基礎数値解析

Fundamental Numeric Analysis

第4回講義資料

Lecture notes 4

数値積分の応用

Application of Numerical Integration

豊橋技術科学大学

Toyohashi University of Technology

電気・電子情報工学系

Department of Electrical and Electronic Information Engineering

准教授　ショウ シュン

Associate Professor　Xun Shao

アクティブラーニング４(Active Learning 4)

$\mathrm{MSE}(0.1)$を数値的に計算せよ。

Compute $\mathrm{MSE}(0.1)$ numerically.

$$\mathrm{MSE}(v) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \tanh^2\left(\frac{x}{\sqrt{v}} + \frac{1}{v}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx\,.$$

被積分関数(Integrand)

```
double func(double x,double v)
{
  double t;

  t = tanh(x/sqrt(v) + 1.0/v);
  return t*t*exp(-x*x/2.0)/sqrt(2.0*M_PI);
}
```

議論（Discussion）

積分区間をどのように有限区間で近似すべきか？

How should we approximate the infinite interval in integration with a finite interval?

積分区間(Interval in Integration)

上界式(Upper bound)

$$\int_{-a}^{a} \tanh^2\left(\frac{x}{\sqrt{v}}+\frac{1}{v}\right)\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx \le \int_{-a}^{a}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx = 2\int_{0}^{a}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx$$

aの決め方(How to determine a)

以下を満たすような最小の$a>0$を選ぶ。

Select the minimum of a such that the following holds:

$$2\int_{a}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx \ll \text{シンプソン法による誤差}$$

Errors caused by Simpson’s rule