

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

"МИРЭА - Российский технологический университет" РТУ МИРЭА

Институт Информационных Технологий **Кафедра** Вычислительной Техники

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6

по дисциплине

«Системный анализ данных в системах поддержки принятия решений»

Алгоритм роя светлячков

Студент группы: <u>ИКБО-04-22</u> <u>Кликушин В.И.</u> (Ф. И.О. студента)

Преподаватель Железняк Л.М.

(Ф.И.О. преподавателя)

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1 АЛГОРИТМ РОЯ СВЕТЛЯЧКОВ	
1.1 Описание алгоритма	
1.2 Постановка задачи	
1.3 Математическая модель	
1.4 Ручной расчёт	
1.5 Программная реализация	
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	
СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ	14
ПРИЛОЖЕНИЯ	15

ВВЕДЕНИЕ

Алгоритм роя светлячков был предложен в 2007 году инженером и исследователем Синь-Шэ Янгом. Этот алгоритм относится к классу метаэвристических алгоритмов роевого интеллекта, ориентированных на оптимизацию функции.

В основе алгоритма лежит наблюдаемое в природе поведение рассматриваемых насекомых. Они излучают свет, который является механизмом коммуникации между особями: с его помощью они привлекают особей противоположного пола, сообщают о приближении хищников, привлекают добычу и так далее. Менее яркие светлячки перемещаются к более ярким, яркость одного светлячка, воспринимаемая другим, уменьшается при его удалении. Если светлячок не видит более яркого представителя роя, он перемещается хаотично.

Алгоритм роя светлячков нашел широкое применение в задачах, где требуется минимизация или максимизация сложных функций. Его успешно используют в инженерии, экономике, науке о данных и других областях, например, оптимизация маршрутов и логистики, настройка параметров нейронных сетей и машинного обучения, обработка изображений и восстановление сигналов, управление ресурсами и планирование задач.

Актуальность алгоритма обусловлена его способностью эффективно находить решения в сложных многомерных пространствах, где традиционные методы могут быть неприменимы из-за высокой вычислительной сложности или требований к непрерывности функции. Простота реализации и адаптация под широкий спектр задач делают алгоритм роя светлячков важным инструментом для оптимизации в современной науке и технике.

1 АЛГОРИТМ РОЯ СВЕТЛЯЧКОВ

1.1 Описание алгоритма

Алгоритм роя светлячков использует искусственных агентов (светлячков), которые взаимодействуют друг с другом, перемещаясь в поисковом пространстве в направлении более качественных решений. Каждый светлячок характеризуется своей позицией, которая соответствует возможному решению задачи, и уровнем «свечения» (яркости), зависящим от значения целевой функции в данной позиции.

Оптимизация начинается с инициализации популяции светлячков, которые случайным образом размещаются в пространстве решений. Затем алгоритм выполняет итерации, каждая из которых включает следующие этапы:

- 1. Обновление яркости. Уровень свечения каждого светлячка пересчитывается в зависимости от значения целевой функции в его текущей позиции. Это позволяет определить, насколько «привлекателен» светлячок для других (Формула 1.3.2).
- 2. Формирование окрестности. Для каждого светлячка определяется список соседей агентов, находящихся в пределах заданного радиуса, которые обладают более высокой яркостью (Формула 1.3.3).
- 3. Выбор соседа и перемещение. Светлячок перемещается в направлении соседа, вероятность выбора которого пропорциональна его яркости. Если в окрестности нет более ярких соседей, светлячок перемещается случайным образом (Формулы 1.3.4–1.3.6).
- 4. Модификация радиуса окрестности. Радиус видимости светлячка корректируется в зависимости от количества соседей, чтобы адаптироваться к текущей плотности агентов в пространстве (Формула 1.3.7).
- 5. Обновление глобального решения. Если положение какого-либо светлячка превосходит текущее лучшее значение, обновляется

глобальное решение.

Процесс продолжается до тех пор, пока не выполнено условие остановки: либо достигнуто максимальное количество итераций, либо отсутствуют значительные улучшения в течение заданного числа шагов.

1.2 Постановка задачи

Цель работы: реализовать преобразование Коши методом роя светлячков для нахождения приближённого глобального минимума функции.

