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.11. Выбор альтернатив

Альтернативы	Критерии					
	Капитализация, млрд \$ (+)	Прибыль до вычета доходов, млн \$ (+)	Доходность капитала, % (+)	Волатильность, % (-)	Цена, \$ (-)	Долг / капитал, % (-)
Transocean	2,34	1700	-3,26	3,14	3,56	65,24
Zynerba Inc	0,119	-37,88	-52,45	2,14	2,89	13,12
Southwestern Energy	4,62	1830	-5057	1,17	4,53	32,1
Endo International PLC	0,78	1260	-0,01	1,13	2,73	10,12
ContextLogic	1,62	-798	-64,43	0,58	2,51	16,17
TAL Education Group	2,25	-330,7	-3,01	0,07	2,48	15,41
Veon	2,59	4110	166,1	1,36	1,54	34,64
Clover Health	1,35	-454,2	-67,14	1,01	2,85	4,88
TechnipFMC	3,02	1344,5	4,57	1,04	1,7	3,99
Nokia	32,93	3071	10,94	0,78	5,77	32,62

## Вариант №12

*Предметная область:* Выбор беспроводных наушников.

### *Задание №12\_1\_метод Парето*

Реализовать по таблице 4.12 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

### *Задание №12\_2\_метод Электра II*

Реализовать по (табл. 4.12) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

### *Задание №12\_3\_метод анализ иерархии*

Реализовать по (табл. 4.12) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.12. Выбор альтернатив

Альтернативы	Критерии					
	Цена, р (-)	Емкость батареи, мАч (+)	Радиус действия, м (+)	Время работы, ч (+)	Время работы с кейсом, ч (+)	Вес, г (-)
Apple AirPods Pro	14300	519	10	4,5	24	56,4
Apple AirPods 2	8999	398	45	5	24	48
Apple AirPods 3	12900	345	10	6	30	37,91
Samsung Galaxy Buds Pro	8190	472	10	5	20	44,9
Xiaomi Redmi Airdots 2	999	300	10	4	12	35,4
Huawei Free-Buds 4i	4500	215	10	7,5	22	37
Xiaomi Redmi Buds 3 Pro	4000	470	10	6	28	55
Samsung Galaxy Buds2	6400	472	10	5	29	41
OnePlus Buds Pro	8599	520	10	5	38	52
Honor Earbuds 2 Lite	3916	410	10	10	32	41

### Вариант №13

*Предметная область:* Выбор технического ВУЗа России.

#### ***Задание №13\_1\_метод Парето***

Реализовать по таблице 4.13 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

#### ***Задание №13\_2\_метод Электра II***

Реализовать по (табл. 4.13) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

#### ***Задание №13\_3\_метод анализ иерархии***

Реализовать по (табл. 4.13) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.13. Выбор альтернатив

Альтернатива	Критерии				
	Цена (-)	Удаленность от дома (-)	Бюджетные места (+)	Отзывы студентов (+)	Проходной балл (-)
РТУ МИРЭА	200 000	32 км	1656	9,5	71,0
МГУ	391 050	25 км	330	7	90,8
МАИ	91 760	34 км	903	7,3	61,3
МЭИ	84 000	14 км	290	7,2	73,7
ВШЭ	390 000	16 км	746	7,2	89,0
РЭУ	130 000	17 км	139	6,5	86,3
МГТУ	270 119	11 км	722	8,8	85,3
МФТИ	270 000	39 км	258	8,9	97,1
МИСиС	209 500	18 км	190	8,3	94,3
МИЭТ	104 000	63 км	431	8,9	66,3

**Вариант №14**

*Предметная область:* Выбор видеокарты.

