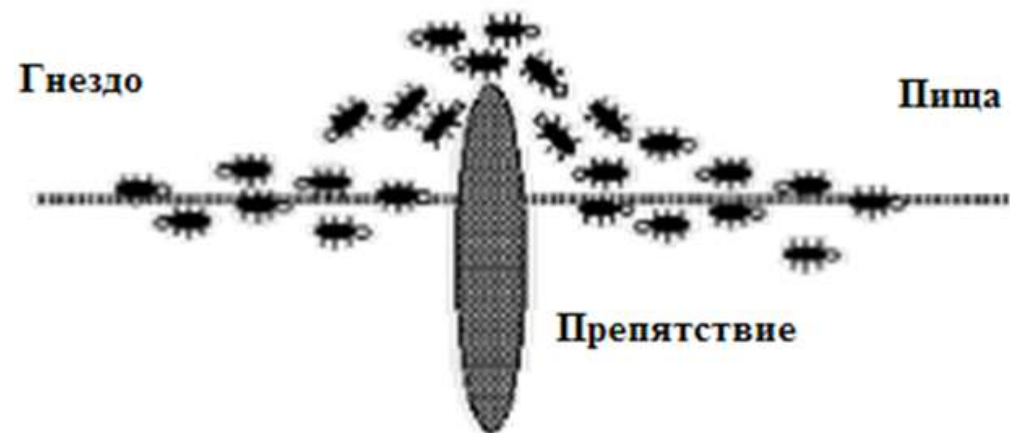
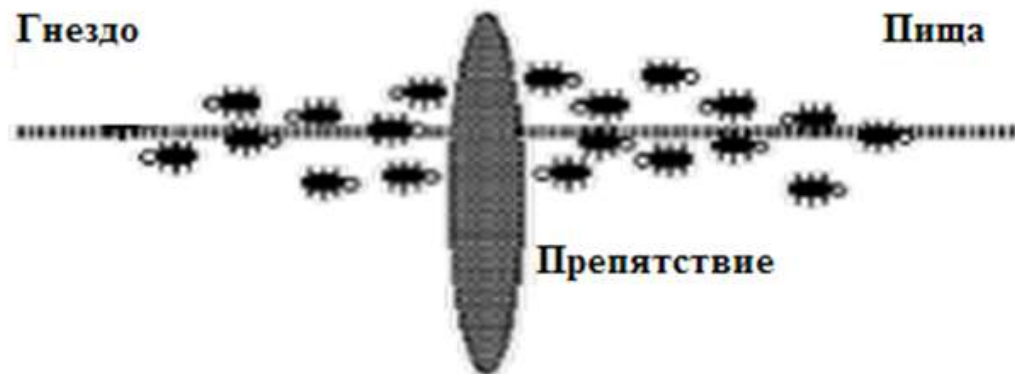
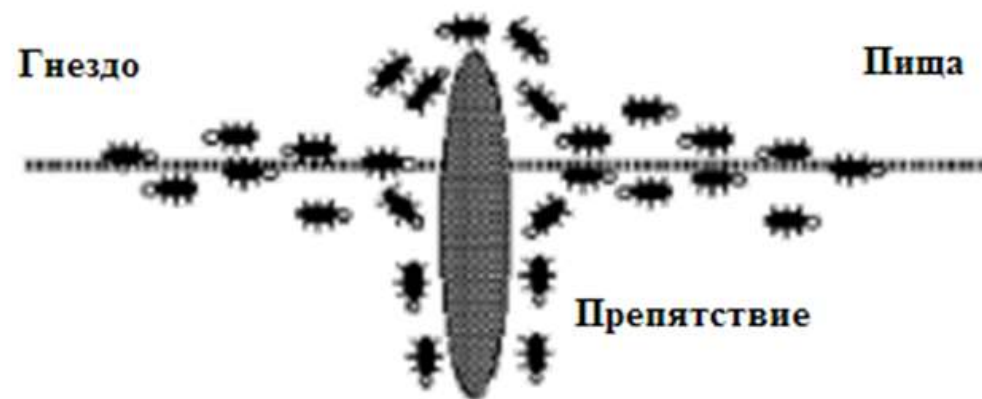
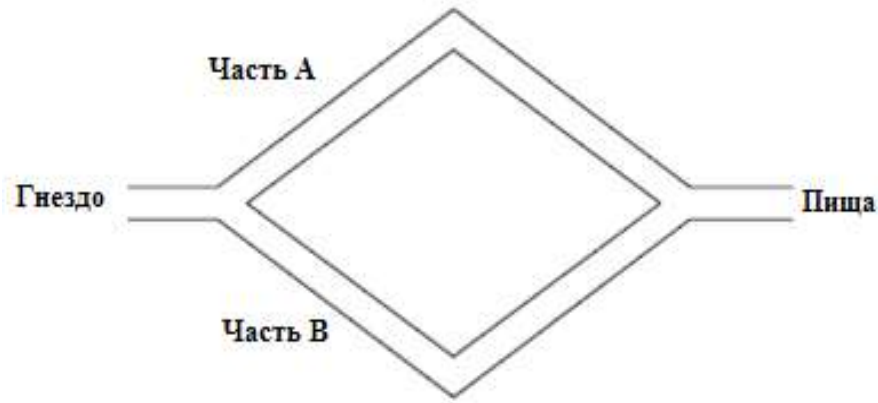


