

構造荷重論 レポート課題 1

地球総合工学科 B3 08C23031 古賀 光一郎

2025 年 10 月 31 日

1

波浪中（波向きは船長方向と一致）の船体中央での縦曲げモーメントの位相ゼロ成分は、

$$B.M. = \rho g h_A B \left(\frac{L}{2} \right)^2 \frac{1}{\gamma^2} \left[\frac{1}{2} \gamma \sin \gamma - 1 + \cos \gamma \right] \quad (*) \quad (1)$$

の式で与えられた。記号などについては授業中の資料を参照のこと。

- (1) 波長が無限大（もしくは周波数がゼロ）に漸近するとき、縦曲げモーメントはどのような値に収束するか、式 (*) より導きなさい。
- (2) このことが力学的に正しいことを説明しなさい。

(1)

λ が無限大に漸近するとき、 γ は 0 に漸近する。したがって、(*) 式は

$$B.M. = \rho g h_A B \left(\frac{L}{2} \right)^2 \left(\lim_{\gamma \rightarrow 0} \frac{1}{\gamma^2} \left[\frac{1}{2} \gamma \sin \gamma - 1 + \cos \gamma \right] \right) \quad (2)$$

$$= \rho g h_A B \left(\frac{L}{2} \right)^2 \left(\lim_{\gamma \rightarrow 0} \left\{ \frac{\sin \gamma}{2\gamma} + \frac{\cos \gamma - 1}{\gamma^2} \right\} \right) \quad (3)$$

$$= 0 \quad (4)$$

(2)

波長が無限大に漸近するということは、波の山と谷の間隔が非常に長くなることを意味する。したがって、船体全体がほぼ同じ高さに位置することになり、船体にかかる波の影響が均一化される。このため、船体中央での縦曲げモーメントはゼロに近づく。力学的には、波の影響が均一化されることで、船体にかかる応力分布が均等化され、結果として縦曲げモーメントが減少することが理解できる。

2

位相 $\pi/2$ ($\omega t = \pi/2$, \sin 成分) の縦曲げモーメントは以下の式となることを説明した。

- (1) この導出を示した部分に誤りの表記があることが判明した。配布テキストの誤りを指摘しなさい（係数について大きく二か所の誤りがある）。

$$\begin{aligned}
B.M. = & \frac{3}{2} \frac{\rho g b h_A}{\left(\frac{kL}{2}\right)^2} \left(\frac{L}{2}\right)^2 \left(-\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} + \sin \frac{kL}{2}\right) \left(\left(1 - \left(\frac{x}{L/2}\right)\right) - \frac{1}{3} \left(1 - \left(\frac{x}{L/2}\right)^3\right) \right) \\
& - \frac{\rho g b h_A}{\left(\frac{kL}{2}\right)^2} \left(\frac{L}{2}\right)^2 \left(\left(\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} - \sin \frac{kL}{2}\right) - \left(kx \cos \frac{kL}{2} - \sin kx\right) \right)
\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}
EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} &= - \frac{\rho g B h_A \frac{L^2}{2} \left(\frac{kL}{2}\right)^{-2} \left(-\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} + \sin \frac{kL}{2}\right)}{\frac{L^3}{12}} x + \rho g B h_A \sin kx \\
&= - \frac{\rho g B h_A \left(\frac{kL}{2}\right)^{-2} \left(-\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} + \sin \frac{kL}{2}\right)}{L} x + \rho g B h_A \sin kx
\end{aligned}$$

とあるが、この次の式変形に誤りを発見した。

一階積分を行うと、

$$\begin{aligned}
SF(L/2) - EI \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} &= - \rho g B h_A \frac{3}{2 \left(\frac{L}{2}\right)} \left(\frac{(L/2)^2}{(L/2)^2}\right) \left(\frac{kL}{2}\right)^{-2} \left(-\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} + \sin \frac{kL}{2}\right) \left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 - x^2\right) \\
&\quad - \frac{\rho g B h_A}{k} \left(\cos \frac{kL}{2} - \cos kx\right) \\
&= - \rho g B h_A \frac{L}{8} \left(\frac{kL}{2}\right)^{-2} \left(-\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} + \sin \frac{kL}{2}\right) \left(1 - \left(\frac{x}{L/2}\right)^2\right) \\
&\quad - \frac{\rho g B h_A}{\frac{kL}{2}} \frac{L}{2} \left(\cos \frac{kL}{2} - \cos kx\right)
\end{aligned}$$