***Задание №14\_1\_метод Парето***

Реализовать по таблице 4.14 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

***Задание №14\_2\_метод Электра II***

Реализовать по (табл. 4.14) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

***Задание №14\_3\_метод анализ иерархии***

Реализовать по (табл. 4.14) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.14. Выбор альтернатив

Альтернативы	Критерии							
	Цена -	Производительность +	Купили +	Вт -	Вентилятор +	Длина (мм) -	Ширина (мм) -	Частота (МГц) +
GTX 1080	50000	68883	86	248	1	328	38	1851

Продолжение таблицы 4.14

GTX 1080 Ti	55000	70697	96	209	2	297	36	2056
Titan V	70000	81887	157	207	3	233	50	3371
Titan RTX	100000	48406	111	180	2	322	48	3965
RTX 3060	90000	46981	136	242	2	320	45	1826
RTX 3070	120000	94041	107	184	2	248	35	3197
RTX 3080	130000	88691	187	234	2	308	49	3344
RTX 3090	180000	78623	108	244	2	300	58	1866
RTX 3090 TI	290000	93110	199	213	2	300	44	3632
RTX 3080 2	285000	93110	199	213	3	300	44	3632

**Вариант №15**

*Предметная область:* Выбор молочного шоколада.

**Задание №15\_1\_метод Парето**

Реализовать по таблице 4.15 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

**Задание №15\_2\_метод Электра II**

Реализовать по (табл. 4.15) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

**Задание №15\_3\_метод анализ иерархии**

Реализовать по (табл. 4.15) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.15. Выбор альтернатив

Альтернатива	Критерии				
	Цена, р	Масса, г	% Содержания какао	Рейтинг	Калорийность (кк на 100 г)
	-	+	+	+	-
Milka	127	90	25	3,5	527
Аленка	91	90	25	3,7	550
Ritter Sport	121	100	27,3	4,4	516
Merci	205	100	32	3,8	578

Продолжение таблицы 4.15

Dove	121	95	25	4,1	543
Red	170	100	25	4,3	375
Lindt	340	100	30	4,6	567
Alpen Gold	94	85	25	4,1	519
Nestle	118	100	25	3,5	527
Яшкино	32	100	27,4	3,7	525

**Вариант №16**

*Предметная область:* Криптовалюта.

**Задание №16\_1\_метод Парето**

Реализовать по таблице 4.16 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

**Задание №16\_2\_метод Электра II**

Реализовать по (табл. 4.16) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

**Задание №16\_3\_метод анализ иерархии**

Реализовать по (табл. 4.16) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.16. Выбор альтернатив

Варианты	Критерии					
	Рост Рыночной капитализации, % (+)	Падение курса, % (-)	Обмен за 24ч, % (+)	Волатильность, % (-)	Концентрация крупных обменов, % (+)	Ликвидность, поинты (+)
Bitcoin	0.4	0.06	13.62	5.4	6	923
Ethereum	0.7	2.4	8	3.4	7	975
Tether	1.2	0.03	12.5	5.5	13	938
BNB	0.9	-2.2	7.8	4.6	10.12	934
USD Coin	0.9	-2.4	11.4	1.7	15	984
XRP	1.3	-3.1	12	1.4	16	992
Cardano	1.6	-4.1	15	2.2	14.2	960
Solana	1.7	-3.1	15.1	1.2	8.4	946
Terra	1.1	-9.7	13.62	4.3	6.9	980
DogeCoin	2.5	-6.63	15.2	5.4	7.1	910

## Вариант №17

*Предметная область:* Выбор оптимального центрального процессорного устройства.

### *Задание №17\_1\_метод Парето*

Реализовать по таблице 4.17 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

### *Задание №17\_2\_метод Электра II*

Реализовать по (табл. 4.17) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

### *Задание №17\_3\_метод анализ иерархии*

Реализовать по (табл. 4.17) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.17. Выбор альтернатив