Задачи: изучить алгоритм роя светлячков, выбрать тестовую функцию для оптимизации (нахождение глобального минимума), произвести ручной расчёт итерации алгоритма, разработать программную реализацию алгоритма роя светлячков для задачи минимизации функции.

Нахождение глобального минимума функции от многих переменных состоит в поиске точки в многомерном пространстве, где значение функции будет минимальным.

Выбранная функция для оптимизации: функция Гольдшейна-Прайса (Формула 1.2.1).

$$f(x,y) = [1 + (x + y + 1)^{2}(19 - 14x + 3x^{2} - 14y + 6xy + 3y^{2})][30 + (2x - 3y)^{2}(18 - 32x + 12x^{2} + 48y - 36xy + 27y^{2})].$$
(1.2.1)

Глобальный минимум функции достигается в точке (0; -1) и равен 3. Функция рассматривается на области $-2 \le x, y \le 2$.

1.3 Математическая модель

Алгоритм имеет следующие входные параметры: β — коэффициент изменения радиуса окрестности; ρ — коэффициент уменьшения уровня люциферина; δ — коэффициент изменения позиции; r_0 — начальный радиус

окрестности; N — максимальное количество итераций алгоритма; K — размер популяции светлячков; γ — коэффициент привлекательности светлячков; x_{min}, x_{max} — минимальные и максимальные границы пространства; m — длина вектора позиции агента. Все параметры определены от нуля до единицы.

Позиция каждого светлячка инициализируется случайным образом (Формула 1.3.1).

$$x_k = (x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{km}), x_{kj} = x_j^{min} + (x_j^{max} - x_j^{min}) rand(),$$
 (1.3.1)

 Γ де k – номер агента.

Изначально все светлячки имеют одинаковое количество люциферина $l_k = l_0$. Радиус окрестности также инициализируется предварительно заданным значением $r_k = r_0$.

Обновление уровня люциферина зависит от позиции агента в пространстве (значения его целевой функции). Вычисление уровня люциферина осуществляется по Формуле 1.3.2.

$$l_k(t+1) = (1-\rho)l_k(t) + \gamma F(x_k)(t+1), \tag{1.3.2}$$

где l – количество люциферина;

k – номер агента;

t — номер итерации.

Каждый агент выбирает того агента внутри радиуса окрестности поиска, у которого уровень люциферина выше, чем его собственный. Окрестность светлячка определяется в соответствие с Формулой 1.3.3.

$$U_k = \{ m | |x_m - x_k| | < r_k, l_k < l_m, m \in \overline{1, K} \},$$
 (1.3.3)

где U_k – окрестность светлячка;

m — светлячок в окрестности светлячка k.

Таким образом, окрестность U_k включает светлячков m, которые находятся в пределах радиуса $r_k(||x_m-x_k||< r_k)$, имеют уровень люциферина выше, чем у светлячка $k(l_k < l_m)$.

Вычисление вероятности перемещения к соседям осуществляется по Формуле 1.3.4.

$$P_{km} = \frac{l_m - l_k}{\sum_{s \in U_k} (l_s - l_k)}, m \in 1, K,$$
(1.3.4)

где P_{km} – вычисленная вероятность движения светлячка k к соседу m.

Говоря иначе, P_{km} показывает относительную привлекательность соседа m по сравнению с остальными соседями.

Светлячок k выбирает номер соседа m в своей окрестности, используя метод колеса рулетки (Формула 1.3.5).

Если
$$\sum_{s=1}^{c-1} P_{ks} < rand() \le \sum_{s=1}^{c} P_{ks}$$
, то $m = c$, (1.3.5)

где rand() – случайное число в интервале [0;1].

Обновленная позиция агента k определяется по Формуле 1.3.6.

$$x_k(t+1) = x_k(t) + \delta \frac{x_m(t) - x_k(t)}{\|x_m(t) - x_k(t)\|'}$$
(1.3.6)

где $x_k(t+1)$ – новая позиция агента;

В числителе второго слагаемого записан вектор смещения, направленный от текущей позиции светлячка k к соседу m. В знаменателе дроби записана длина этого вектора (евклидово расстояние). Это нормализующий фактор, чтобы перемещение происходило по направлению, но не зависело от расстояния.