# МУРАВЬИНЫЙ АЛГОРИТМ

## Биологический прототип и простейшие модели

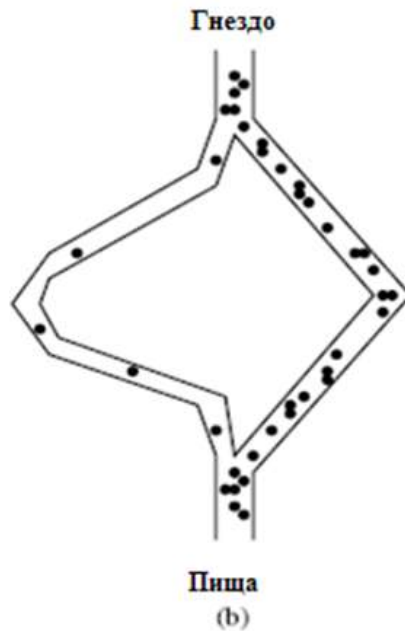
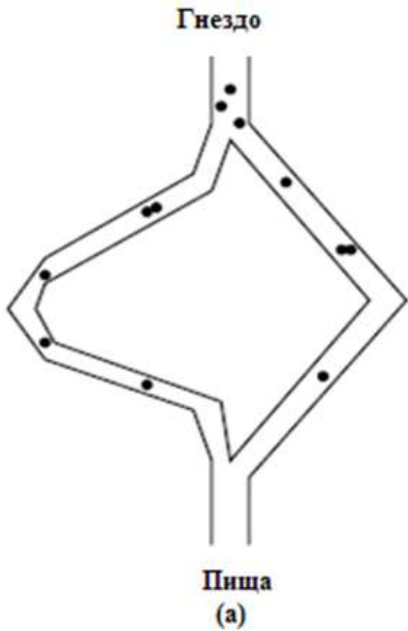




Пусть  $n_A(t)$  и  $n_B(t)$  обозначают число муравьев на путях  $A$  и  $B$  соответственно в момент времени  $t$ . Эмпирически было найдено, что вероятность выбора моста в момент времени  $t$  происходит в соответствии со следующей формулой:

$$P_A(t + 1) = \frac{(c + n_A(t))^\alpha}{(c + n_A(t))^\alpha + (c + n_B(t))^\alpha} = 1 - P_B(t + 1) \quad (10.1)$$

где  $c$  характеризует степень «привлекательности» неисследованной ветви, и  $\alpha$  определяет смещение при использовании феромона в процессе выбора варианта решения. На основе вероятностей, определяемых (10.1), правило выбора муравьем моста можно сформулировать следующим образом. Пусть случайным образом генерируется число  $U(0,1)$  в интервале  $(0,1)$ .



Если  $U(0,1) \leq P_A(t + 1)$ , то муравей выбирает путь  $A$ , иначе – путь  $B$ .

### Алгоритм A10.1

Генерация случайного числа  $r \sim U(0,1)$

**for** каждого потенциального пути **do**

    Вычислить  $P_A$  согласно (4.1)

**if**  $r \leq P_A$  **then**

    Выбор пути A;

**break;**

**end**

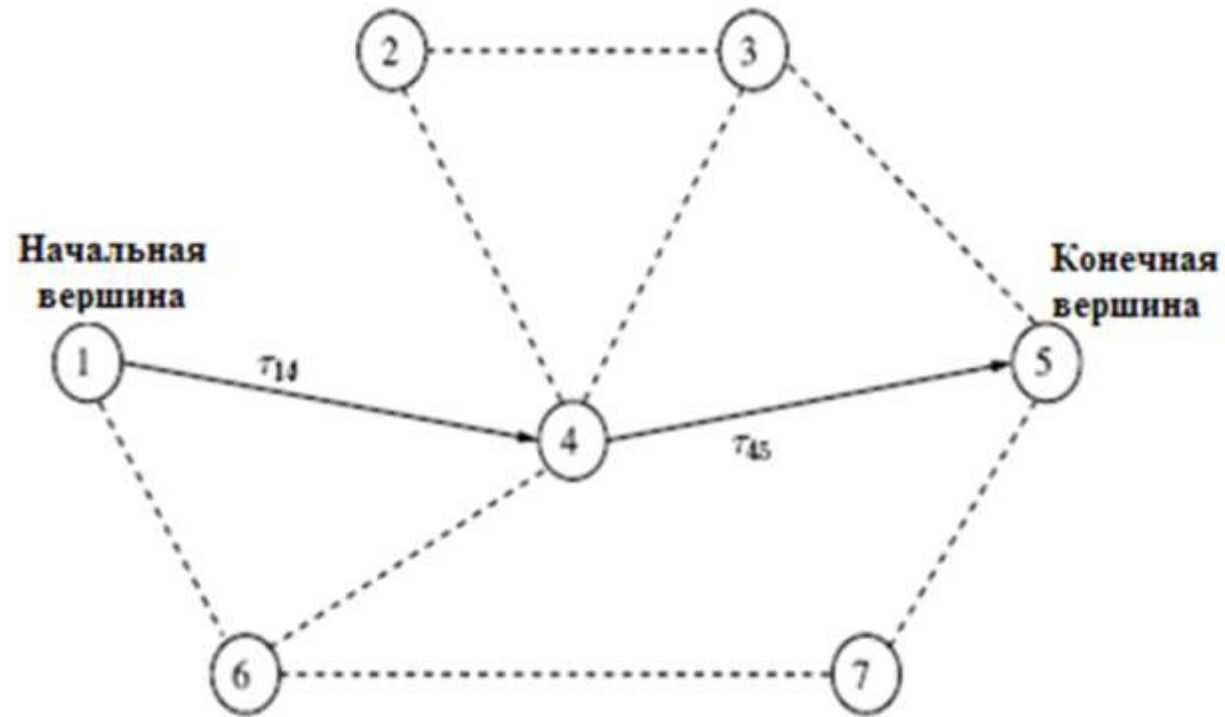
**end**

## Простой муравьиный алгоритм

В качестве иллюстрации возьмем задачу поиска кратчайшего пути между двумя узлами графа  $G = (V, E)$ , где  $V$  – множество узлов (вершин), а  $E$  – матрица, которая представляет связи между узлами. Пусть  $n_G = |V|$  – число узлов в графе. Обозначим  $L^k$  – длину пути в графе, пройденного  $k$ -м муравьем, которая равна числу пройденных дуг (ребер) от первой до последней вершины пути. Пример графа с выделенным путем представлен на рис.10.7. С каждой дугой, соединяющей вершины  $(i, j)$ , ассоциируем концентрацию феромона  $\tau_{ij}$ .

Строго говоря, в начальный момент времени концентрация феромона для каждой дуги графа нулевая, но мы для удобства каждой дуге присвоим небольшое случайное число  $\tau_{ij}(0)$ .