Альтернатива	Критерии						
	Цена, долл. (-)	Частота, ГГц (+)	Кол- во ядер, шт. (+)	Кол-во поток- ов, шт. (+)	TDP, Вт (-)	Год выпуска (+)	Объем L1- кэша, КБ (+)
i9 11933k	119.99	5.30	8	16	105	2021	890
i7 7733k	339.00	3.60	4	4	65	2017	384
i5 11633k	272.00	4.90	6	12	65	2021	480
i5 9433f	339.00	3.60	4	4	65	2019	384
i3 8133	339.00	3.60	4	4	65	2017	256
Ryzen 5833x <sup>7</sup>	249.00	4.70	8	16	105	2020	512
Ryzen 2733x <sup>7</sup>	329.00	4.30	8	16	105	2018	768
Ryzen 5 3633	239.00	3.60	4	8	105	2019	384
Ryzen 5 1633	119.99	3.60	6	12	65	2013	576
Ryzen 3233g <sup>3</sup>	299.00	3.60	4	4	65	2019	256



## Вариант №18

*Предметная область:* Выбор ноутбука.

### *Задание №18\_1\_метод Парето*

Реализовать по таблице 4.18 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

### *Задание №18\_2\_метод Электра II*

Реализовать по (табл. 4.18) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

### *Задание №18\_3\_метод анализ иерархии*

Реализовать по (табл. 4.18) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.18. Выбор альтернатив

Варианты решений	Критерии					
	Объем GPU, Гб (+)	Частота CPU, ГГц (+)	Объем оперативной памяти, Гб (+)	Объем ПЗУ, Гб (+)	Вес, кг (-)	Цена, Р (-)
Ноутбук игровой ASUS VivoBook Pro 15 OLED K3500PC-L1173W	4	3.1	16	512	1.65	89 999
Ноутбук игровой ASUS TUF Gaming F15 FX506HCB-HN0144T	4	2.7	8	512	2.3	79 999
Ноутбук игровой Lenovo Legion 5 15ACH6H (82JU000YRU)	8	3.3	16	512	2.3	94 999
Ноутбук игровой ASUS TUF Gaming F15 FX506HM-HN114	6	2.7	16	512	2.4	135 999

Ноутбук игровой HP Pavilion Gaming 17-cd2002ur 601G3EA	4	3.1	8	512	2.6	89 999
Ноутбук игровой ASUS TUF Dash F15 FX516PE- HN036T	4	3.1	8	512	3	96 999
Ноутбук игровой Lenovo Yoga Slim 7 15IMH05 (82AB003LRU)	4	2.5	8	512	2.6	89 999
Ноутбук игровой Acer Swift X SFX14-41G-R5EE NX.AU5ER.001	8	2.4	16	1024	3	123 999
Ноутбук игровой Haier GG1502X	8	2.4	16	1024	3	86 999

**Вариант №19**

*Предметная область:* Выбор ОЗУ.

***Задание №19\_1\_метод Парето***

Реализовать по таблице 4.19 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

***Задание №19\_2\_метод Электра II***

Реализовать по (табл. 4.19) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

***Задание №19\_3\_метод анализ иерархии***

Реализовать по (табл. 4.19) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.19. Выбор альтернатив

Альтернатива	Критерии				
	Цена, р. (-)	Объем, Гб. (+)	Частота, МГц. (+)	Тайминги, нс (-)	Ранг, Вт (+)
Patriot Memory SL Premium	2789	8	2666	19	1
AMD	2466	8	2400	16	1
Crucial	1490	8	2666	19	1
Samsung	2309	8	3200	21	1
AMD Radeon R7 Performance	2317	16	2400	19	1
Hikvision	2350	8	2666	19	1
Netac	2386	8	2666	19	1
Apacer	2428	8	2666	19	1
Silicon Power	2451	8	2666	19	1
Crucial Ballistix	7741	8	3200	16	2

**Вариант №20**

*Предметная область:* Выбор игры

***Задание №20\_1\_метод Парето***

Реализовать по таблице 4.20 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

***Задание №20\_2\_метод Электра II***

Реализовать по (табл. 4.20) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

***Задание №20\_3\_метод анализ иерархии***

Реализовать по (табл. 4.20) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.20. Выбор альтернатив