Обновление радиуса окрестности r осуществляется по Формуле 1.3.7.

$$r_k = \min(r_{max}, \max(r_{min}, r_k + \beta(n_u - |U_k|))), \tag{1.3.7}$$

где r_k – обновленный радиус окрестности для светлячка k;

 n_u – желаемое количество соседей для светлячка k;

 $|U_k|$ – текущее количество соседей светлячка k в его окрестности.

В конце итерации определяется наименьшее значение функции, обновляется глобальный минимум, если найдено значение, меньшее текущего глобального минимума.

1.4 Ручной расчёт

Коэффициент изменения радиуса окрестности $\beta=0.6$; коэффициент уменьшения уровня люциферина $\rho=0.4$; коэффициент изменения позиции $\delta=0.2$; начальный радиус окрестности $r_0=0.5$; размер популяции светлячков K=6; коэффициент привлекательности светлячков $\gamma=1$.

Светлячки случайным образом размещены в гиперпространстве поиска. Начальное количество люциферина для светлячков равно 0, начальный радиус равен 0,5. Ниже представлены начальные координаты светлячков:

$$x_1(0) = (-0.1979; 0.6889);$$

 $x_2(0) = (1.5653; 0.4466);$
 $x_3(0) = (-1.9749; 0.6136);$
 $x_4(0) = (-1.0235; -1.6855);$
 $x_5(0) = (1.5296; -1.2012);$
 $x_6(0) = (-1.3872; -0.3630).$

В начале итерации обновляется количество люциферина у каждого светлячка по Формуле 1.3.2. Расчет количества люциферина представлен ниже:

$$l_1(1) = (1 - 0.4) * 0 + 1 * 14444.18^{-1} = 6.9232 * 10^{-5};$$

$$l_2(1) = (1 - 0.4) * 0 + 1 * 747.40^{-1} = 0.0013;$$

$$l_3(1) = (1 - 0.4) * 0 + 1 * 47626.687^{-1} = 2.0996 * 10^{-5};$$

$$l_4(1) = (1 - 0.4) * 0 + 1 * 695.491^{-1} = 0.0014;$$

$$l_5(1) = (1 - 0.4) * 0 + 1 * 54225.864^{-1} = 1.8441 * 10^{-5};$$

$$l_6(1) = (1 - 0.4) * 0 + 1 * 5577.416^{-1} = 0.0001;$$

Вычисляется множество соседей для каждого светлячка по Формуле 1.3.3. Расчет представлен ниже:

$$\begin{split} &U_1(1) = \{\}; \\ &U_2(1) = \{\}; \\ &U_3(1) = \{\}; \\ &U_4(1) = \{\}; \\ &U_5(1) = \{\}; \\ &U_6(1) = \{\}. \end{split}$$

На первой итерации ни у одного из светлячков нет соседей.

Изменяется радиус окрестности светлячков в соответствие с Формулой 1.3.7. Расчет радиуса представлен ниже:

$$r_1(1) = min(4, max(0,1, r_1(0) + 0,6(5 - 0))) = 3,5;$$

 $r_2(1) = min(4, max(0,1, r_2(0) + 0,6(5 - 0))) = 3,5;$
 $r_3(1) = min(4, max(0,1, r_3(0) + 0,6(5 - 0))) = 3,5;$
 $r_4(1) = min(4, max(0,1, r_4(0) + 0,6(5 - 0))) = 3,5;$
 $r_5(1) = min(4, max(0,1, r_5(0) + 0,6(5 - 0))) = 3,5;$
 $r_6(1) = min(4, max(0,1, r_6(0) + 0,6(5 - 0))) = 3,5;$

Лучшее глобальное значение функции на первой итерации равно 695,491. Точка, в которой достигается минимальное значение: (-1,0235; -1,6855).

1.5 Программная реализация

Разработаны классы Firefly и FireflySwarm, которые реализуют отдельного светлячка и рой светлячков.

Код алгоритма роя светлячков для задачи поиска глобального минимума функции представлен в Приложении А.

