

- 1 内部抵抗が $r_A [\Omega]$ の電流計と $r_v [\Omega]$ の電圧計がある。これらを用いて、未知抵抗 $R [\Omega]$ を測定する場合、図のような回路 (a) と (b) が考えられる。回路 (a) と (b) の電流計の指針がそれぞれ $I_a [A]$ と $I_b [A]$ となり、電圧計の指針がそれぞれ $V_a [V]$ と $V_b [V]$ になったとして、次の問いに答えなさい。

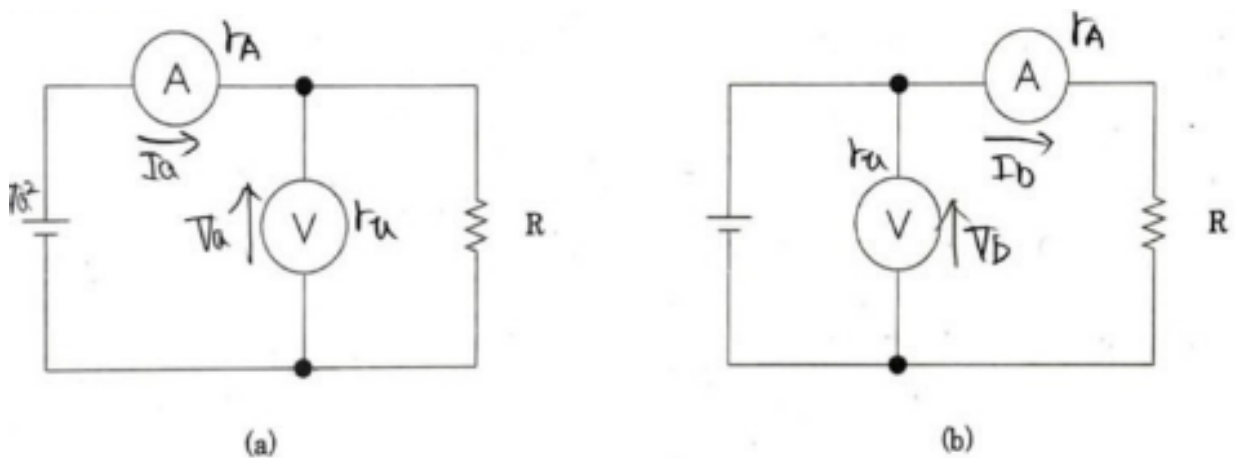


図 1

- 1.1 計器の内部抵抗を考慮した場合、回路 (a) と (b) で測定値から R を求める式をそれぞれ示しなさい。

図 1 (a) より、電圧源の電圧を V とすると、

$$V = r_A I_a + V_a \quad (1)$$

$$V = r_A I_a + R \left(I_a - \frac{V_a}{r_v} \right) \quad (2)$$

式 (1), (2) より、

$$\begin{aligned} V_a &= R \left(I_a - \frac{V_a}{r_v} \right) \\ R &= \frac{V_a}{\left(I_a - \frac{V_a}{r_v} \right)} \\ &= \frac{r_v V_a}{r_v I_a - V_a} \end{aligned} \quad (3)$$

となる。

また、図 1 (b) より、

$$\begin{aligned} V_b &= (r_A + R)I_b \\ r_A + R &= \frac{V_b}{I_b} \\ R &= \frac{V_b}{I_b} - r_A \end{aligned} \quad (4)$$

となる。

1.2 $|\Delta R/R| \leq 0.01$ の精度で測定するためには、 R と内部抵抗の間にどのような関係があればよいか。回路 (a) と (b) それぞれについて答えなさい。

■図 1 (a) 測定値から求まる抵抗を R_m とすると、 $R_m = \frac{V_a}{I_a}$ であるから、測定誤差 $\frac{\Delta R}{R}$ は、式 (3) より、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta R}{R} &= \frac{R_m - R}{R} \\ &= \frac{\frac{V_a}{I_a} - \frac{r_v V_a}{r_v I_a - V_a}}{\frac{r_v V_a}{r_v I_a - V_a}} \\ &= \frac{\frac{V_a(r_v I_a - V_a)}{I_a} - r_v V_a}{r_v V_a} \\ &= \frac{\frac{V_a(r_v I_a)}{I_a} - \frac{V_a^2}{I_a} - r_v V_a}{r_v V_a} \\ &= -\frac{V_a}{r_v I_a} \end{aligned} \quad (5)$$

となる。 $I_a = \frac{V_a}{\frac{Rr_v}{R+r_v}} = \frac{V_a(R+r_v)}{Rr_v}$ より、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta R}{R} &= -\frac{V_a}{r_v \frac{V_a(R+r_v)}{Rr_v}} \\ &= -\frac{R}{R+r_v} \end{aligned} \quad (6)$$

となるから、

$$\begin{aligned} \left| \frac{\Delta R}{R} \right| &= \left| -\frac{R}{R+r_v} \right| = \frac{R}{R+r_v} \leq 0.01 \\ R &\leq 0.01(R+r_v) \\ 0.99R &\leq 0.01r_v \\ R &\leq \frac{1}{99}r_v \end{aligned} \quad (7)$$

となる。

■図 1 (b) 測定値から求まる抵抗を R_m とすると、 $R_m = \frac{V_b}{I_b}$ であるから、測定誤差 $\frac{\Delta R}{R}$ は、式 (4) より、

$$\begin{aligned}\frac{\Delta R}{R} &= \frac{R_m - R}{R} \\ &= \frac{\frac{V_b}{I_b} - \left(\frac{V_b}{I_b} - r_A\right)}{R} \\ &= \frac{r_A}{R}\end{aligned}\tag{8}$$

となるから、

$$\begin{aligned}\left|\frac{\Delta R}{R}\right| &= \left|\frac{r_A}{R}\right| = \frac{r_A}{R} \leq 0.01 \\ R &\geq 100r_A\end{aligned}\tag{9}$$

となる。

1.3 内部抵抗を無視して測定値のみで R の値を求める場合、それぞれどのような R の範囲の測定に適しているか答えなさい。

図 1 (a) では、 $R \ll r_v$ であるため、 R の値が大きい測定に適しており、図 1 (b) では、 $R \gg r_v$ であるため、 R の値が小さい測定に適している。