Муравей выбирает следующую дугу пути случайным образом в фактически в соответствии с алгоритмом 10.1 следующим образом. Множество муравьев  $k=\{1, \dots, n_k\}$  помещаются в начальную вершину. В каждой итерации ПМА каждый муравей пошагово строит путь до конечной вершины.



При этом в каждой вершине каждый муравей должен выбрать следующую дугу пути. Если  $i$ -й муравей находится в  $i$ -ой вершине, то он выбирает следующую вершину  $j \in N_i^k$  на основе вероятностей перехода

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(t)}{\sum_{j \in N_i^k} \tau_{ij}^\alpha(t)}, & \text{если } j \in N_i^k \\ 0, & \text{если } j \notin N_i^k \end{cases} \quad (10.2)$$

Здесь  $N_i^k$  представляет множество возможных вершин, связанных с  $i$ -й вершиной, для  $k$ -го муравья. Если для любого  $i$ -го узла и  $k$ -го муравья  $N_i^k = \emptyset$ , тогда предшественник узла  $i$  включается в  $N_i^k$ . В этом случае в пути возможны петли. Эти петли удаляются при достижении конечного города пути.

$$\Delta \tau_{ij}^k(t) = \frac{1}{L^k(t)} \quad (10.3)$$

Здесь  $L^k(t)$  – длина пути, построенного  $k$ -м муравьем в момент времени  $t$ .

Таким образом, для каждой дуги графа концентрация феромона определяется следующим образом:

$$\tau_{ij}(t + 1) = \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^{n_k} \Delta\tau_{ij}^k(t) \quad (10.4)$$

Пусть  $x^k(t)$  обозначает решение в момент  $t$ , и некоторая функция  $f(x^k(t))$  выражает качество решения. Если  $\Delta\tau^k$  не пропорционально качеству решения и все муравьи откладывают одинаковое количество феромона  $\Delta\tau_{ij}^1 = \Delta\tau_{ij}^2 = \dots = \Delta\tau_{ij}^k$ , то существует только один фактор, который зависит от длины пути и способствует выбору коротких путей.

**Алгоритм A10.2.** Простой муравьиный алгоритм

Инициализация  $\tau_{ij}(0)$  малыми случайными значениями;

$T = 0$ ;

поместить  $n_k$  муравьев на начальную вершину;

**repeat**

**for** каждого муравья  $k = 1, \dots, n_k$  **do**

    // построение пути  $x^k(t)$ ;

$x^k(t) = 0$ ;

**repeat**

        выбрать следующую вершину согласно вероятности определяемой  
        выражением (10.2)

        добавить дугу  $(i, j)$  в путь  $x^k(t)$

```

until конечная вершина не достигнута;
удалить петли из  $x^k(t)$ ;
вычислить длину пути  $f(x^k(t))$ ;
end
for каждой дуги графа  $(i, j)$  do
//испарение феромона
Уменьшить концентрацию феромона согласно выражению (10.5);
end
for каждого муравья  $k = 1, \dots, n_k$  do
    for каждой дуги графа  $(i, j)$  do
        
$$\Delta\tau^k = \frac{1}{f(x^k(t))};$$

        Коррекция  $\tau_{ij}$  согласно (10.5);
    end
end
 $t = t + 1$ ;
until не выполняется критерий останова;

```



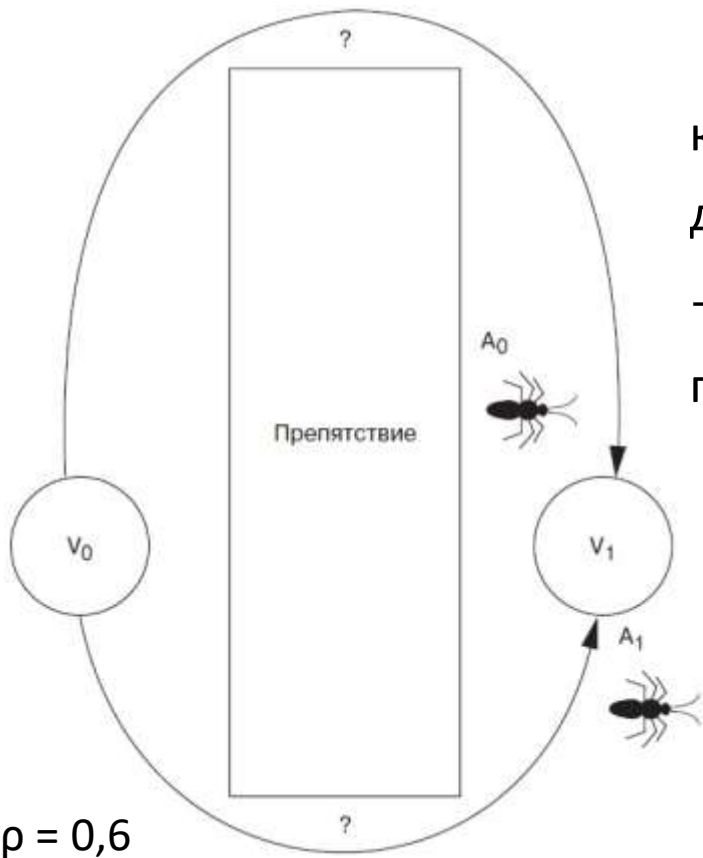
Компьютерные эксперименты с двумя мостами показали, что муравьи быстро находят решение и мало исследуют альтернативные варианты. Для предотвращения преждевременной сходимости и расширения пространства поиска можно ввести искусственное испарение феромона на каждой итерации алгоритма следующим образом:

$$\tau_{ij}(t) \leftarrow (1 - \rho)\tau_{ij}(t), \quad (10.5)$$

где  $\rho \in [0,1]$ . При этом константа  $\rho$  определяет скорость испарения, которое заставляет муравьи «забывать» предыдущие решения.

### *Пример*

В примере представлено функционирование алгоритма на простом примере, чтобы увидеть, как работают уравнения. Из рис. 10.8 видно, что это простой сценарий с двумя муравьями, которые выбирают два разных пути для достижения одной цели. На рис. показан этот пример с двумя гранями между двумя узлами ( $V_0$  и  $V_1$ ). Каждая грань инициализируется и имеет одинаковые шансы на то, чтобы быть выбранной.



