

# Inżynierskie metody numeryczne laboratorium 1.

## 1.1 Zadanie

Zadanie polegało na rozwiązaniu równania różniczkowego rzędu pierwszego za pomocą jawnego schematu Eulera, RK2 oraz RK4.

Przyjęte przedziały czasowe to: 0.01, 0.1, 1.

Punkty początkowe to:  $y(t=0) = 1$ ,  $t = 0$ ,  $\lambda = -1$ .

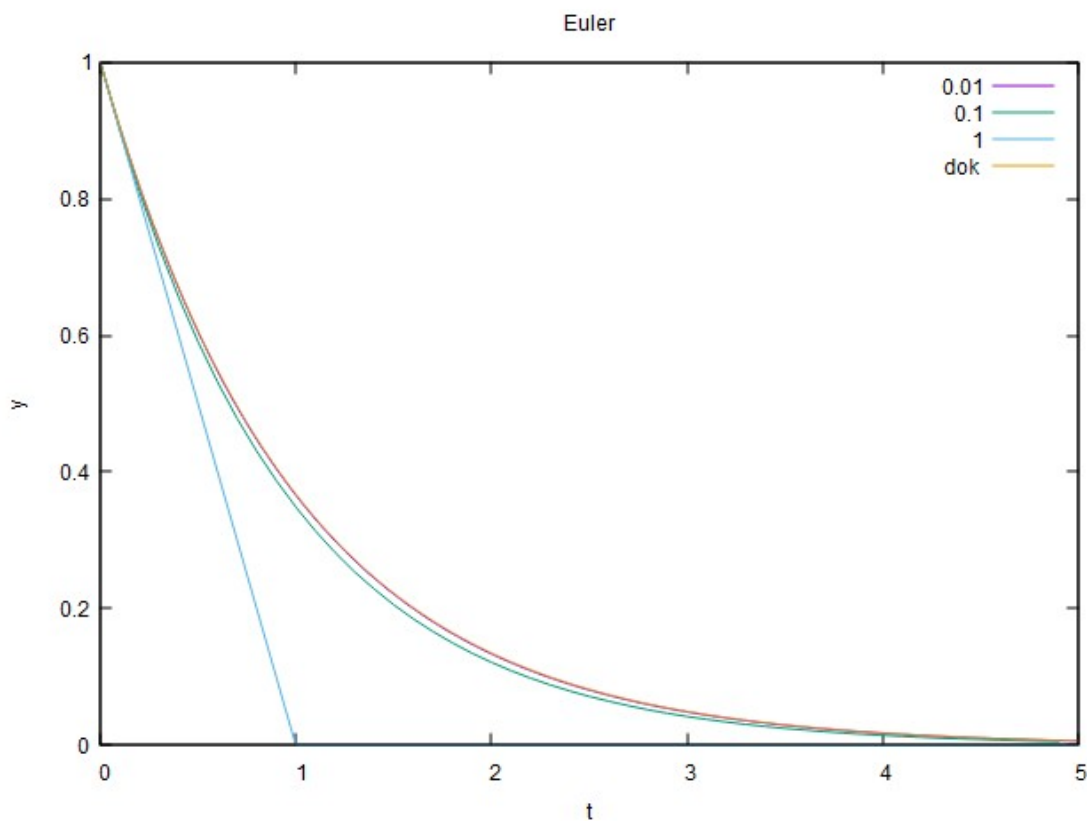
Równanie różniczkowe:

$$\frac{dy}{dt} = \lambda y$$

analitycznym rozwiązaniem równania jest:

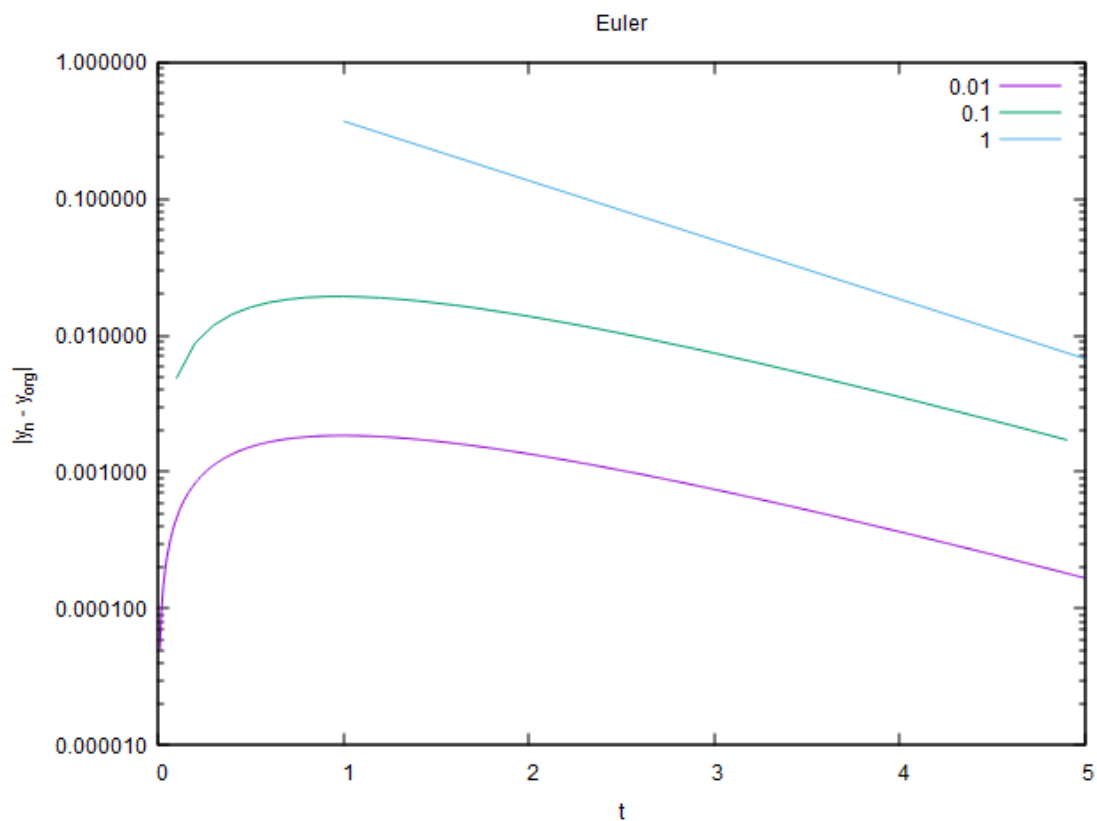
$$y = e^{\lambda t}$$

## 1.2 Wyniki zadania 1



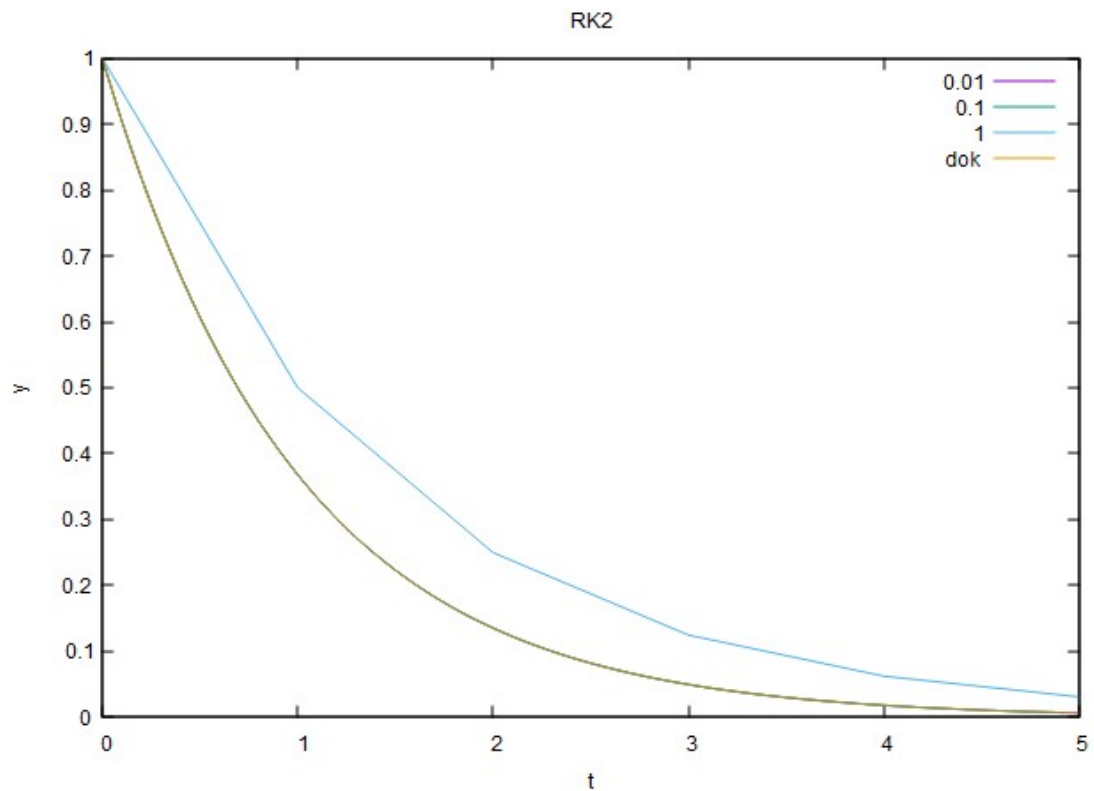
Wykres 1: przedstawiający oszacowane rozwiązania równania różniczkowego dla trzech różnych kroków czasowych.

Widać że oszacowanie dla kroku 0.01 prawie pokrywa się z analitycznym rozwiązaniem równania. Natomiast oszacowanie dla