Коэффициент изменения радиуса окрестности $\beta=0.6$; коэффициент уменьшения уровня люциферина $\rho=0.4$; коэффициент изменения позиции $\delta=0.2$; начальный радиус окрестности $r_0=0.5$; размер популяции светлячков K=100; коэффициент привлекательности светлячков $\gamma=1$; максимальное количество итераций N=200.

Результат работы алгоритма роя светлячков представлен на Рисунке 1.5.1.

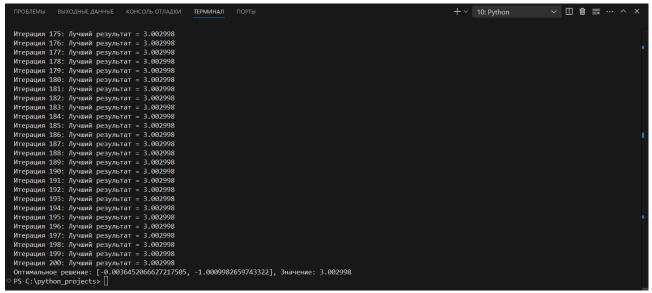


Рисунок 1.5.1 – Результат работы алгоритма роя светлячков для задачи поиска глобального минимума функции

Для каждой итерации выводится её номер и глобальный текущий минимум функции.

Визуализация процесса поиска представлена на Рисунках 1.5.2–1.5.3.

В верхней части графика выводится номер итерации, зелёные точки соответствуют светлячкам в гиперпространстве поиска решений. Светлячки с

более высоким уровнем люциферина святятся ярче. На вертикальной оси - значение координаты по оси у, и на горизонтальной оси – значение координаты по оси х.

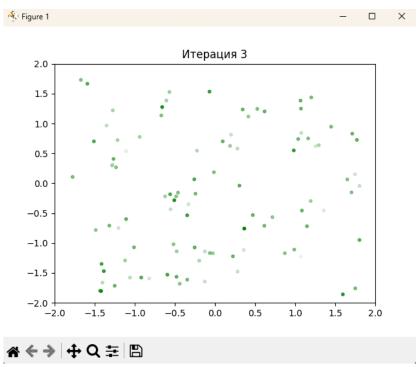


Рисунок 1.5.2 – Визуализация работы алгоритма роя светлячков на начальных итерациях

На Рисунке 1.5.2 видно, что светлячки распределены по всему гиперпространству поиска на начальных итерациях работы алгоритма.

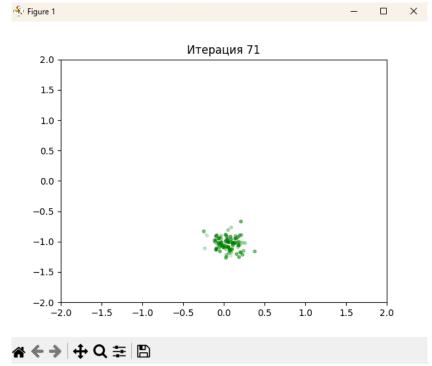
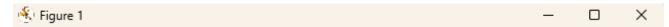


Рисунок 1.5.3 – Сходимость светлячков к глобальному минимуму

На Рисунке 1.5.3 светлячки сходятся к одной точке — глобальному минимуму рассматриваемой функции оптимизации.

Объединение светлячков в гиперпространстве поиска в один кучный рой говорит о сходимости алгоритма.

График сходимости алгоритма роя светлячков представлен на Рисунке 1.5.4.