И так результат уравнения является средством измерения пути, – короткий путь характеризуется высокой концентрацией фермента, а более длинный путь – более низкой. Далее по уравнению  $\tau_{ij}(t) = \Delta\tau_{ij}(t) + (\tau_{ij}^k(t) \times \rho)$  рассчитывается количество фермента, которое будет применено.

$\rho = 0,6$   
 $\alpha = 3,0$   
 $\beta = 1,0$

Для муравья  $A_0$  результат составляет:  
 $= 0,1 + (1,0 \times 0,3) = 0,4.$   
 Для муравья  $A_1$  результат составляет:  
 $= 0,1 + (1,0 \times 0,6) = 0,7.$

	A0	A1
Пройденное расстояние	20	10
<u>Уровень фермента <math>Q</math></u> Пройденное расстояние	0,5	1,0

Далее с помощью уравнения  $\tau_{ij}(t) = \tau_{ij}(t) \times (1 - \rho)$  определяется, какая часть фермента испарится и, соответственно, сколько останется. Результат (для каждого пути) составляют:

$$= 0,4 \times (1,0 - 0,6) = 0,16$$

$$= 0,7 \times (1,0 - 0,6) = 0,28.$$

Эти значения представляют новое количество фермента для каждого пути (верхнего и нижнего, соответственно). После перемещения муравьев обратно в узел  $V_0$  воспользуемся вероятностным уравнением выбора пути 1, чтобы определить, какой путь должны выбрать муравьи.

Вероятность того, что муравей выберет верхний путь (представленный количеством фермента 0,16), составляет:

$$\frac{(0,16)^{3,0} \times (0,5)^{1,0}}{((0,16)^{3,0} \times (0,5)^{1,0}) + ((0,28)^{3,0} \times (1,0)^{1,0})} = \frac{0,002048}{0,024} = P(0,085)$$

Вероятность того, что муравей выберет нижний путь (представленный количеством фермента 0,28), составляет:

$$\frac{(0,28)^{3,0} \times (1,0)^{1,0}}{((0,16)^{3,0} \times (0,5)^{1,0}) + ((0,28)^{3,0} \times (1,0)^{1,0})} = \frac{0,021952}{0,024} = P(0,915)$$

При сопоставлении двух вероятностей оба муравья выберут нижний путь, который является наиболее оптимальным.

# Муравьиная система

Конкретно, в МС вероятность перехода из  $i$ -ой вершины в  $j$ -ю вершину определяется следующим образом

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(t)\eta_{ij}^\beta(t)}{\sum_{u \in N_i^k} \tau_{iu}^\alpha(t)\eta_{iu}^\beta(t)}, & \text{если } j \in N_i^k \\ 0, & \text{если } j \notin N_i^k \end{cases} \quad (10.6)$$

где:

- 1)  $\tau_{ij}$  представляет апостериорную эффективность перехода из вершины  $i$  в  $j$  которая определяется интенсивностью феромона для соответствующей дуги;
- 2)  $\eta_{ij}$  представляет априорную эффективность перехода из  $i$  в  $j$  на основе некоторой эвристики.

1. При вычислении вероятности перехода в МС предпринята попытка сбалансировать влияние интенсивности феромона  $\tau_{ij}$  (отражающее предысторию успешных действий) и эвристической информации  $\eta_{ij}$  (выражающее предпочтительность некоторого выбора). Этот баланс управляет процессом эксплуатации-расширения в пространстве поиска решения. Баланс регулируется значениями коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ . При  $\alpha = 0$  информация о концентрации феромона не используется и предыдущий опыт игнорируется. Если  $\beta = 0$ , то не учитывается эвристическая информация и мы имеем простой МА. Эвристическая информация о предпочтительности выбора следующей вершины может представляться в различной форме и зависит от задачи. Например, для выбора кратчайшего пути можно использовать  $\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$ , где  $d_{ij}$  - расстояние между вершинами  $i$  и  $j$ . Очевидно, что в этом случае предпочтительней короткая дуга, исходящая из вершины  $i$ .

1. Множество  $N_i^k$  определяет множество допустимых вершин для  $i$ -го муравья. Это множество может включать соседние к  $i$  вершины, которые не посещались  $k$ -м муравьем. Для этого для каждого муравья создается и отслеживается табу-список. Вершины из этого списка удаляются из  $N_i^k$  множества допустимых вершин, поскольку каждая вершина может посещаться только один раз.

Некоторые авторы вместо (10.6) в МС используют другую форму выражения для вероятности:

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\alpha \tau_{ij}(t) + (1-\alpha) \eta_{ij}(t)}{\sum_{u \in N_i^k} (\alpha \tau_{iu}(t) + (1-\alpha) \eta_{iu}(t))}, & \text{если } j \in N_i^k \\ 0, & \text{если } j \notin N_i^k \end{cases} \quad (10.7)$$

Здесь параметр  $\alpha$  определяет относительную важность концентрации феромона  $\tau_{ij}(t)$  по сравнению с эвристикой  $\eta_{ij}$ . Данный вариант МС по сравнению с предыдущим не требует задания параметра  $\beta$ .

Испарение феромона реализуется согласно (10.5) – после построения пути каждым муравьем, концентрация *феромона* на каждой дуге корректируется следующим образом:

$$\tau_{ij}(t + 1) = \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t) \quad (10.8)$$

где

$$\Delta\tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^{n_k} \Delta\tau_{ij}^k(t) \quad (10.9)$$

$\Delta\tau_{ij}^k(t)$  – количество феромона, откладываемое муравьем  $k$  на дуге  $(ij)$  в момент времени  $t$ .

