Физика 2. Сложение колебаний (биения, фигуры Лиссажу).

Сложение гармонических колебаний

Рассматривается сумма двух колебаний одинаковой природы.

Общее выражение для двух гармонических сигналов:

$$x_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1), \quad x_2(t) = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

Суммарное колебание:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

Биения

Биения возникают, когда частоты **близки**, но не равны:

$$\omega_1 \approx \omega_2$$

Пусть $A_1 = A_2 = A$, частоты:

$$\omega_1 = \omega + \Delta\omega, \quad \omega_2 = \omega - \Delta\omega$$

Тогда сумма:

$$x(t) = 2A \cos(\Delta\omega, t) \cos(\omega t)$$

- $\cos(\omega t)$ — быстрое “несущее” колебание
- $\cos(\Delta\omega t)$ — **огибающая**, определяющая амплитуду биений

Частота биений:

$$\omega_{\text{beat}} = 2\Delta\omega$$

или в частотах:

$$\nu_{\text{beat}} = |\nu_1 - \nu_2|$$

Фигуры Лиссажу

Если два взаимно перпендикулярных колебания подаются на оси x и y, получается траектория точки — **фигура Лиссажу**.

Колебания:

$$x(t) = A_x \sin(\omega_x t + \varphi_x)\ y(t) \qquad = A_y \sin(\omega_y t + \varphi_y)$$

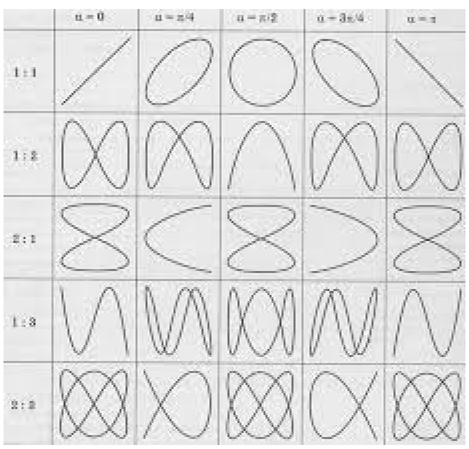
Соотношение частот

Форма фигуры зависит от **отношения частот**:

$$\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{m}{n}$$

где m и n — целые числа.

- $m = n$ → наклоненный эллипс
- $m : n = 2 : 1$ → петля с двумя “лепестками”
- $m : n = 3 : 2$ → фигура с пересечениями



Влияние разности фаз

Разность фаз:

$$\Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_y$$

меняет ориентацию и форму кривой.

Примеры при $\omega_x = \omega_y$:

- $\Delta\varphi = 0$ → прямая линия

- $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ → окружность (если $A_x = A_y$)
- произвольная $\Delta\varphi$ → эллипс