Варианты решений	Критерии				
	Рейтинг 0-10 (+)	Стоимость игры (руб) (-)	Часы игры (+)	Онлайн (+)	Возрастное ограничение (лет) 0-18 (-)
The Witcher 3: Wild Hunt	8	1199	105	103,329	18
Sid Meier's Civilization V	9	499	127	91,363	12
Cyberpunk 2077	6	1999	59	54,212	18
Grand Theft Auto V	7	2149	50	364,548	18
Fallout: New Vegas	8	399	62	51,038	12
Phasmophobia	7	309	42	76,712	18
Five Nights at Freddy's: Security Breach	9	725	8	11,264	12
Minecraft	8	1900	178	5,593,033	7
Battlefield V	5	3499	9	89,814	18
The Elder Scrolls V: Skyrim Special Edition	8	1599	127	69,906	18

**Вариант №21**

*Предметная область:* Выбор города.

***Задание №21\_1\_метод Парето***

Реализовать по таблице 4.21 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

***Задание №21\_2\_метод Электра II***

Реализовать по (табл. 4.21) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

***Задание №21\_3\_метод анализ иерархии***

Реализовать по (табл. 4.21) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.21. Выбор альтернатив

Альтернатива	Критерии				
	Население(+)	Средняя заработная плата(+)	Мера доступности покупки квартиры (-)	Innovation Cities™ Index(-)	Стоимость квадратного метра(-)
Владимир	350	436	31.04	4830	1389
Москва	11920	1219	23,1	34	2944
Амстердам	821	2490	9,86	33	2933
Неймеген	170	1840	10,89	3852	3158
Берлин	3645	2501	9,74	31	1695
Варшава	1754	1891	14.69	123	1239
Тбилиси	1184	845	13.38	357	925
Казань	1169	634	17.34	366	1318
Утрехт	1264	2196	8,58	213	2987
Новосибирск	1511	499	12,34	406	1696

## **Вариант №22**

*Предметная область:* Выбор графического планшета.

### ***Задание №22\_1\_метод Парето***

Реализовать по таблице 4.22 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

### ***Задание №22\_2\_метод Электра II***

Реализовать по (табл. 4.22) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

### ***Задание №22\_3\_метод анализ иерархии***

Реализовать по (табл. 4.22) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.22. Выбор альтернатив

Варианты решений	Критерии				
	Разрешение, lpi +	Чувствительность, уровни +	Кнопки, шт +	Точность, мм -	Стоимость, руб -
Wacom One by Small (CTL-472-N)	2540	2048	0	0.5	3379
Wacom One by Medium (CTL-672-N)	2540	2048	0	0.5	4899
XP-PEN Deco 01 V2	5080	8192	8	0.25	5499
Huion H430P	5080	8192	4	0.3	3399
Wacom Intuos S Black (CTL-4100K-N)	2540	4096	4	0.25	6499
XP-PEN Star G960	5080	8192	4	0.25	3399
Wacom Intuos M Bluetooth Black (CTL-6100WLK-N)	2540	4096	4	0.25	11999
XP-PEN Deco Pro Medium	5080	8192	8	0.25	9999
XP-PEN Deco 03	5080	8192	6	0.25	9990
Huion Inspiroy Q11K	5080	8192	8	0.1	16399

**Вариант №23**

*Предметная область:* Выбор компьютерного монитора.