М.Дориго разработал три модификации МС, которые отличаются методом вычисления  $\Delta\tau_{ij}^k$  количеств феромона (в предположении, что решается задача минимизации):

1. Ant-cycle AS (Муравьиный цикл), где

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{Q}{f(x^k(t))}, & \text{если дуга}(i, j) \text{ есть в пути } x^k(t) \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (10.10)$$

где  $Q$  - положительная константа. Здесь количество феромона откладывается обратно пропорционально качеству  $f(x^k(t))$  на дугах полного пути, построенного муравьем. При этом для изменения концентрации феромона используется глобальная информация.

При решении задач максимизации в этом случае

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} Qf(x^k(t)), & \text{если дуга}(i, j) \text{ есть в пути } x^k(t) \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (10.11)$$



1. Ant-density AS (плотность муравьев), где

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} Q, & \text{если дуга}(i, j) \text{ есть в пути } x^k(t) \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (10.12)$$

В этой модификации каждый муравей откладывает одинаковое количество феромона на любой дуге построенного пути. Этот подход учитывает только количество муравьев, прошедших по данной дуге  $(i, j)$ . Чем выше плотность трафика на дуге, тем более она привлекательна для окончательного решения.

2. Ant-quantity AS (Муравьиное количество), для которой

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{Q}{d_{ij}}, & \text{если дуга}(i, j) \text{ есть в пути } x^k(t) \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (10.13)$$

В этом случае при коррекции концентрации феромона используется только локальная информация – расстояние  $d_{ij}$  и МС предпочитает выбирать короткие дуги.

### Алгоритм А 10.3. Муравьиная система

$t = 0$ ;

инициализация всех параметров  $\alpha, \beta, \rho, Q, n_k, \tau_0$ ;

поместить  $n_k$  муравьев на соответствующие вершины;

**for** каждой дуги  $(i, j)$  **do**

$$\tau_{ij}(t) \sim U(0, \tau_0)$$

**end**

**repeat**

**for** каждого муравья  $k = 1, \dots, n_k$  **do**

$$x^k(t) = \emptyset$$

**repeat**

в текущей вершине  $i$  выбрать следующую вершину  $j$

вероятности, определяемой (10.6);

добавить дугу  $(i, j)$  в путь  $x^k(t) = x^k(t) \cup (i, j)$ ;

**until** полный путь не построен;

вычислить  $f(x^k(t))$ ;

```
end  
for каждой дуги графа  $(i, j)$  do  
  // испарение феромона  
  уменьшить концентрацию феромона согласно (10.5);  
  вычислить  $\tau_{ij}(t)$  в соответствии с (10.9);  
  изменить концентрацию феромона согласно (10.4);  
end  
  for каждой дуги  $(i, j)$  do  
     $\tau_{ij}(t + 1) = \tau_{ij}(t);$   
  end  
 $t = t + 1;$   
until не выполнен критерий останова;  
возврат  $x^k(t): f(x^k(t)) = \min_{k=1, \dots, n_k} \{f(x^k(t))\}.$ 
```

Автор МС] исследовал характеристики всех трех приведенных модификаций, прежде всего, при решении задачи коммивояжера. Версия Ant-cycle AS (муравьиный цикл) работала быстрее, в силу использования глобальной информации. Кроме этого Дориго ввел стратегию элитизма, где в дополнение коррекции феромона согласно (10.4) дополнительно добавляется количество феромона, пропорциональное длине лучшего пути для всех его дуг следующим образом:

$$\tau_{ij}(t+1) = \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t) + n_e \Delta\tau_{ij}^e(t) \quad (10.14)$$

где

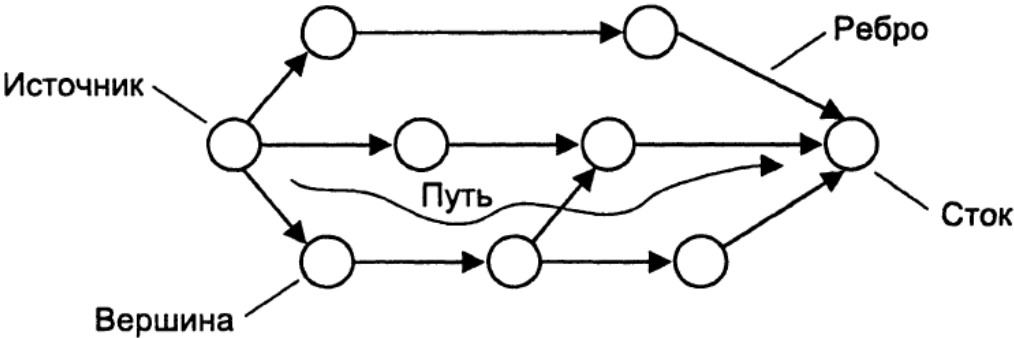
$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{Q}{f(\tilde{x}(t))}, & \text{if } (i,j) \in \tilde{x}(t) \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (10.10)$$

Здесь  $e$  – число элитных муравьев,  $\tilde{x}(t)$  - лучшее корректное решение с  $f(x^k(t)) = \min_{k=1, \dots, n_k} \{f(x^k(t))\}$ .

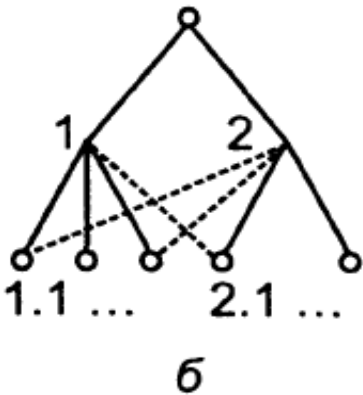
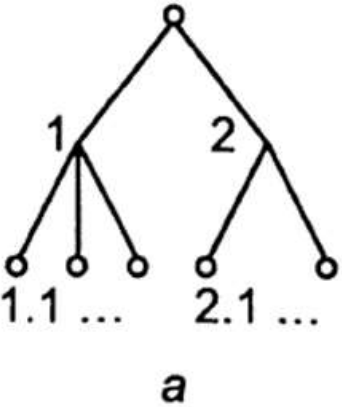
# **СТРУКТУРА СИСТЕМЫ**

# ВИДЫ СТРУКТУР

**СЕТЕВАЯ СТРУКТУРА**, или *сеть*, представляет собой декомпозицию системы во времени.



**ИЕРАРХИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА** - представляет собой декомпозицию системы в пространстве.