kroku 1 choć nadal jest zbliżone, mocno odstaje od analitycznego. Na wykresie można też zobaczyć pewną zależność między wielkością korku a dokładnością oszacowania. Jest to dużo bardziej widoczne na następnym wykresie.



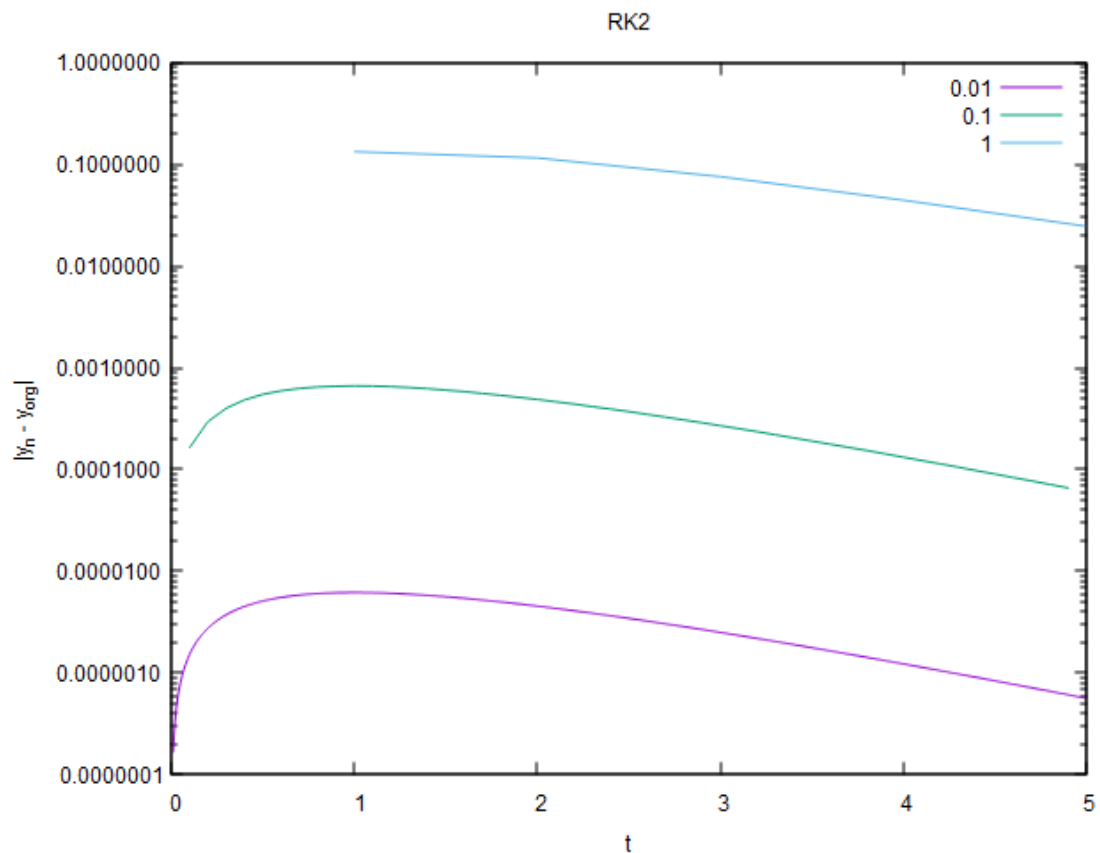
Wykres 2: przedstawia zależność błędu globalnego od czasu dla trzech różnych kroków czasowych.

