海中工学 第 6 回課題

地球総合工学科　B3　08C23031　古賀 光一朗

2026 年 1 月 29 日

1　水中グライダーの運動方程式

鉛直面内の線形運動方程式および Y 軸まわりの回転運動の関係式は以下の通りである。

$$A_{11} \cdot \dot{w} + A_{12} \cdot \dot{q} = B_{11} \cdot w + B_{12} \cdot q - \Delta B$$

$$A_{21} \cdot \dot{w} + A_{22} \cdot \dot{q} = B_{21} \cdot w + B_{22} \cdot q + B_{23} \cdot \theta - \Delta B \cdot L_B$$

$$\dot{\theta} = q$$

これを状態ベクトル $x = [w \quad q \quad \theta]^T$、入力 $u(t) = \Delta B$ とし、$A\dot{x} = Bx + Cu(t)$ の形式に整理する。第 3 式を $0 \cdot \dot{w} + 0 \cdot \dot{q} + 1 \cdot \dot{\theta} = 0 \cdot w + 1 \cdot q + 0 \cdot \theta$ と見なすと、各行列 A, B, C は以下のように求められる。

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1 \\ -L_B \\ 0 \end{bmatrix}$$

2　音源移動時のドップラー効果

音源が速度 v_r で動き、受波器が固定されている場合（図参照）のドップラー効果の導出を行う。図中の空欄①〜⑦に対応する式は以下の通りである。

① 時刻 $t = 0$ に発射された第 1 波が、距離 D を進んで受波器に到達する時刻 t_1。

$$t_1 = \frac{D}{c} \quad \cdots ①$$

② 時刻 $t = T_1$ に第 2 波を発射する際、音源は速度 v_r で時間 T_1 だけ進んでいる。その移動距離は次式となる。

$$v_r T_1 \quad \cdots ②$$

③ このとき、音源と受波器の距離は、初期距離 D から移動距離を引いたものになる。これが第 2 波の伝搬距離となる。

$$D - v_r T_1 \quad \cdots ③$$

④ 受波器における第 1 波と第 2 波の到達時間差、すなわち観測される周期 Δt を定義する。

$$\Delta t = t_2 - t_1 \quad \cdots ④$$

⑤ 第 2 波が受波器に到達する時刻 t_2 は、発射時刻 T_1 に伝搬時間（距離③ ÷ 音速 c）を加えたものとなる。

$$t_2 = T_1 + \frac{D - v_r T_1}{c} \quad \cdots ⑤$$

⑥ 観測される周期差（時間のずれ）を計算する。

$$\begin{aligned} t_2 - t_1 &= \left(T_1 + \frac{D - v_r T_1}{c}\right) - \frac{D}{c} \\ &= T_1 + \frac{D}{c} - \frac{v_r T_1}{c} - \frac{D}{c} \\ &= T_1 \left(1 - \frac{v_r}{c}\right) \quad \cdots ⑥ \end{aligned}$$

⑦ 観測される周波数 f_2 を求める。周波数は周期の逆数 $(f = 1/T)$ であるため、

$$f_2 = \frac{1}{t_2 - t_1} = \frac{1}{T_1(1 - \frac{v_r}{c})} = f_1 \frac{1}{1 - \frac{v_r}{c}}$$

分母分子に c を掛けて整理すると、

$$f_2 = \frac{c}{c - v_r} f_1$$

よって係数は、

$$\frac{c}{c - v_r} \quad \cdots ⑦$$

3 音線理論による水平到達距離の導出

スネルの法則を用い、成層構造を持つ海中での音波伝搬経路を計算する。各層の音速を C_1, C_2, C_3、音線と水平面のなす角（俯角）を $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ とする。

3.1 計算条件

与えられた条件は以下の通りである。

- 音速: $C_1 = 1410\,\mathrm{m/s}, \quad C_2 = 1420\,\mathrm{m/s}, \quad C_3 = 1430\,\mathrm{m/s}$
- 層厚: 各層 50 m（水深 150 m）
- 初期角度: $\beta_1 = 45\,\mathrm{deg}$
- 直線伝搬時の水平距離: $x_a = 300\,\mathrm{m}$

3.2 スネルの法則による角度計算

スネルの法則 $\frac{\cos\beta}{C} = 一定$ より、定数 K を求める。

$$K = \frac{\cos 45\,\mathrm{deg}}{1410} \approx 5.0149 \times 10^{-4}$$

これより、第 2 層および第 3 層での角度 β_2, β_3 を求める。

$$\beta_2 = \arccos(K \cdot C_2) = \arccos(5.0149 \times 10^{-4} \times 1420) \approx 44.59\,\mathrm{deg}$$

$$\beta_3 = \arccos(K \cdot C_3) = \arccos(5.0149 \times 10^{-4} \times 1430) \approx 44.18\,\mathrm{deg}$$

3.3　水平到達距離の算出

各層における水平移動距離 x_i は、層厚 $h = 50\,\mathrm{m}$ を用いて $x_i = h/\tan\beta_i$ で表される。計算結果を表 1 に示す。

表 1　各層における音線計算結果

層	音速 C_i (m/s)	角度 β_i (deg)	$\tan\beta_i$	水平距離 x_i (m)
1	1410	45.00	1.0000	50.00
2	1420	44.59	0.9858	50.72
3	1430	44.18	0.9718	51.45
合計 (片道)	-	-	-	152.17

海面に戻るまでの全水平距離 x は、片道の合計の 2 倍となる。

$$x = 2 \times (50.00 + 50.72 + 51.45) = 304.34\,\mathrm{m}$$

直線伝搬時の距離 $x_a = 300\,\mathrm{m}$ との差は以下の通りである。

$$\Delta x = x - x_a = 304.34 - 300 = 4.34\,\mathrm{m}$$