Цели	Подцели
1...	1.1...
	1.2...
	1.3...
2...	2.1...
	2.2...

д

	1.	2.
1.1	+	+
1.2	+	-
1.3	+	+
2.1	+	+
2.2	-	+

е

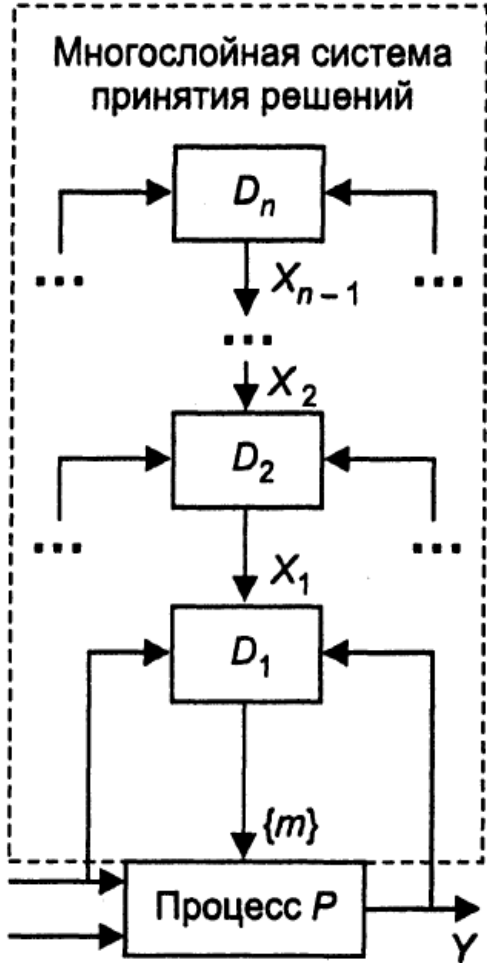


Рис. 1

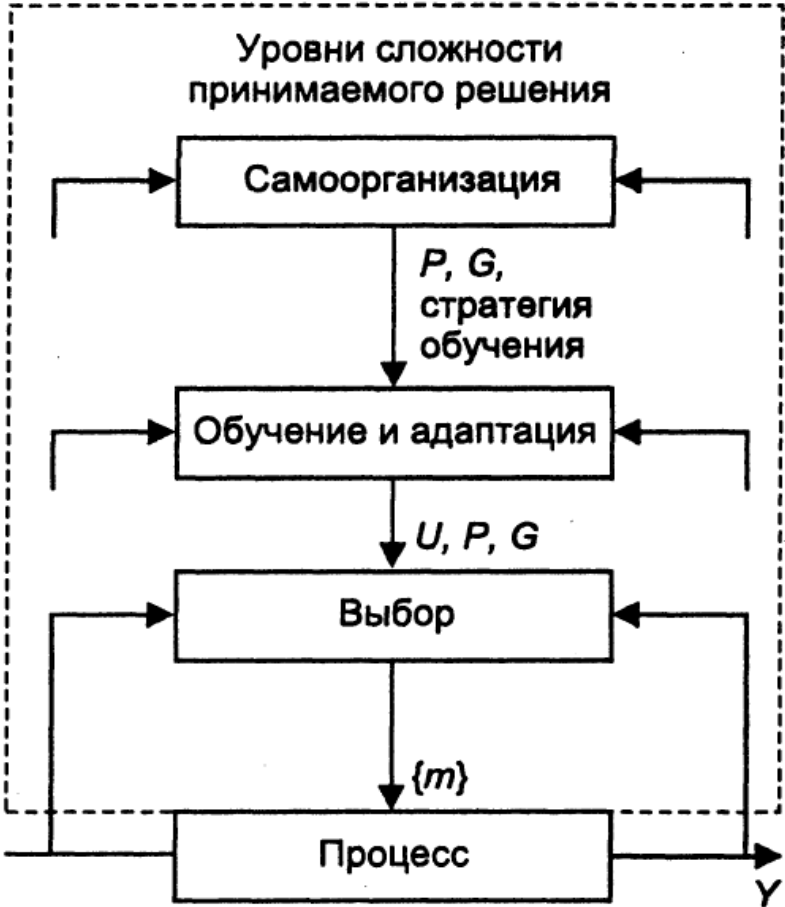


Рис. 2

# СТРАТЫ

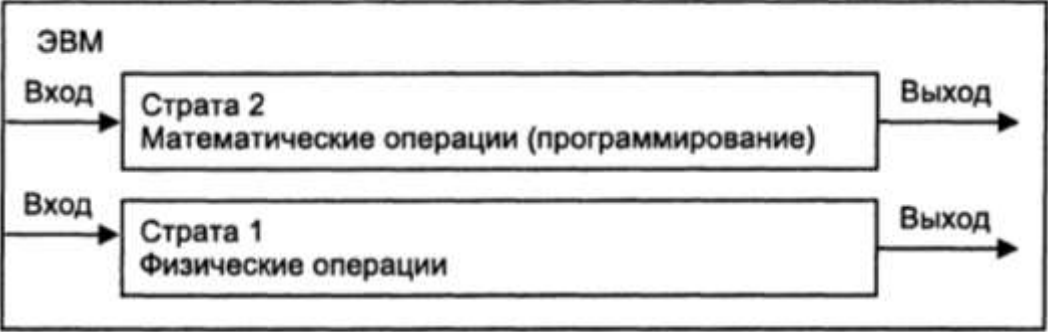