Na wykresie widać, że zależność między błędem bezwzględnym a wielkością kroku jest liniowa. Zmniejszenie kroku o jeden rząd wielkości wiąże się ze zmniejszeniem błędu o jeden rząd wielkości.



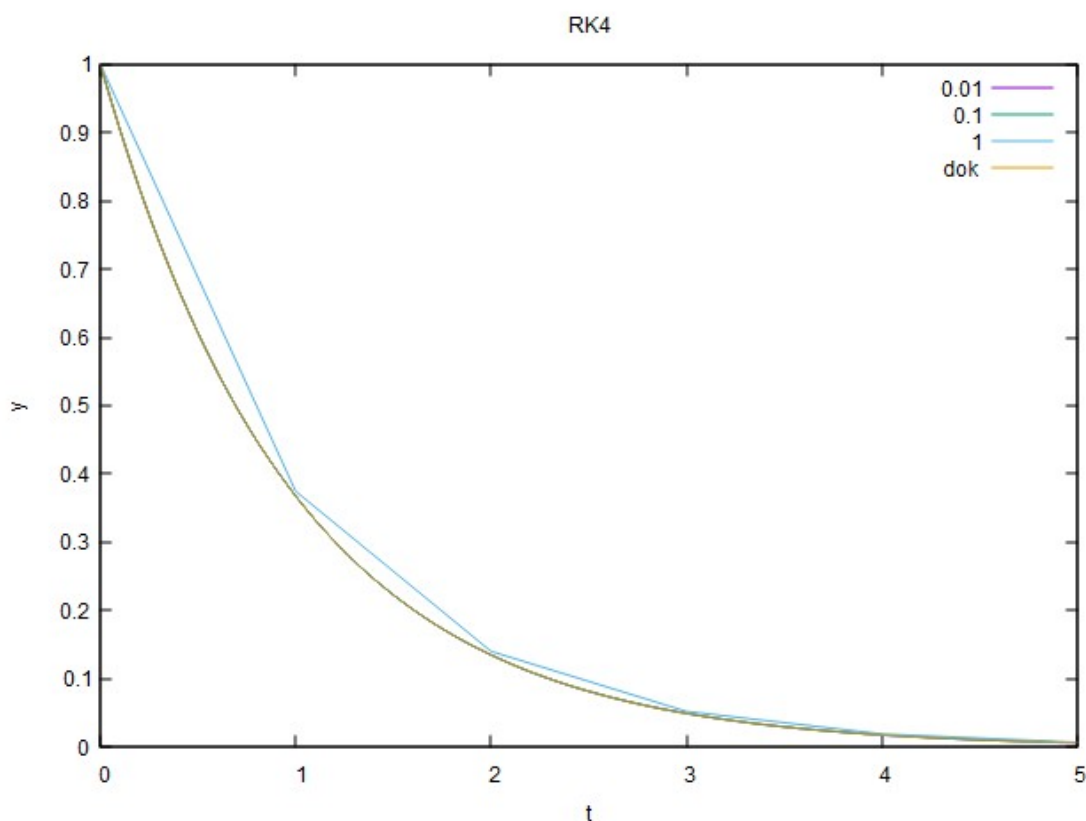
Wykres 3: przedstawia oszacowane rozwiązania funkcji różniczkowej za pomocą metody RK2 dla trzech różnych kroków czasowych.

