

# Torzijsko nihalo

Martin Šifrar

8. januar 2022

## 1 Uvod

O strižni napetosti  $F/S$  govorimo takrat, ko leži sila v ravnini ploskve v kateri prijemlje, v nasprotju s tlačno silo, ki je pravokotna na ploskev. Za strižno napetost velja enačba

$$\frac{F}{S} = G\alpha.$$

Torzijski koeficient žice je sorazmernostni faktor med navorom in kotom  $\varphi$ , zasukom prostega konca žice

$$M = D\varphi,$$

Torzijski koeficient je za zasuke, ki niso preveliki, povezan s strižno napetostjo  $G$  preko

$$D = \frac{\pi\rho^4 G}{2\ell}, \quad (1)$$

pri čemer je  $\rho$  polmer,  $\ell$  pa dolžina žice. Če na spodnji konec viseče žice obesimo telo in ga zasukamo, lahko opazujemo torzijsko nihanje. Za majhne zasuke je to nihanje harmonično in velja

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}. \quad (2)$$

## 2 Naloga

1. Določi torzijski koeficient  $D$  žice.
2. Izračunaj strižni modul  $G$  jekla, iz katerega je žica.
3. Določi vztrajnostni moment in vztrajnostni radij danega telesa (kvadra z valjasto votlino) iz meritve nihajnega časa torzijskega nihala in primerjaj rezultat izračunanim vztrajnostnim momentom.
4. Določi vztrajnostni moment zobnika.

## 3 Meritve in račun

Prvo izmerimo dimenzije nihala. Žica, ki se pri nihanju torzijsko zvije, je dolga

$$\ell = (11.00 \pm 0.02) \text{ mm},$$

in ima polmer

$$\rho = (0.25 \pm 0.01) \text{ mm}.$$

Če zdaj nihalo zasučemo za majhen kot, izmerimo periodo  $t_p$  – povprečni čas 10-ih nihajev s prazno ploščo. To meritev ponovimo trikrat (tabela 1), nato pa enako storimo če za ploščo z valjem, ploščo s kvadrom in ploščo z zobnikom.

Valj z luknjo stojimo in mu izmerimo notranji premer, zunanji premer, višino

meritev	$t_p$ [s]	$t_v$ [s]	$t_k$ [s]	$t_z$ [s]
1	1.909	5.366	3.715	3.031
2	1.909	5.378	3.722	3.016
3	1.912	5.375	3.691	2.997
$\bar{t}$ [s]	1.910	5.373	3.709	3.015
$\sigma_t$ [s]	0.001	0.005	0.013	0.014

Tabela 1: Povprečja 10-ih period za nihalo samo s ploščo, z valjem, s kvadrom in z zobnikom. Prve tri vrstice vsebujejo meritve, zadnji dve pa povprečja in standarne odmike treh poskusov (vsak je povprečje za 10 nihajev).

$$\begin{aligned}
m_v &= (2494 \pm 2) \text{ g}, \\
r &= (14.10 \pm 0.02) \text{ mm}, \\
R &= (87.30 \pm 0.02) \text{ mm}, \\
H &= (49.42 \pm 0.02) \text{ mm}.
\end{aligned}$$

Iz teh podatkov lahko po znani formuli izračunamo vztrajnostni moment valja

$$J_v = (2.438 \pm 0.001) \text{ gm}^2.$$

Za nihalo z valjem velja po enačbi 2

$$D = (J_p + J_v) \left( \frac{2\pi}{t_v} \right)^2.$$

Ker je hkrati  $J_p = D \left( \frac{t_p}{2\pi} \right)^2$ , je

$$D \left( 1 - \left( \frac{t_p}{t_v} \right)^2 \right) = J_v \left( \frac{2\pi}{t_v} \right)^2. \quad (3)$$

Izračunamo, da je torzijsko koeficient žice

$$D = (3.82 \pm 0.01) \text{ mNm}.$$

Preko enačbe (1), lahko iz torzijskega koeficienta izračunamo strižni koeficient materiala, iz katerega je narejena žica. Izračunamo strižni koeficient

$$G = (7 \pm 1) \text{ kN/mm}^2.$$

Enačba (3) ne velja le za  $t_v, J_v$ , temveč tudi za  $t_k, J_k$  in  $t_z, J_z$ . Velja za poljubno telo, ki ga položimo na ploščo tako, da os vrtenja prebada njegovo težišče. Za kvader z luknjo izračunamo

$$J_k = (0.98 \pm 0.01) \text{ gm}^2,$$

za zobnik pa

$$J_z = (0.53 \pm 0.01) \text{ gm}^2.$$

Kvader z luknjo smo prav tako stehali in izmerili dolžini stranic, višino in premer luknje

$$\begin{aligned}
m_k &= (1194 \pm 2) \text{ g} \\
a &= (60.30 \pm 0.02) \text{ mm} = b, \\
h &= (60.10 \pm 0.02) \text{ mm}, \\
d &= (40.00 \pm 0.02) \text{ mm}.
\end{aligned}$$

Tedaj zapišemo izraz za vztrajnostni moment

$$J_k = \sigma \left( \frac{S_{\square}}{12}(a^2 + b^2) - \frac{S_{\circ}}{2} \left( \frac{d}{2} \right)^2 \right),$$

in izraz za maso kvadra z luknjo

$$m_k = \sigma (S_{\square} - S_{\circ}).$$

Če upoštevamo, da je  $a = b$  in izraza zdelimo in poenostavimo, dobimo izraz za vztrajnostni moment kvadra z luknjo

$$J_k = \frac{m_k}{24} \left( \frac{16a^4 - 3d^4}{4a^2 - \pi d^2} \right).$$

Od tod poračunamo, da je vztrajnostni moment

$$J_k = (0.980 \pm 0.002) \text{ gm}^2,$$

kar se ujema z vrednostjo, ki smo jo dobili iz nihajnih časov.