

# Preslikave z uklonsko lečo

## Uvod

V področju ultravijolične svetlobe, žarkov X in gama žarkov so snovi za valovanje neprepustne ali imajo lomni količnik  $n = 1$ . Zato teh materialov ne moremo uporabiti za klasične leče, ki so osnovane na lomu valovanja. Za omenjeni del spektra elektromagnetnega valovanja pa lahko uporabimo uklonske leče. S primerno obliko uklonskih odprtin lahko namreč dosežemo ojačanje (fokusiranje) svetlobe v izbrani smeri.

Uporaba uklonske leče je možna tudi pri drugih vrstah valovanj. Pri vaji bomo uporabili ultrazvočno valovanje, ker ima večjo valovno dolžino kot svetloba in nižjo frekvenco kot mikrovalovi, in je zato primernejše za nazoren prikaz delovanja uklonske leče.

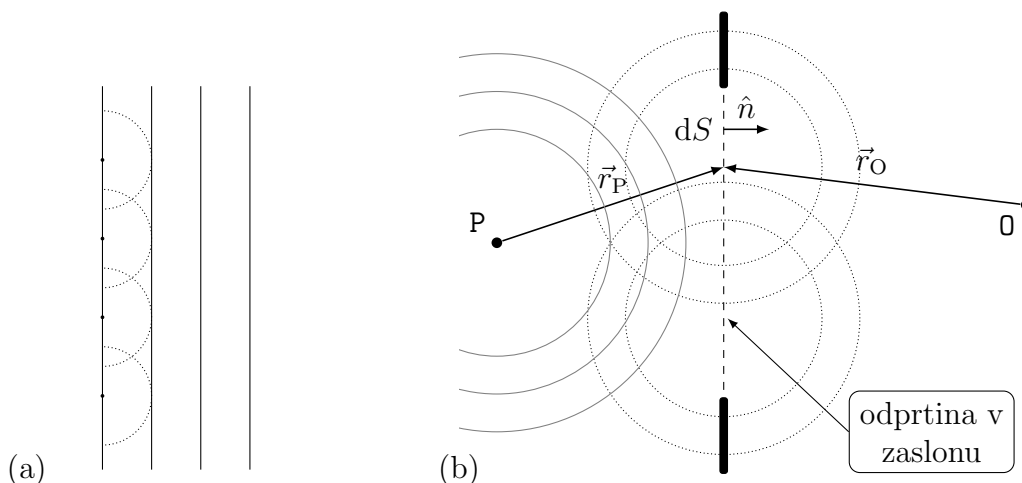
Zvočno valovanje v plinih in tekočinah je preprostejša oblika valovanja, ker za opis zadostuje že skalarno tlačno polje  $p(\vec{r}) = p_0 + \delta p(\vec{r})$ , kjer je  $p_0$  ravnovesna vrednost zračnega tlaka in  $p(\vec{r})$  zvočni tlak. Zvočni tlak v razdalji  $r$  od točkastega izvora, ki seva valovanje s krožno frekvenco  $\omega$  zapišemo kot

$$\delta p(r, t) = A \frac{\exp[i(kr - \omega t)]}{r}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1)$$

kjer je  $k$  valovni vektor in  $\lambda$  valovna dolžina. Valovni vektor  $k$  in krožna frekvenca  $\omega$  sta povezana s formulo  $\omega = ck$ , pri čemer je  $c$  hitrost zvoka. V adiabatnem približku je hitrost  $c$  dana z enačbo

$$c = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}}. \quad (2)$$

V zgornji enačbi je  $\kappa$  razmerje specifičnih toplot in za zrak znaša 1.4,  $R$  je plinska konstanta,  $T$  je absolutna temperatura in  $M$  povprečna molska masa, ki je za zrak približno  $29 \text{ kg kmol}^{-1}$ .