***Задание №23\_1\_метод Парето***

Реализовать по таблице 4.23 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

***Задание №23\_2\_метод Электра II***

Реализовать по (табл. 4.23) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

***Задание №23\_3\_метод анализ иерархии***

Реализовать по (табл. 4.23) метод анализ иерархии ручным расчетом.  
Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив.  
Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

Таблица 4.23. Выбор альтернатив

Альтернативы	Критерии					
	Цена (руб) (-)	Время отклика (-)	Частота кадров (+)	Яркость (+)	Потребляемая мощность (-)	Рейтинг (+)
<u>Viewsonic XG2705-2K</u>	30000	1	144	350	34	8.7
<u>Huawei MateView GT</u>	27000	4	165	350	34	7.8
<u>LG UltraGear 27GN800</u>	31000	1	165	350	34	8.7
<u>Samsung C27RG50</u>	25000	4	240	300	48	7.4
<u>Dell S2721DS</u>	23000	4	75	350	19	6.8
<u>Asus TUF Gaming</u>	32000	4	144	350	65	7.4
<u>Samsung Odyssey G5</u>	25000	4	144	250	36	7.5
<u>MSI Optix G271</u>	24000	1	144	250	27	7.1
<u>HP X27</u>	22000	1	165	400	24	6.2
<u>HP X27q</u>	24000	1	165	400	27	7.2

**Вариант №24**

*Предметная область:* Выбор смартфона.

***Задание №24\_1\_метод Парето***

Реализовать по таблице 4.24 множество Парето, а также методы сужения оптимального множества альтернатив, а именно метод верхних/нижних границ, метод субоптимизации и метод лексикографической оптимизации. Сделать ручной расчет и написать код программы. Результат вывести в консоли.

***Задание №24\_2\_метод Электра II***

Реализовать по (табл. 4.24) метод Электра II ручным расчетом, составить матрицу предпочтений и нарисовать граф. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.

***Задание №24\_3\_метод анализ иерархии***

Реализовать по (табл. 4.24) метод анализ иерархии ручным расчетом. Нарисовать по предметной области иерархию и составить синтез альтернатив. Написать код программы. Результат программы вывести в консоли.



Таблица 4.24. Выбор альтернатив

Варианты решений	Критерии					
	Цена, руб (-)	Диагональ, дм (-)	Объем памяти, Гб (+)	Емкость аккумулятора, мА*ч (+)	Камера, Мп (+)	Вес, г (-)
iPhone 11	64990	6,1	256	3100	24	194
HUAWEI P50 Pro	89999	6,6	256	4200	50	195
ASUS ROG Phone 5	66490	6,78	128	6000	64	239
Samsung Galaxy S21	64990	6,2	128	4000	64	171
Xiaomi 11T Pro	55990	6,67	256	6000	108	204
Honor 50	40499	6,57	256	4300	108	175
iPhone 11 Pro	55990	5,8	256	3100	24	188
Samsung Galaxy S20 Ultra	66490	6,9	128	5000	108	220
HUAWEI Mate 40 Pro	80990	6,76	256	4400	48	203
OnePlus 9 Pro	71990	6,7	256	4500	48	197

### 4.1. Вопросы и задания для самоконтроля

1. Какой метод служит для упорядочения индифферентных классов?
2. Значение относительной согласованности считается приемлемой в методе анализе иерархии?
3. Основные три этапа в методе анализа иерархии?
4. Сколько сужений множества Парето-оптимальных существует?
5. Какие стремления в алгоритме Парето-оптимальность есть?
6. При расчете позитива (за) и негатива (против) какие значения подставляем в методе Электра?
7. Что выполняет порог в методе Электра II?
8. Как определяется в методе анализе иерархии относительная согласованность?

9.Что определяет вес в методе Электра?

10.Провести исследования по (табл.4.25), рассчитанный по алгоритму Электра II. В таблице матрице предпочтений рассчитаны индексы для ранжирования (классификации) заданного множества альтернатив.

Найти самую лучшую альтернативу по сильным связям, а также самую худшую?

