

ランダム海洋現象学 課題 5

地球総合工学科 B3 08C23031 古賀 光一朗

2026 年 1 月 19 日

1 有義波高と標準偏差の関係

線形・狭帯域性を仮定し、波頂高さ x は Rayleigh 分布に従うとする。波変位の分散を m_0 （標準偏差 $\sigma = \sqrt{m_0}$ ）とすると、確率密度関数 $p(x)$ は次式となる。

$$p(x) = \frac{x}{m_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2m_0}\right)$$

上位 1/3 の波頂高さの下限値 x_c は、以下の条件より求まる。

$$\int_{x_c}^{\infty} p(x) dx = \exp\left(-\frac{x_c^2}{2m_0}\right) = \frac{1}{3}$$

これを解いて、

$$x_c = \sqrt{2m_0 \ln 3}$$

上位 1/3 の波頂高さの平均値 $E_{1/3}$ は次式で計算される。

$$E_{1/3} = 3 \int_{x_c}^{\infty} x p(x) dx = 3 \int_{\sqrt{2m_0 \ln 3}}^{\infty} \frac{x^2}{m_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2m_0}\right) dx$$

$t = x^2/(2m_0)$ とおいて積分を行うと、

$$E_{1/3} \approx 2.002 \sqrt{m_0}$$

狭帯域性の仮定 $H_{1/3} \approx 2E_{1/3}$ より、

$$H_{1/3} \approx 4.004 \sqrt{m_0} \approx 4\sigma$$

よって、有義波高は標準偏差の約 4 倍となる。

2 修正 PM スペクトラムのパラメータ

修正 Pierson-Moskowitz スペクトラムは次式で与えられる。

$$S_{xx}(\omega) = A\omega^{-5} \exp(-B\omega^{-4})$$

0 次モーメント m_0 および 2 次モーメント m_2 は以下の通り。

$$m_0 = \int_0^\infty S_{xx}(\omega) d\omega = \frac{A}{4B}$$

$$m_2 = \int_0^\infty \omega^2 S_{xx}(\omega) d\omega = \frac{\sqrt{\pi}A}{4\sqrt{B}}$$

有義波高 $H_{1/3}$ とゼロクロスアップ平均波周期 T_{02} は次のように表される。

$$H_{1/3} \approx 4\sqrt{m_0} = 2\sqrt{\frac{A}{B}}$$

$$T_{02} = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} = 2\pi(\pi B)^{-1/4}$$

これらを A, B について解く。まず T_{02} の式より、

$$B = \frac{16\pi^3}{T_{02}^4}$$

これを $H_{1/3}$ の式に代入して A を求める。

$$A = \frac{BH_{1/3}^2}{4} = \frac{4\pi^3 H_{1/3}^2}{T_{02}^4}$$

以上より、パラメータ A, B は以下のようになる。

$$A = \frac{4\pi^3 H_{1/3}^2}{T_{02}^4}, \quad B = \frac{16\pi^3}{T_{02}^4}$$