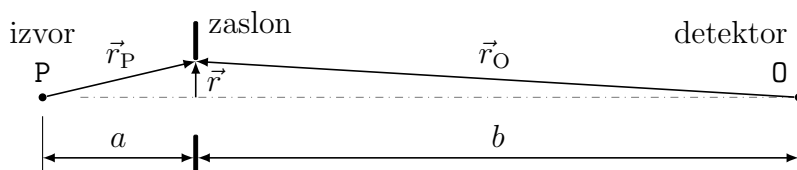
**Slika 1:** (a) V ravnem valu si lahko predstavljamo vsak del valovne fronte kot izvor krogelnega vala. Vsota teh krogelnih valov je ponovno ravna valovna fronta. (b) Točkast izvor P oddaja krogelni val. Vse točke znotraj odprtine v zaslonu so izvori novih krogelnih valov. Uklonsko sliko O dobimo s seštevanjem amplitud teh krogelnih valov.

Pri obravnavi uklona si lahko pomagamo z razumevanjem interference valovanja in s Huygensovim (C. Huygens 1678) principom, ki pravi, da lahko vsako točko, do katere je valovanje že prišlo, obravnavamo kot izvor novega (sekundarnega) krogelnega valovanja. Vsaka točka na valovni fronti seva kot točkast izvor. Nova fronta je ovojnica krožnic, ki imajo sredice na valovni fronti in radij valovne dolžine, kot vidimo na sliki 1a. Ko valovna fronta naleti na zaslon z odprtino, se valovanje na zaslonu delno odbije in absorbira, v območju odprtine pa lahko spet uporabimo Huygensov princip, iz katerega sledi, da imamo tam sekundarne izvore valovanja, kar ilustrira slika 1b. Na ta način konstruirane valovne fronte se širijo tudi v področje geometrijske sence, čemur pravimo uklon.

Valovanje iz različnih točk v zasloni odprtini interferira za zaslonom in s tem dobimo značilne uklonske slike. V posebnem primeru točkastega izvora izračunamo zvočni tlak v poljubni točki za zaslonom z naslednjim integralom

$$\delta p(r_O) = C \int_{\text{odprtina}} \frac{\exp[ik(r_P + r_O)]}{r_P r_O} dS, \quad (3)$$

kjer sta  $r_P$  in  $r_O$  razdalji od izvora do točke v odprtini zaslona in od te točke do opazovalca, kot kaže slika 1b. Za konstanto  $C$  se tukaj ne bomo menili. Enačba (3) je približek in dobro velja, kadar so koti med vektorji  $\vec{r}_O$ ,  $\vec{r}_P$  in  $\hat{n}$  majhni.



**Slika 2:** Enostaven primer uklona, ko sta izvor in detektor na osi okrogle odprtine v velikem zaslonu. Oddaljenosti od zaslona do izvora in detektorja sta  $a$  in  $b$ .

Posebej enostavna je obravnava uklona takrat, kadar sta izvor  $P$  in detektor zvoka  $O$  postavljena na osi okrogle odprtine. Tak primer prikazuje slika 2. Iz enačbe (3) vidimo, da vse točke v odprtini, ki so od osi enako oddaljene (npr. za  $r$ ), prispevajo v integral deleže z enako fazo, saj sta zanje razdalji  $r_P$  in  $r_O$  konstantni. Okroglo odprtino zato lahko razdelimo s koncentričnimi krožnicami na kolobarje (Fresnelove cone), ki sevajo valovanje s približno enako fazo. Postopek je naslednji. Povečujmo od  $0$  radij okrogle odprtine in opazujmo, kaj se godi z razliko faz delnih valovanj, ki gresta skozi center odprtine in tik mimo roba. Fazo izračunamo v približku majhne odprtine kot

$$\Delta\Phi = k \frac{r^2}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (4)$$