Таблица 4.25. Матрица предпочтений

Альтернативы	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
A1	x	inf	inf	5	inf	-	3	10/7	10/7	-
A2	-	x	inf	7/2	-	-	3	10/7	10/7	-
A3	-	-	x	7/2	-	-	7/3	10/7	10/7	-
A4	-	-	-	x	-	-	-	6/5	-	-
A5	-	-	5/3	7/2	x	-	2	10/7	-	-
A6	7/4	10/4	10/4	inf	10/4	x	10/3	inf	inf	5/4
A7	-	-	-	3/2	-	-	x	-	-	-
A8	-	-	-	-	-	-	7/6	x	-	-
A9	-	-	-	5/3	-	-	7/3	$\infty$	x	-
A10	3	4	14/3	6	inf	-	11/3	5	7/2	x

Записать ответ в виде множества (A1..An, A1..Am),

где (A1..An) – лучшие альтернативы, (A1..Am) – худшие альтернативы.

11.Даны альтернативы A..A4, критерии: цена, количество звезд, рейтинг, удаленность от метро, удаленность от центра города. Расставлены стремления к критериям (-) – чем меньше, тем лучше, (+) – чем больше, тем лучше, представлены в (табл. 4.26). Найти оптимальное множество с использованием алгоритма Парето-оптимального множества решений. И записать ответ в виде множества (A1...An)?

Таблица 4.26. Таблица альтернатив

Альтернативы	Критерии				
	Цена (руб.) (-)	Количество звезд (+)	Рейтинг (+)	Удаленность от метро (км) (-)	Удаленность от центра города (км) (-)
A1	1960	3	8.6	0.1	3.8
A2	2600	3	8.1	0.4	9.1
A3	2750	2	8.7	0.4	8.6
A4	3600	4	8.9	0.6	7.9

Ответ записать в виде множества альтернатив ( $A_1..A_n$ )

12.Реализовать сужение по указанным верхним/нижним границам критериев (табл. 4.27). Цена не должна превышать 2500 руб., количество звезд должно быть не меньше 3, рейтинг не меньше 8, удаленность от метро не превышать 1 км, удаленность от центра не должна превышать 5 км.?

Таблица 4.27. Парето-оптимальное множество

Альтернативы	Критерии				
	Цена (руб.) (-)	Количество звезд (+)	Рейтинг (+)	Удаленность от метро (км) (-)	Удаленность от центра города (км) (-)
A1	1960	3	8.6	0.1	3.8
A2	2750	2	8.7	0.4	8.6
A3	3500	4	9.5	0.3	4.8
A4	3750	2	8.7	0.5	0.9
A5	1250	3	9.3	0.9	3.1

Ответ записать в виде множества альтернатив ( $A_1..A_n$ ).

13.Реализовать сужение по алгоритму субоптимизации (табл.4.28). Главным критерием выбрана цена; ограничения: количество звезд должно быть не меньше 3, рейтинг быть не меньше 8, удаленность от метро не превышать 1 км, удаленность от центра не превышать 5 км.?

Таблица 4.28. Варианты, удовлетворяющие данным ограничениям.

Альтернативы	Критерии				
	Цена (руб.) (-)	Количество звезд (+)	Рейтинг (+)	Удаленность от метро (км) (-)	Удаленность от центра города (км) (-)
A1	1960	3	8.6	0.1	3.8
A2	3500	4	9.5	0.3	4.8
A3	1250	3	9.3	0.9	3.1
A4	1200	5	7	1	5
A5	2550	3	8	2	3

Ответ записать в виде множества альтернатив ( $A_1..A_n$ ).

14. Даны альтернативы  $A_1..A_{10}$ , критерии: цена, объем, мощность, просвет, расход. Расставлены стремления к критериям (-) – чем меньше, тем лучше, (+) – чем больше, тем лучше, представлены в (табл. 4.29). Найти оптимальное множество с использованием алгоритма Парето-оптимального множества решений. И записать ответ в виде множества  $(A_1...A_n)$ ?

Таблица 4.29. Таблица альтернатив

Альтернативы	Критерии				
	Цена (руб) (-)	Объем (см) <sup>3</sup> (+)	Мощность л.с. (+)	Просвет (см) (+)	Расход (л) (-)
A1	16,5	4.5	600	135	13
A2	17,7	4.2	690	140	11.6
A3	19,5	4.8	730	150	13.1
A4	18,3	4.1	750	130	14
A5	16,2	5.5	640	140	13
A6	20,1	4.7	720	140	12.7

Ответ записать в виде множества альтернатив  $(A_1..A_n)$ .