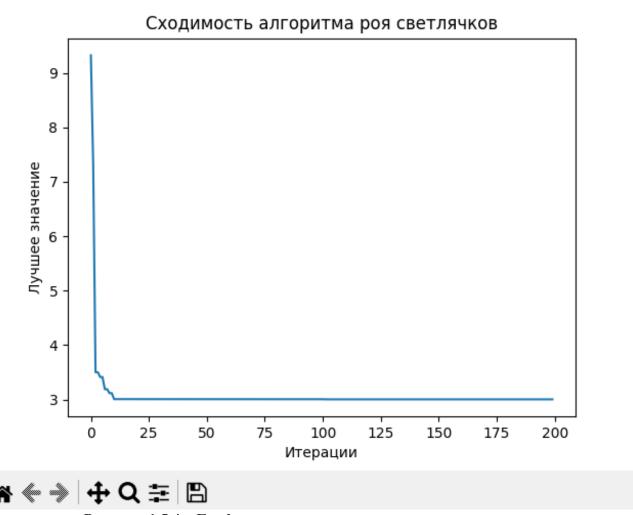


Рисунок 1.5.4 – График сходимости алгоритма роя светлячков

На горизонтальной оси отложен номер итерации, на вертикальной оси - глобальный текущий минимум функции.

По графику видно, что алгоритм находит приближённый глобальный минимум функции Гольдшейна-Прайса примерно спустя десять итераций работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения данной работы изучен алгоритм роя светлячков, проведён его ручной расчёт одной итерации, а также разработана программа на языке Python для оптимизации функции Голдштейна-Прайса.

Основное преимущество алгоритма роя светлячков заключается в его способности эффективно находить решения сложных многомерных задач оптимизации. Это достигается благодаря принципу взаимодействия агентов (светлячков), которые движутся в направлении более перспективных областей пространства решений, ориентируясь на значение целевой функции. Такой подход позволяет комбинировать исследование новых областей пространства с углубленным поиском вокруг текущих лучших решений.

Реализованный алгоритм демонстрирует, как параметры, такие как радиус окрестности, коэффициент уменьшения люциферина, количество итераций и другие, влияют на сходимость и качество найденного решения. Визуализация работы алгоритма показала, как светлячки перемещаются в пространстве, группируясь вокруг глобального экстремума, что подтверждает его способность находить оптимальные решения в сложных ландшафтах целевой функции.

Таким образом, алгоритм роя светлячков является универсальным инструментом для решения задач оптимизации. Благодаря своей простоте, адаптивности и способности избегать локальных экстремумов, он нашел широкое применение в инженерии, науке о данных и других областях, требующих эффективного поиска решений в многомерных пространствах.

СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. Сорокин, А. Б. Введение в роевой интеллект: теория, расчеты и приложения [Электронный ресурс]: Учебно-методическое пособие / А. Б. Сорокин Москва: Московский технологический университет (МИРЭА), 2019.
- 2. Сорокин, А. Б. Безусловная оптимизация. [Электронный ресурс] : учебно-метод. пособие / А. Б. Сорокин, О. В. Платонова, Л. М. Железняк М. РТУ МИРЭА, 2020.
- 3. Сорокин, А. Б. Введение в генетические алгоритмы: теория, расчеты и приложения. [Электронный ресурс] : учебно-метод. пособие / А. Б. Сорокин М. МИРЭА, 2018.
- 4. Firefly algorithm. [Электронный ресурс]: Википедия. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Firefly_algorithm (Дата обращения: 30.11.2024).

приложения

Приложение А — Код реализации алгоритма роя светлячков.

Приложение А

Код реализации алгоритма роя светлячков

```
import random
import math
from typing import List, Tuple, Callable
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.animation import FuncAnimation
def goldstein price(x: float, y: float) -> float:
    Функция Голдштейна-Прайса для оптимизации.
    Параметры:
        х (float): Координата по оси х.
        у (float): Координата по оси у.
    Возвращает:
        float: Значение функции Голдштейна-Прайса.
    term1 = (1 + (x + y + 1) ** 2 * (19 - 14 * x + 3 *
    x ** 2 - 14 * y + 6 * x * y + 3 * y ** 2))
term2 = (30 + (2 * x - 3 * y) ** 2 * (18 - 32 * x + 12 *
             x ** 2 + 48 * y - 36 * x * y + 27 * y ** 2))
    return term1 * term2
class Firefly:
         init (self, position: List[float], luciferin: float = 0.0, radius:
float = 1.0):
        111
        Инициализирует светлячка.
        Параметры:
            position (List[float]): Начальная позиция светлячка.
            luciferin (float): Уровень люциферина.
            radius (float): Радиус окрестности светлячка.
        self.position = position
        self.luciferin = luciferin
        self.radius = radius
    def update_luciferin(self, function_value: float, rho: float, gamma: float):
        Обновляет уровень люциферина светлячка.
        Параметры:
            function value (float): Значение целевой функции в текущей позиции.
            rho (float): Коэффициент уменьшения люциферина.
            gamma (float): Коэффициент привлекательности светлячка.
        self.luciferin = (1 - rho) * self.luciferin + \
            gamma * (1 / function value)
    def move towards (self, other: 'Firefly', delta: float, bounds:
List[Tuple[float, float]]):
        Перемещает светлячка в направлении другого более яркого светлячка.
            other (Firefly): Другой светлячок, к которому перемещается текущий.
            delta (float): Коэффициент изменения позиции.
            bounds (List[Tuple[float, float]]): Границы пространства поиска.
        direction = [other.position[i] - self.position[i]
```