と記載されているが、正しくは

$$\begin{aligned}
SF(L/2) - EI \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} &= \rho g B h_A \frac{3}{2 \left(\frac{L}{2}\right)} \left(\frac{(L/2)^2}{(L/2)^2}\right) \left(\frac{kL}{2}\right)^{-2} \left(-\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} + \sin \frac{kL}{2}\right) \left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 - x^2\right) \\
&\quad + \frac{\rho g B h_A}{k} \left(\cos \frac{kL}{2} - \cos kx\right) \\
&= \rho g B h_A \frac{3L}{4} \left(\frac{kL}{2}\right)^{-2} \left(-\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} + \sin \frac{kL}{2}\right) \left(1 - \left(\frac{x}{L/2}\right)^2\right) \\
&\quad + \frac{\rho g B h_A}{\frac{kL}{2}} \frac{L}{2} \left(\cos \frac{kL}{2} - \cos kx\right)
\end{aligned}$$

(2) 上の式で、両端でのモーメントがゼロになることを示しなさい。また、力学的になぜ両端でモーメントがゼロになるかを説明しなさい。

(2)

両端 $x = \pm L/2$ でゼロになることを示す。

(i) $x = L/2$ (船尾側) の場合

$x = L/2$ を代入する。このとき、 $\frac{x}{L/2} = 1$ 、 $kx = \frac{kL}{2}$

第 1 項の x に依存する部分は、

$$\left(1 - \frac{x}{L/2}\right) - \frac{1}{3} \left(1 - \left(\frac{x}{L/2}\right)^3\right) = (1 - 1) - \frac{1}{3}(1 - 1^3) = 0 - 0 = 0$$

となり、第 1 項全体が 0 となる。

第 2 項の x に依存する部分は、

$$\left(kx \cos \frac{kL}{2} - \sin kx\right) = \left(\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} - \sin \frac{kL}{2}\right)$$

となるため、第 2 項全体は、

$$-\frac{\rho g B h_A}{\left(\frac{kL}{2}\right)^2} \left(\frac{L}{2}\right)^2 \left[\left(\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} - \sin \frac{kL}{2}\right) - \left(\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} - \sin \frac{kL}{2}\right) \right] = 0$$

したがって、 $B.M.(x = L/2) = 0 + 0 = 0$

(ii) $x = -L/2$ (船首側) の場合

$x = -L/2$ を代入するこのとき、 $\frac{x}{L/2} = -1$ 、 $kx = -\frac{kL}{2}$ となります。 \sin は奇関数であるため $\sin(kx) = \sin(-\frac{kL}{2}) = -\sin(\frac{kL}{2})$

第 1 項の x に依存する部分は、

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{x}{L/2}\right) - \frac{1}{3} \left(1 - \left(\frac{x}{L/2}\right)^3\right) &= (1 - (-1)) - \frac{1}{3}(1 - (-1)^3) \\ &= 2 - \frac{1}{3}(1 - (-1)) \\ &= 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

よって、第 1 項は T_1 とおくと、

$$\begin{aligned} T_1 &= -\frac{3}{2} \frac{\rho g B h_A}{\left(\frac{kL}{2}\right)^2} \left(\frac{L}{2}\right)^2 \left(-\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} + \sin \frac{kL}{2}\right) \times \frac{4}{3} \\ &= -2 \frac{\rho g B h_A}{\left(\frac{kL}{2}\right)^2} \left(\frac{L}{2}\right)^2 \left(-\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} + \sin \frac{kL}{2}\right) \end{aligned}$$

第 2 項の x に依存する部分は、

$$\begin{aligned} \left(kx \cos \frac{kL}{2} - \sin kx\right) &= \left(-\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} - \sin(-\frac{kL}{2})\right) \\ &= \left(-\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} + \sin \frac{kL}{2}\right) \end{aligned}$$

よって、第2項は T_2 とおくと、

$$\begin{aligned}
 T_2 &= -\frac{\rho g B h_A}{\left(\frac{kL}{2}\right)^2} \left(\frac{L}{2}\right)^2 \left[\left(\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} - \sin \frac{kL}{2} \right) - \left(-\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} + \sin \frac{kL}{2} \right) \right] \\
 &= -\frac{\rho g B h_A}{\left(\frac{kL}{2}\right)^2} \left(\frac{L}{2}\right)^2 \left[2 \left(\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} - \sin \frac{kL}{2} \right) \right] \\
 &= +2 \frac{\rho g B h_A}{\left(\frac{kL}{2}\right)^2} \left(\frac{L}{2}\right)^2 \left[-\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} + \sin \frac{kL}{2} \right]
 \end{aligned}$$

T_1 と T_2 は、大きさが同じで符号が逆であるため、 $B.M.(x = -L/2) = T_1 + T_2 = 0$ となる。以上より、両端 $x = \pm L/2$ でモーメントがゼロになる

力学的な理由

船体は水に浮かんでおり、その両端（船首・船尾）は壁などに固定されていない「自由端」である。自由端は外部からの拘束を受けないため、曲げモーメントやせん断力が0になるという境界条件が適用できる。したがって、船体梁の縦曲げモーメントは、両端 $x = \pm L/2$ において0とならなければならない。