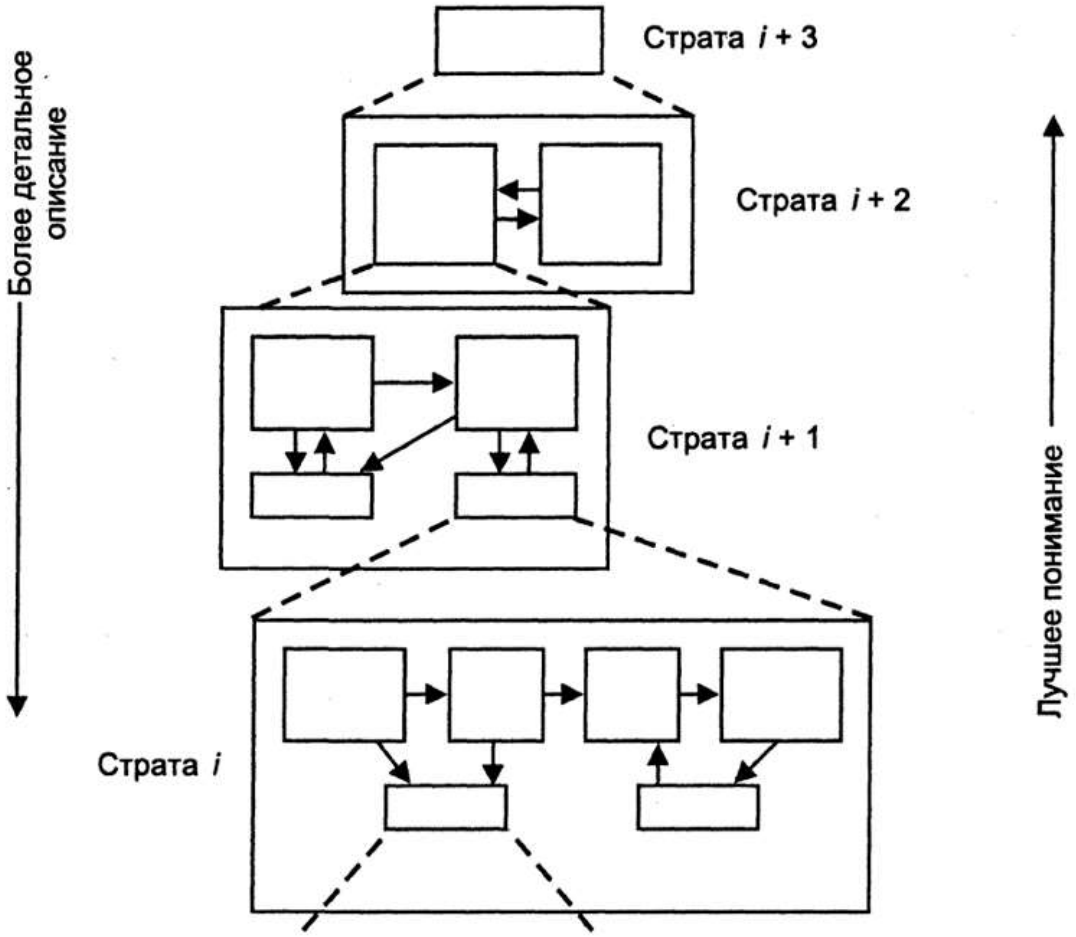
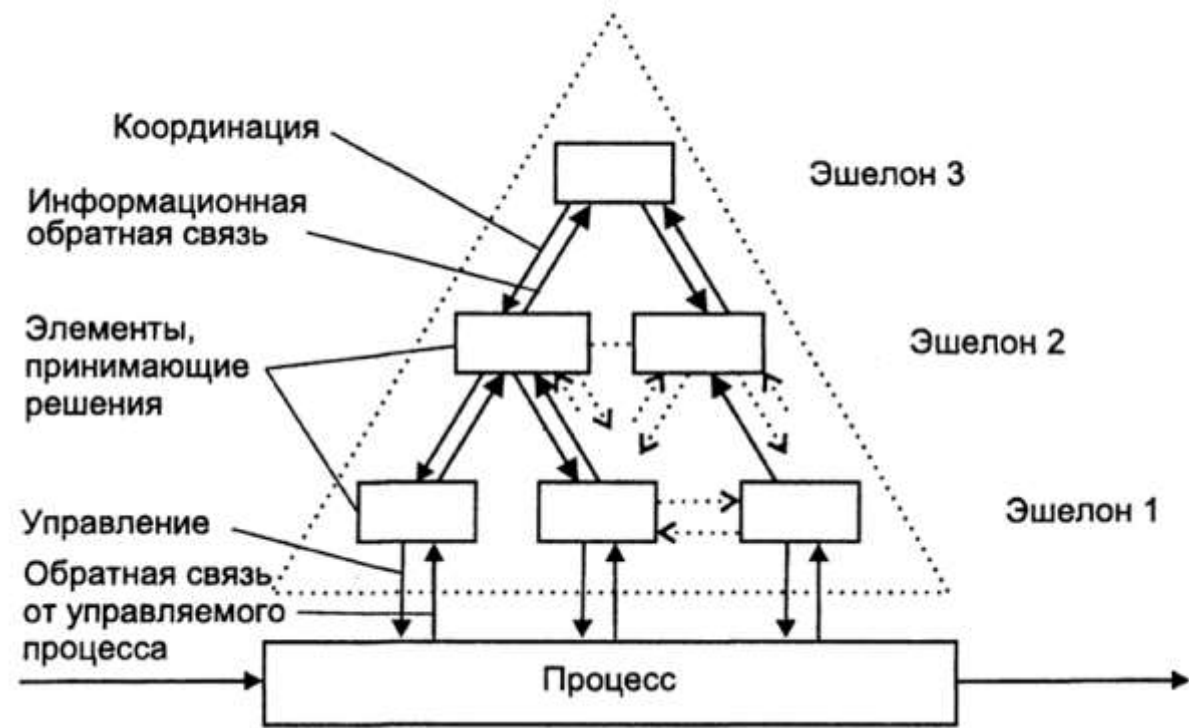


Рис. 1

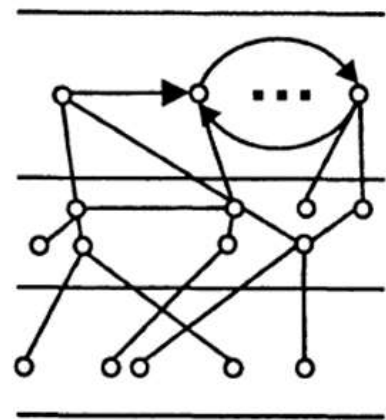




# ЭШЕЛОН



**Смешанные иерархические структуры** бывают с вертикальными и горизонтальными связями.



## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СТРУКТУР.