Če je razlika faz manjša ali enaka  $\pi$ , potem vsa delna valovanja med seboj konstruktivno interferirajo. Radiju  $r_1$ , ki ustreza temu pogoju ( $\Delta\Phi(r_1) = \pi$ ), bomo rekli radij prve Fresnelove cone. Kolobarju z notranjim radijem  $r_1$  in zunanjim  $r_2$ , za katerega je fazna razlika (4) enaka  $2\pi$ , pravimo druga Fresnelova cona. Tudi za to Fresnelovo cono velja, da vsa delna valovanja, ki gredo skozi njo, konstruktivno interferirajo. Povprečna faza valovanja, ki doseže detektor skozi prvo Fresnelovo cono pa je za  $\pi$  različna od faze

valovanja, ki ga prispeva prva cona. Radiji krožnic, ki ločujejo Fresnelove cone, si sledijo kot

$$r_n = \sqrt{n\lambda f}, \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \quad (5)$$

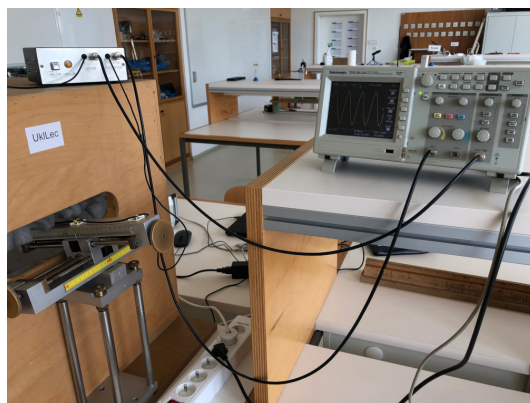
kjer smo z  $f$  označili goriščno razdaljo leče po analogiji z enačbo leče pri optiki. Površina vseh Fresnelovih con je enaka, zato so tudi amplitude prispevkov s posameznih Fresnelovih con skoraj enake in vedno v proti-fazi glede na sosednje cone. Če izdelamo zaslon tako, da je odprta samo vsaka druga Fresnelova cona, se bo amplituda zvočnega polja v izbrani točki točki zelo ojačala, v smeri prečno na os pa bo hitro padla. Zato takšnemu zaslonu pravimo uklonska leča. Vzdlž osi, bližje in dalj od točke 0, pada amplituda počasneje, hitrost padanja pa podaja globinsko ostrino leče. Razdalji med točko maksimuma in točko na osi, v kateri pade amplituda valovanja na 70 %, rečemo globinska ostrina leče. Z njo ocenimo, za koliko smemo premakniti ravnino slike, da ostane slika še vedno zadovoljivo ostra. Ločljivost leče imenujemo najmanjši kot med točkastima izvoroma, ki ju v ravnini slike zaznamo kot dve ločeni točki.

## Potrebščine

- Uklonski zaslon s premičnimi kolobarji (Fresnelovimi conami) v leseni škatli z zvočno izolacijo. Zunanji polmeri zaporednih Fresnelovih con so podani:

$r_n$	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$	$r_6$	$r_7$	$r_8$	$r_9$	$r_{10}$
(mm)	48.7	68.9	84.4	97.4	108.9	119.3	128.9	137.8	146.1	154.1

- Ultrazvočni izvor in detektor, nameščena na mehanskih nosilcih s translatorji.
- Enota z elektroniko: generator sinusne napetosti s frekvenco  $(40.20 \pm 0.04)$  kHz, predojačevalnik signala z detektorja, filter in ojačevalnik signala.
- Osciloskop in računalnik.



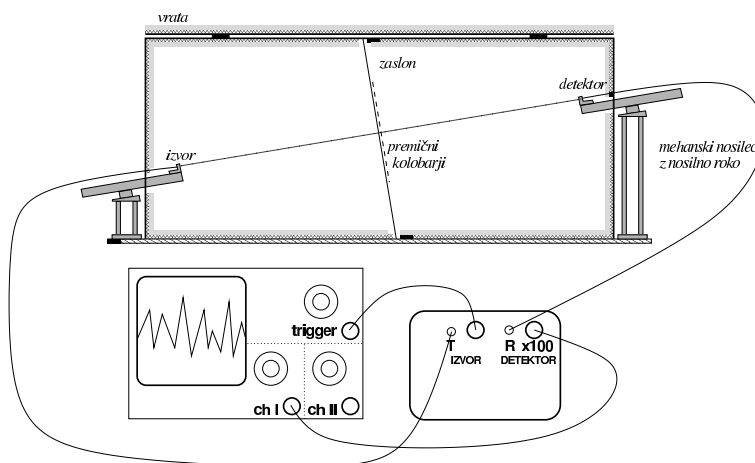
**Slika 3:** (*levo*) Uklonska leča v ohišju. (*desno*) Signal z detektorja ultrazvočnega valovanja opazujemo z osciloskopom.

