ランダム海洋現象学 課題 3

地球総合工学科　B3　08C23031　古賀 光一朗

2026 年 1 月 1 日

1　数式の導出

方針：海洋波をフーリエ級数展開し、波スペクトラムを満足するようにフーリエ係数を決定する。

- 海洋波のフーリエ級数展開
$$x(t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\Delta\omega t + \epsilon_n)$$
- $x(t)$ の自己相関関数 $R(\tau)$
$$R(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau)dt = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n^2}{2} \cos(n\Delta\omega\tau)$$
- $x(t)$ のパワースペクトラム $S(\omega)$
$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)e^{-i\omega\tau} d\tau = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n^2}{4} \{\delta(\omega - n\Delta\omega) + \delta(\omega + n\Delta\omega)\}$$
- パワースペクトラムの微小区間での積分
$$\int_{n\Delta\omega - \frac{\Delta\omega}{2}}^{n\Delta\omega + \frac{\Delta\omega}{2}} S(\omega)d\omega = \frac{C_n^2}{4} = S(n\Delta\omega)\Delta\omega$$
- 振幅 C_n の決定（Single side spectrum の場合）
$$C_n = \sqrt{2S(n\Delta\omega)\Delta\omega}$$
- 海洋波の時系列モデル
$$x(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2S(n\Delta\omega)\Delta\omega} \cos(n\Delta\omega t + \epsilon_n)$$

2　重ね合わせ法で注意すべきこと

- 離散化周波数幅 $\Delta\omega$ に起因する周期性 T が現れる。
$$T = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$
- 周期性の回避策として $\Delta\omega$ を不等間隔（$\Delta\omega_n$）にする手法がある。
- 不等間隔にした場合でも、各成分の周期 $T_n = 2\pi/\Delta\omega_n$ の最小公倍数で周期性が現れるため、本質的な回避ではない。
- 実用上は、周期を極めて長くすることで回避する。