От вида структур зависит важная характеристика любой системы - степень ее целостности, устойчивости. Для сравнительного анализа структур используются информационные оценки степени целостности  $\alpha$  и коэффициента использования компонентов системы  $\beta$ , которые могут интерпретироваться как оценки устойчивости оргструктуры при предоставлении свободы элементам или как оценки степени централизации-децентрализации управления в системе.

Эти оценки получены из соотношения, определяющего взаимосвязь системной  $C_c$ , собственной  $C_o$  и взаимной  $C_v$  сложности системы:

$$C_c = C_o + C_v \quad (1)$$

**Собственная сложность  $C_o$**  представляет собой суммарную сложность (содержание) элементов системы вне связи их между собой (в случае прагматической информации - суммарную сложность элементов, влияющих на достижение цели). *Прагматическая информация полезная для достижения цели.*

**Системная сложность  $C_c$**  представляет содержание системы как целого (например, сложность ее использования).

**Взаимная сложность  $C_v$**  характеризует степень взаимосвязи элементов в системе (т.е. сложность ее устройства, схемы, структуры).

Если разделить выражение (1) на собственную сложность **С<sub>о</sub>**, то получим основной закон систем:

$$\alpha + \beta = 1, \quad \text{где} \quad (2)$$

$$\alpha = -C_{\text{в}} / C_{\text{о}} \text{ есть относительная связность элементов системы;} \quad (3)$$

$$\beta = C_{\text{с}} / C_{\text{о}}, \text{ есть относительная их свобода} \quad (4)$$



**а**

Вспоминаем формулу Хартли:

Тогда расчет системной сложности

$$C_{\text{с}} = 1 \times \log_2 8 = 3 \text{ бит}$$



**б**

Расчет системной сложности

$$C_{\text{с}} = 1 \times \log_2 8 = 3 \text{ бит}$$

Расчет собственной сложности (количество узлов = 7, по два расхождения от каждого узла).

$$C_{\text{о}} = 7 \times \log_2 2 = 7 \text{ бит}$$

Следовательно взаимная сложность  $C_{\text{в}} = C_{\text{с}} - C_{\text{о}} = 3 - 7 = -4$

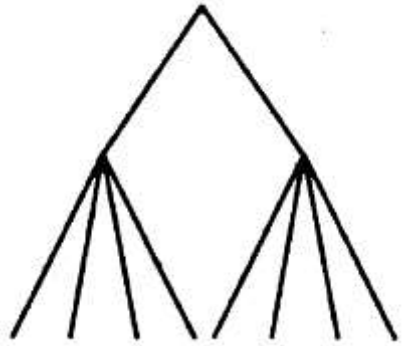
Тогда выражения

**$\alpha$  – относительная связность элементов системы**

$$\alpha = -C_{\text{в}} / C_{\text{о}} = -(-4)/7 = 4/7 = 0,5714 \text{ и}$$

**$\beta$  – относительная их свобода**

$$\beta = C_{\text{с}} / C_{\text{о}} = 3/7 = 0,4286$$



**В**

Расчет системной сложности

$$C_c = 1 \times \log_2 8 = 3 \text{ бит}$$

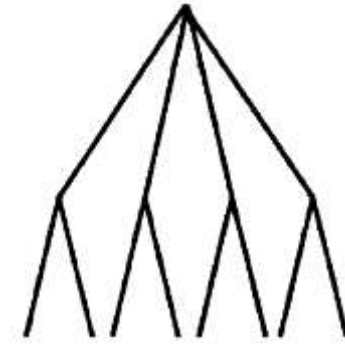
Расчет собственной сложности (*количество узлов = 3, по два расхождения в одном узле и в двух по четырем расхождениям*).

$$C_o = 1 \times \log_2 2 + 2 \times \log_2 4 = 5 \text{ бит}$$

Следовательно, взаимная сложность  $C_v = C_c - C_o = 3 - 5 = -2$

Тогда выражения

$$\alpha = -C_v / C_o = -(-2)/5 = 2/5 = 0,4 \text{ и } \beta = C_c / C_o = 3/5 = 0,6$$



**Г**

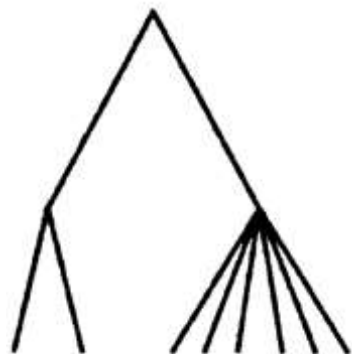
$$C_c = 1 \times \log_2 8 = 3 \text{ бит}$$

$$C_o = 1 \times \log_2 4 + 4 \times \log_2 2 = 6 \text{ бит}$$

$$C_v = C_c - C_o = 3 - 6 = -3$$

$$\alpha = -C_v / C_o = -(-3)/6 = 1/2 = 0,5$$

$$\beta = C_c / C_o = 3/6 = 0,5$$



д

$$C_c = 1 \times \log_2 8 = 3 \text{ бит}$$

$$C_o = 2 \times \log_2 2 + 1 \times \log_2 6 = 2 + 2,6 = 4,6 \text{ бит}$$

$$C_b = C_c - C_o = 3 - 4,6 = -1,6$$

$$\alpha = -C_b / C_o = -(-1,6)/4,6 = 0,35$$

$$\beta = C_c / C_o = 3/4,6 = 0,65$$

Увеличение  $\beta$  можно трактовать как децентрализацию управления,  $\alpha$  - как степень централизации управления. Сведем в таблицу

	б	в	г	д
$\alpha$	0,5714	0,4	0,5	0,35
$\beta$	0,4286	0,6	0,5	0,65

$$H = \frac{1}{4\pi} \int \frac{R\rho}{r} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{RdN}{r} \rightarrow \max,$$

$\mathbf{r}$  - число инстанций между данной точкой и каждой другой в пространстве управления;

$\mathbf{R}$  - доля общего числа функций объекта, участвующих во взаимодействии с каждой точкой.