## Naloga

1. Izmeri valovno dolžino ultrazvoka in določi goriščno razdaljo uklonske leče.
2. Izmeri amplitudo in fazo zvočnega polja na mestu pričakovane slike izvora. Kot lečo uporabi najprej vsak posamezni kolobar in potem najmanj šest različnih kombinacij kolobarjev. (npr. [1,2], [2,4], [1,3,4], [1,2,3,4], [6,7,8], [3,5,7])
3. Sestavi sodo ali liho uklonsko lečo in zanjo izmeri prečni in vzdolžni prerez uklonske slike. Iz meritev oceni kvaliteto preslikave.
4. Izmeri prečni profil uklonske slike za izvor, ki je izmaknjen z osi.

## Navodilo

Shema merilnega sistema prikazuje slika 4. Pri vaji uporabljamo piezoelektrični ultrazvočni izvor in detektor. Oba sta prirejena za delo z valovanjem s frekvenco okrog 40 kHz. Izvor napajamo s sinusnim signalom amplitude  $(4.60 \pm 0.05)$  V. Signal z detektorja ojačamo s pred-ojačevalnikom, filtriramo in še enkrat ojačamo za faktor 100. Ojačan signal vodimo na osciloskop, kamor vodimo tudi napajalno napetost z izvora in jo uporabimo za proženje, da lahko opazujemo spreminjanje faze signala z detektorja.



Slika 4: Shema merilnega sistema za študij uklonske leče

Uklonski zaslon je sestavljen iz aluminijaste plošče z nosilnim križem. Na njem so zatiči, na katere sedijo luknje izvrtane v aluminijaste kolobarje, slika 3 levo. Uklonska leča je izdelana za valovno dolžino  $\lambda_0 = 8.63$  mm in goriščno razdaljo  $f = 0.275$  m. Pri ekvidistantni postavitvi izvora in detektorja sta tako razdalji  $a = b = 0.55$  m. Pri taki postavitvi je približek o majhnih kotih med  $\vec{r}_P$ ,  $\vec{r}_O$  in  $\hat{n}$  najbolj izpolnjen.

**A.** S kolobarji ravnaj previdno, ker se hitro zvijejo. S številko 1 je označena gornja luknja, ki mora biti na zgornjem (daljšem) zatiču. Vklapi oscilator, pred-ojačevalnik in osciloskop, da se elektronika segreje in se s tem frekvenca oscilatorja ustali. Odstrani vse kolobarje z zaslona, zapri škatlo, postavi izvor in detektor v izhodiščni položaj, ki je določen z ničloma na merilih obeh parov translatorjev. Premikaj detektor vzdolž osi

sistema in na osciloskopu opazuj, za koliko valovnih dolžin se je premaknil detektor. Iz razdalje, ki jo odčitáš na translatorju, dobiš valovno dolžino ultrazvoka. Meritev večkrat ponovi.

Valovna dolžina ultrazvoka določa goriščno razdaljo leče, kot pravi enačba (5), saj imajo kolobarji fiksne dimenzije. Ko si določil goriščno razdaljo leče za izmerjeno valovno dolžino, izračunaj še razdaljo  $b$ , če postaviš izvor v izhodišče, kjer je  $a = 0.55$  m. Detektor postavi na razdaljo  $b$  od zaslona. V tej točki pričakujemo sliko izvora.