Na wykresie widać dużą różnicę dokładności oszacowania pomiędzy RK2 i metodą Eulera. Związane jest to z błędem odcięcia który dla RK2 ma oszacowanie  $O(\Delta t^3)$ .



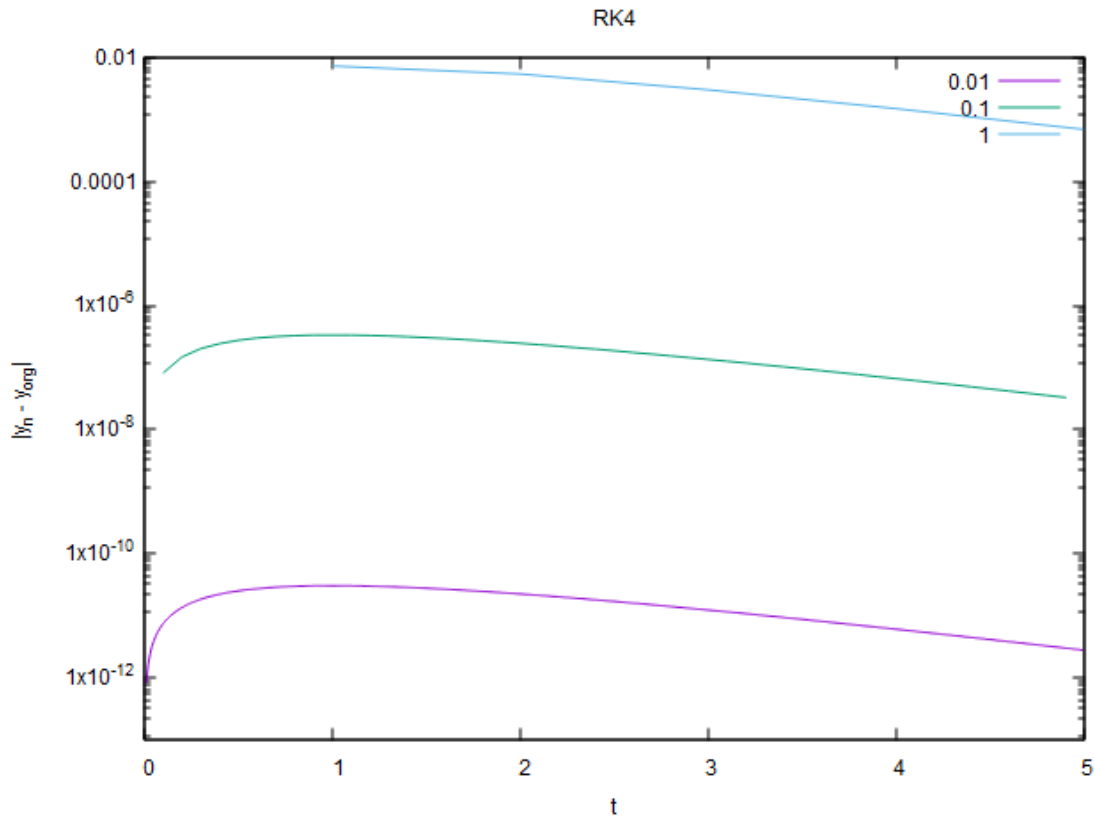
Wykres 4: przedstawiający zależność błędu globalnego od czasu w metodzie RK2 dla trzech różnych przedziałów czasowych.

Na wykresie widać poprawę wyników względem metody Eulera o około jeden rząd wielkości dla wszystkich trzech kroków czasowych.



Wykres 5: przedstawiający oszacowanie równania różniczkowego przy pomocy metody RK4 dla trzech różnych kroków czasowych

Na wykresie widać poprawę dla kroku o długości 1 względem metody RK2. Punkty dla tego kroku prawie pokrywają się z funkcją analityczną. Pozostałe oszacowania także pokrywają się z funkcją.