## 4.2. Ответы на вопросы и задания

№ вопроса	Ответы
1	Электра II.
2	$<$ или $= 0,10$ .
3	1-й этап: представление системы критериев (целей) в виде иерархической структуры; 2-й этап: оценки приоритетов (весов) критериев с учётом их места в иерархии относительной важности; 3-й этап: определение лучшей альтернативы по значениям её характеристик и важности критериев.
4	3
5	Отрицательные (чем меньше, тем лучше), положительные (чем больше, тем лучше).
6	Вес.
7	Избавляет от циклов.
8	Отношение индекса согласованности (ИС) к среднему значению случайного индекса согласованности (СИ).
9	Число, характеризующее важность соответствующего критерия.
10	(A6) – лучшая альтернатива. (A4, A7, A8) – худшие альтернативы.
11	(A1)
12	(A1, A5)
13	(A3)
14	(A5)

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сорокин А.Б. Линейное программирование: практикум: Учебно-методическое пособие / Сорокин А.Б., Бражникова Е.В., Платонова О.Е. — М.: Московский технологический университет (МИРЭА), 2017. — 102 с.
2. Косников С.Н. Математические методы в экономике: учебное пособие для вузов / С.Н. Косников. — 2-е изд., испр. и доп. — про М.: Издательство Юрайт, 2020. — 170 с.
3. Сорокин А.Б. Транспортные задачи: практикум / А. Б. Сорокин, Л. М. Железняк. — М.: РТУ МИРЭА, 2021. — 56 с.
4. Таха Хемди А. Введение в исследование операций / Хемди А. Таха — М.: Изда-тельский дом «Вильямс», 7-е издание.: Пер. с англ. 2005. — 912 с.
5. Афанасьев М.Ю. Прикладные задачи исследования операций: Учеб. пособие / М.Ю. Афанасьев, К.А. Багриновский, В.М. Матюшок — М.: ИНФРА-М, 2006 — 352 с
6. Ашманов С.А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях: Учеб. пособие для вузов / С.А. Ашманов, А.В. Тимохов. — СПб.: Лань, 2012. — 447 с.
7. Гончаров В.А. Методы оптимизации: Доп. УМО в кач. учеб. пособия для вузов / В.А. Гончаров. — М.: Юрайт, 2013. — 191 с.
8. Сухарев, А.Г. Курс методов оптимизации: учеб. пособие / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. —М.: Физматлит, 2011. — 384 с.
9. Соболев Б.В. Методы оптимизации: практикум / Б.В. Соболев, Б. Ч. Месхи, Г. И. Каныгин. — Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. — 377 с
10. Пантелеев А. В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах: учебное пособие, 2-е издание / А. В. Пантелеев, Т.А. Летова — М.: Высш. шк, 2005, — 544 с
11. Певнева А.Г., Калинкина М.Е., Методы оптимизации— СПб: Университет ИТМО / А.Г. Певнева, М.Е. Калинкина — 2020. — 64 с.
12. Аттетков, А.В. Методы оптимизации: учебное пособие / А. В. Аттетков, В. С. Зарубин, А. Н. Канатников. — Москва: РИОР: ИНФРА-М, 2013. — 269с
13. Шукаев Д.Н. Прикладные методы оптимизации: учебник. — М.: Издательский дом Академии Естествознания / Д.Н. Шукаев — 2017 — 212 с.

### **Сведения об авторах**

**Сорокин** Алексей Борисович, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры вычислительной техники института Информационных технологий (РТУ МИРЭА);

**Железняк** Лилия Михайловна, старший преподаватель кафедры вычислительной техники института Информационных технологий (РТУ МИРЭА).