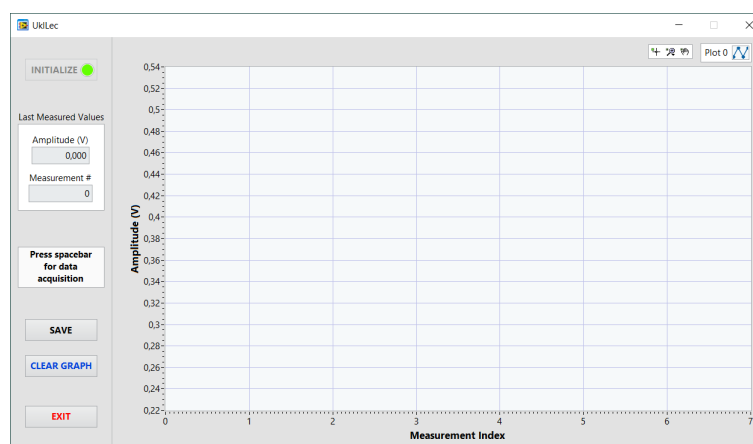
**B.** Postavi vse kolobarje razen centralnega na nosilni križ in prični z meritvami amplitude in faze ultrazvoka, kot jo izmeri detektor, ki ga ne premikaš. Kot ničlo faze izberi fazo, ki jo ima valovanje prehajajoče skozi prvo Fresnelovo cono. Izmeri vrednosti amplitude in faze vseh ostalih posameznih kolobarjev, tako da jih izmenoma snemaš in vračaš na njihovo mesto. Slika 5 prikazuje primer meritve amplitude oz. faze valovanja za tretjo Fresnelovo cono. Ali se izmerjene faze posameznih con ujemajo s teoretično napovedjo? Kaj pričakuješ glede amplitud prepuščenega valovanja skozi posamezni kolobar (cono)?



**Slika 5:** Odprta tretja cona (kolobar) pri meritvi amplitude in faze valovanja.

Izmeri tudi vsote prispevkov različnih kombinacij kolobarjev, za katere pričakuješ, da se bodo izničili ali pa sešteli. Izmeri najmanj šest različnih kombinacij, ki se ti zdijo zanimive.

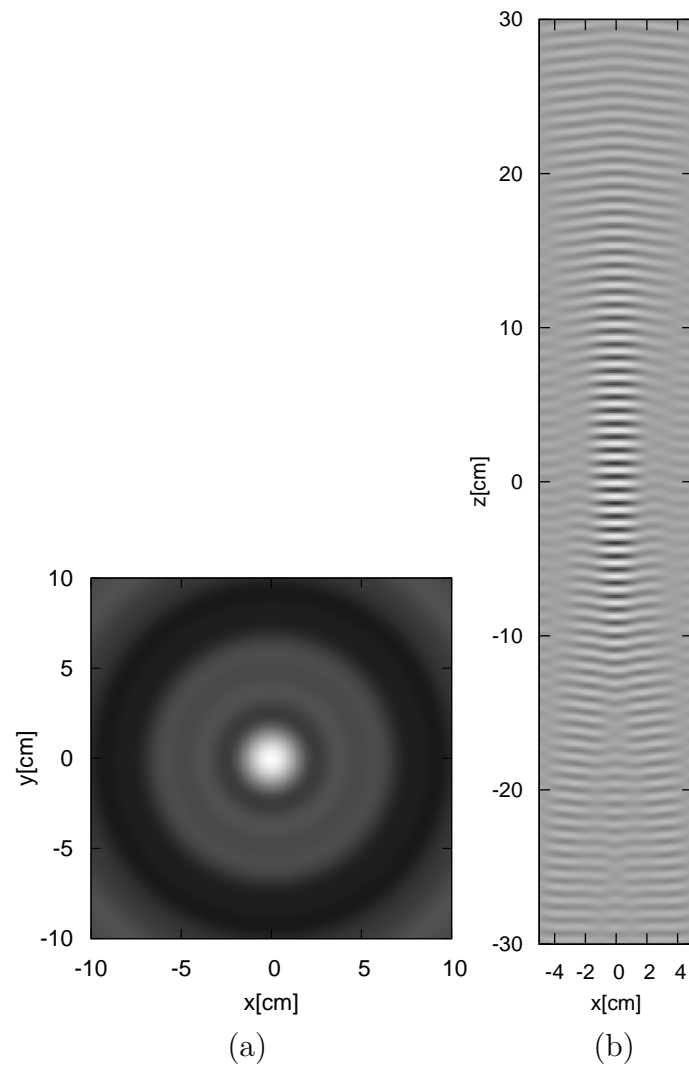
**C.** Za naslednje meritve imaš na voljo dve leči: liho, ki jo sestavlja prvih pet odprtih lihih kolobarjev, ali sodo, sestavljeno iz petih sodih kolobarjev. Sestavi eno od teh. Premeri prečni in vzdolžni prerez zvočnega polja okrog pričakovane slike izvora in nariši ustrezna grafa. Za hitrejšo izvedbo meritev uporabi program **UklLec**, ki se nahaja na namizju prenosnika ob vaji. Za dostop je namenjen uporabnik **student** z geslom **praktikum2**. Slika 6 prikazuje okno programa za zajem meritev RMS (angl. *root-mean-square*) amplitude signala.



