基礎数値解析

Fundamental Numeric Analysis

第3回講義資料

Lecture notes 3

数値積分の基礎

Fundamental of Numerical Integration

豊橋技術科学大学

Toyohashi University of Technology

電気・電子情報工学系

Department of Electrical and Electronic Information Engineering

准教授　ショウ シュン

Associate Professor　Xun Shao

アクティブラーニング３(Active Learning 3)

$$S_0 = \int_0^2 \frac{1}{1+x}\,dx\,.$$

部分区間の数nを増加させたときに、解析解S_0と数値解との相対誤差がどのように変化するかを数値で答えよ。

Answer quantitatively the changes of the relative errors between the analytical solution S_0 and the numerical solutions as the number n of subintervals increases.

問題例(Problem Example)

次の積分を計算しよう。(Compute the following integral:)

$$S = \int_0^1 \frac{1}{1+x}\,dx\,.$$

解析解(Analytical solution)

$$S_0 = \log 2\,.$$

被積分関数(Integrand)

```
double func(double x)
{
  return 1.0/(1.0+x);
}
```

シンプソン法(Simpson's Rule)

```
double SimpInt(int n,double a,double b)
{
  int i;
  double S,h;

  S = 0.0; h = (b-a)/(double)n;
  for(i=0;i<n;i++) {
    S += func(i*h+a) + 4.0*func((i+0.5)*h+a)
      + func((i+1.0)*h+a);
  }
  S *= h/6.0;

  return S;
}
```

メイン関数(Main Function)

```
#include<stdio.h>
#include<stdlib.h>
#include<math.h>

int main()
{
  int n;
  double a,b,S,S0,err;

  S0 = log(2.0); a = 0.0; b = 1.0;
  for(n=10;n<=1e+7;n*=10) {
    S = SimpInt(n,a,b); err = fabs((S-S0)/S0);
    printf("n=%8d Simpson=%g error=%g¥n",n,S,err);
 }
}
```

実行結果(Result)

```
n=       10 Simpson=0.693147 error=2.80035e-07
n=      100 Simpson=0.693147 error=2.81759e-11
n=     1000 Simpson=0.693147 error=4.80514e-16
n=    10000 Simpson=0.693147 error=4.00428e-15
n=   100000 Simpson=0.693147 error=5.12548e-15
n=  1000000 Simpson=0.693147 error=5.44583e-15
n=10000000 Simpson=0.693147 error=8.12069e-14
```