Продолжение Листинга А

```
for i in range(len(self.position))]
        distance = math.sqrt(sum(d ** 2 for d in direction))
        if distance > 0:
            normalized direction = [d / distance for d in direction]
            self.position = [
                min(max(
                    self.position[i] + delta * normalized direction[i],
bounds[i][0]), bounds[i][1])
                for i in range(len(self.position))
class FireflySwarm:
    def __init__(self, fitness function: Callable[..., float], bounds:
List[Tuple[float, float]],
                 num fireflies: int, max iterations: int, beta: float, rho:
float,
                 delta: float, gamma: float, initial radius: float):
        Инициализирует алгоритм роя светлячков.
        Параметры:
            fitness function (Callable[..., float]): Целевая функция для
оптимизации.
            bounds (List[Tuple[float, float]]): Границы пространства поиска
[(xmin, xmax), (ymin, ymax)].
            num fireflies (int): Количество светлячков.
            max iterations (int): Максимальное количество итераций.
            beta (float): Коэффициент изменения радиуса окрестности.
            rho (float): Коэффициент уменьшения уровня люциферина.
            delta (float): Коэффициент изменения позиции.
            gamma (float): Коэффициент увеличения люциферина.
            initial radius (float): Начальный радиус окрестности.
        self.fitness function = fitness function
        self.bounds = bounds
        self.num fireflies = num fireflies
        self.max iterations = max iterations
        self.beta = beta
        self.rho = rho
        self.delta = delta
        self.gamma = gamma
        self.initial radius = initial radius
        self.fireflies = []
        self.min radius = 0.1
        self.max radius = max(
            bounds[0][1] - bounds[0][0], bounds[1][1] - bounds[1][0])
        self.best values = []
        self.positions history = []
    def initialize fireflies(self):
        '''Инициализирует популяцию светлячков в случайных позициях.'''
        self.fireflies = [
            Firefly(
                position=[random.uniform(bounds[0], bounds[1])
                          for bounds in self.bounds],
                radius=self.initial radius
            for in range (self.num fireflies)
    def calculate neighbors(self, firefly: Firefly) -> List[Firefly]:
```

Продолжение Листинга А

```
Вычисляет множество соседей светлячка.
        Параметры:
            firefly (Firefly): Текущий светлячок.
        Возвращает:
            List[Firefly]: Список соседей светлячка.
        return [
            other for other in self.fireflies
            if other is not firefly
            and math.dist(firefly.position, other.position) < firefly.radius
            and firefly.luciferin < other.luciferin
        ]
    def calculate_probabilities(self, firefly: Firefly, neighbors:
List[Firefly]) -> List[float]:
        Вычисляет вероятность перемещения к соседям.
        Параметры:
            firefly (Firefly): Текущий светлячок.
            neighbors (List[Firefly]): Список соседей.
        Возвращает:
            List[float]: Список вероятностей перемещения к каждому соседу.
        total difference = sum(
            other.luciferin - firefly.luciferin for other in neighbors)
        if total difference == 0:
            return [1 / len(neighbors)] * len(neighbors)
        probabilities = [(other.luciferin - firefly.luciferin) /
                         total difference for other in neighbors]
        return probabilities
    def select neighbor(self, neighbors: List[Firefly], probabilities:
List[float]) -> Firefly:
        Выбирает соседа на основе вероятностей методом рулетки.
            neighbors (List[Firefly]): Список соседей.
            probabilities (List[float]): Список вероятностей.
        Возвращает:
            Firefly: Выбранный сосед.
        cumulative probabilities = [
            sum(probabilities[:i + 1]) for i in range(len(probabilities))]
        rand = random.random()
        for i, prob in enumerate (cumulative probabilities):
            if rand <= prob:
                return neighbors[i]
    def adjust radius(self, firefly: Firefly, desired neighbors: int):
        Корректирует радиус окрестности светлячка.
        Параметры:
            firefly (Firefly): Текущий светлячок.
            desired neighbors (int): Целевое количество соседей.
        current neighbors = len(self.calculate neighbors(firefly))
        new radius = firefly.radius + self.beta * \
            (desired neighbors - current neighbors)
        firefly.radius = min(self.max radius, max(self.min radius, new radius))
    def optimize(self) -> Tuple[List[float], float]:
```