**Slika 6:** Program **UklLec** za zajem meritev RMS amplitude signala.

Najprej priklapi USB kabel iz osciloskopa na ustrezni vhod na prenosniku, nato pa stisni gumb **Initialize** v programu. Med inicializacijo se bo prikaz signala na zaslonu osciloskopa spreminjal. Po uspešno izvedeni inicializaciji se bo rdeča oznaka na gumbu spremenila v zeleno, sedaj lahko pričneš z zajemanjem meritev. Ob vsakem pritisku na tipko preslednica (spacebar) bo program s pomočjo osciloskopa zajel trenutno RMS vrednost signala in jo prikazal na grafu. X-os grafa prikazuje zaporedno številko (indeks) meritve, zato si ob meritvah v svoj dnevnik nujno zapiše pri kakšni legi detektorja je bila izvedena posamezna meritev. Najlažje to narediš tako, da si zapišeš prvo (skrajno) lego detektorja in ga potem premikaš za enak konstanten premik, ki si ga prav tako zapišeš. Premik naj bo dovolj majhen, da se bo jasno videla oblika izmerjenega profila. Meritev posameznega profila shraniš s pritiskom na gumb **Save**, podatki (RMS amplitude) se bodo shranili v privzeto mapo imenovano **UklLec**, ki se nahaja na namizju prenosnika. S pritiskom na gumb **Clear Graph** se trenutne meritve izrisane na grafu izbrišejo. Iz meritev vzdolžnega profila oceni, kolikšna je globinska ostrina leče. Teoretični izračun prečnega in vzdolžnega prereza polja intenzitete zvoka pri nevtralnem položaju detektorja v primeru "lihe leče" je prikazan na sliki 7. Opazimo, da je v ravnini vzdolž simetrijske osi leče fokusiranje dosti manj intenzivno kot v ravnini prečno na simetrijsko os.

**D.** Kljub temu, da leča fokusira idealno le točke na osi, jo je možno uporabiti tudi za izvore, ki so izmaknjeni z osi. Izmakni izvor v prečni smeri za eno izmed naslednjih vrednosti (3 cm, 5 cm, 7 cm ali 9 cm) in izmeri amplitudo zvoka okoli pričakovane točke slike vzdolž osi sistema in prečno nanj, to je enako kot prej. Na ista grafa, ki si ju narisal prej, dodaj še ti dve meritvi. Koliko slabša je preslikava za izmaknjeni izvor? Iz grafa oceni, za koliko bi moral premakniti izvor z osi, da bi vrh preslikave izmaknjenega izvora sovpadel s prvim minimumom preslikave centralnega izvora. V tem primeru sliki dveh izvorov razločimo kot dve različni točki.



**Slika 7:** Prereza polja intenzitete zvoka v ravnini prečno (a) in vzdolž (b) simetrijske osi leče pri primeru t.i. lihe leče. Izhodišče koordinatnega sistema je v gorišču leče in  $z$  os leži vzdolž simetrijske osi.