Wykres 6: przedstawiający zależność błęd globalnego oszacowanego rozwiązania od czasu dla trzech różnych kroków czasowych.

Rząd wielkości dla poszczególnych kroków zmienił się. Dla pierwszego zmniejszył o jeden dla drugiego zmniejszył o 3 a dla trzeciego o 5. Wiąże się to z oszacowaniem błęd który dla metody RK4 wynosi  $O(\Delta t^5)$ .

### 1.3 Warunki i Wyniki zadania 2

Drugim zadaniem było rozwiązanie numeryczne równania różniczkowego drugiego rzędu dla układu elektronicznego RLC dla czterech różnych częstotści kołowych źródła napięcia.

Częstotści kołowe:  $0.5\omega_0$ ,  $0.8\omega_0$ ,  $1.0\omega_0$ ,  $1.2\omega_0$  gdzie  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Równanie oscylatora:

$$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = V(t)$$

Parametry układu:

$$R=100$$

$$L=0.1$$

$$C=0.01$$

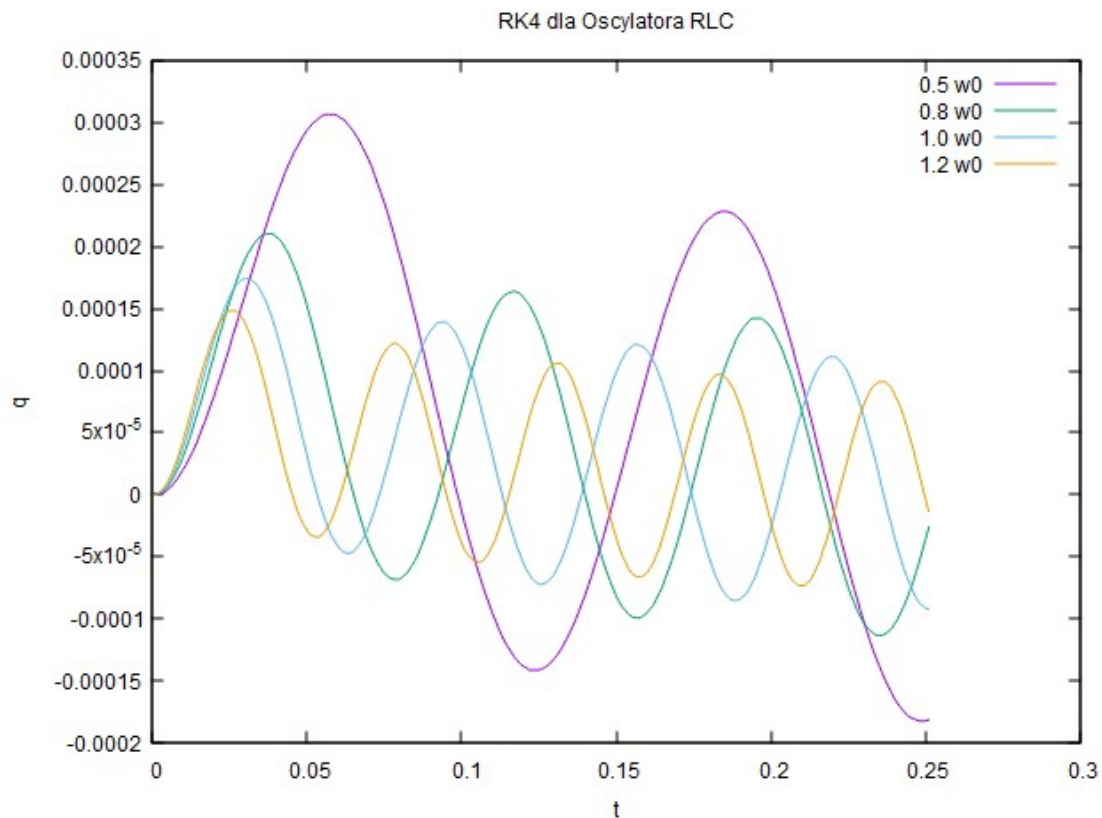
$$\Delta t=10^{-4}$$

Punkty początkowe:

$$Q(t=0) = 0$$

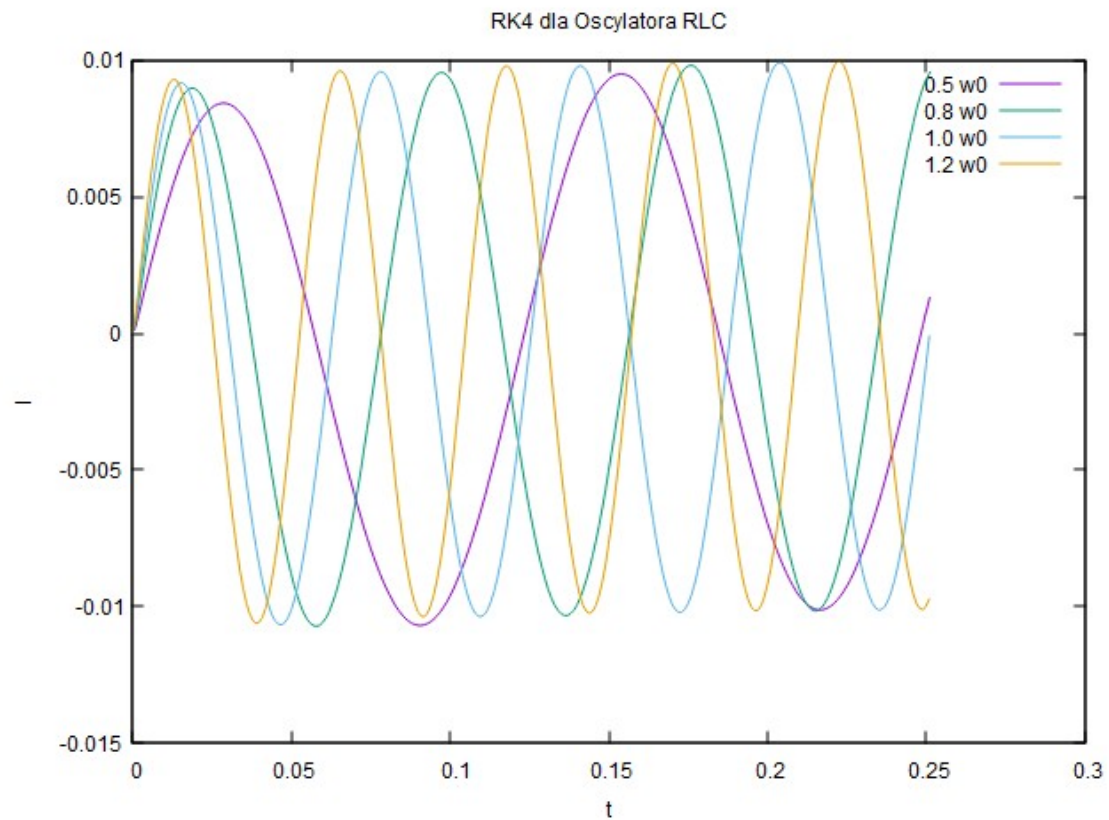
$$I(t=0) = 0$$

$$V(t)=10 \sin(\omega_v t)$$



Wykres 7: przedstawiający wykresy rozwiązań równania różniczkowego ładunku dla czterech różnych częstości kołowych źródła.

Początkowo oscylacje ładunku są nierówne jednak po paru okresach wyrównują się do stałych amplitud. Zapewne jest to związane z warunkami początkowymi gdzie na początku przy ładowaniu kondensatora cewka też magazynuje energię. Dopiero później fazy obu przesuwają się względem siebie.



Wykres 8: przedstawiający rozwiązanie równania różniczkowego dla natężenia prądu dla czterech różnych częstości kołowych źródła.

Podobnie jak na wykresie poprzednim natężenie też z początku ma zmieniającą się amplitudę, która potem się stabilizuje.