Продолжение Листинга А

```
Запускает процесс оптимизации.
        Возвращает:
            Tuple[List[float], float]: Лучшая позиция и значение целевой
функции.
        self.initialize fireflies()
        best position = None
        best value = float('inf')
        desired neighbors = 5
        for iteration in range(self.max iterations):
            for firefly in self.fireflies:
                function value = self.fitness function(*firefly.position)
                firefly.update luciferin(function value, self.rho, self.gamma)
            iteration positions = []
            for firefly in self.fireflies:
                neighbors = self.calculate neighbors(firefly)
                if neighbors:
                    probabilities = self.calculate probabilities(
                        firefly, neighbors)
                    selected neighbor = self.select neighbor(
                        neighbors, probabilities)
                    firefly.move towards(
                        selected neighbor, self.delta, self.bounds)
                iteration positions.append(firefly.position)
            self.positions history.append(iteration positions)
            for firefly in self.fireflies:
                self.adjust radius(firefly, desired neighbors)
            for firefly in self.fireflies:
                value = self.fitness function(*firefly.position)
                if value < best value:
                    best value = value
                    best position = firefly.position
            self.best values.append(best value)
            print(f"Итерация {iteration +
                  1}: Лучший результат = {best value:.6f}")
        return best position, best value
    def plot history(self):
        '''Отображает график сходимости.'''
        plt.plot(self.best values)
        plt.title("Сходимость алгоритма роя светлячков")
        plt.xlabel("Итерации")
        plt.ylabel("Лучшее значение")
       plt.show()
    def visualize(self):
        '''Анимация перемещения светлячков с учётом яркости.'''
        fig, ax = plt.subplots()
        x \min, x_{\max} = self.bounds[0]
        y_min, y_max = self.bounds[1]
        ax.set xlim(x min, x max)
        ax.set ylim(y min, y max)
        def update(frame):
```

Окончание Листинга А

```
ax.clear()
            ax.set xlim(x min, x max)
            ax.set_ylim(y_min, y max)
            ax.set title(f"Итерация {frame + 1}")
            positions = self.positions history[frame]
            luciferin values = [firefly.luciferin for firefly in self.fireflies]
            max luciferin = max(luciferin values)
            min luciferin = min(luciferin values)
            normalized brightness = [
                (1 - min luciferin) / (max luciferin - min luciferin + 1e-9)
                for 1 in luciferin values
            x_{coords}, y_{coords} = zip(*positions)
            ax.scatter(
                x_coords, y_coords,
                c="green",
                s=10,
                alpha=normalized brightness
        anim = FuncAnimation(
            fig, update, frames=len(self.positions history), blit=False,
interval=500, repeat=False
        plt.show()
if __name__ == "__main ":
    swarm = FireflySwarm(
        fitness function=goldstein price,
        bounds=[(-2, 2), (-2, 2)],
        num fireflies=100,
        max iterations=200,
        beta=0.6,
        rho=0.4,
        delta=0.25,
        gamma=1.0,
        initial radius=0.5
   best position, best value = swarm.optimize()
   print(f"Оптимальное решение: {best position}, Значение: {best value:.6f}")
    swarm.plot history()
    swarm.visualize()
```