

Piezelektričnost

Uvod

Kristali v feroelektričnem stanju so tudi piezelektrični: mehanska obremenitev spremeni električno polarizacijo, in obratno, zunanje električno polje, v katerem je kristal, povzroči deformacijo kristala. Vzrok za to je sklopitev med mehansko in električno energijo kristala. Navedimo nekaj primerov piezelektričnih kristalov, ki so feroelektrički: barijev titanat (BaTiO_3), rošelska sol (natrijev kalijev tartrat) in triglicinsulfat. Piezelektrični pa so tudi neferoelektrični kristali, npr. kremen (SiO_2). Piezelektrični efekt dobimo pri kristalih, ki nimajo centra simetrije. V praksi pogosto srečujemo podskupino piezelektrikov imenovana piroelektrički, ki pa imajo polarno os in njihova polarizacija je temperaturno odvisna.

Piezelektrički se odzovejo na deformacijo s polarizacijo snovi. Lokalno deformacijo povzročeno v neki točki s silo $d\vec{F} = (dF_i) \ i = 1, 2, 3$, podamo z napetostnim tenzorjem T_{ij} $i, j = 1, 2, 3$, definiranim kot

$$T_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{dF_i}{dS_j} + \frac{dF_j}{dS_i} \right), \quad (1)$$

kjer so $dS_i \ i = 1, 2, 3$ tri med seboj pravokotno-orientirane površine delovanja sile $d\vec{F}$. Elemente tenzorja T_{ij} , ki so v splošnem odvisni od pozicije v kristalu, dobimo tako: izberemo majhno ravno ploskvico velikosti dS , tako da je njena normala orientirana v določeno smer. Na tej ploskvici deluje en del kristala na drugega z majhno silo dF , katere smer se v splošnem ne ujema s smerjo normale na ploskvico. V izbranem koordinatnem sistemu postavimo na izbranem mestu v kristalu tri ploskvice, tako da so njihove normale vzporedne s koordinatnimi osmi. Te ploskvice označimo z dS_x , dS_y in dS_z : npr. ploskvica dS_x je pravokotna na os x . Na vsaki od treh ploskvic deluje en del kristala na drugega s silo, ki ima komponente v smeri vseh treh osi. Pri oznaki komponente tenzorja T_{ij} pomenita indeksa po eno od treh koordinat, npr. T_{xy} . Odvod sile po ploskvi v izrazu za T_{ij} , npr. dF_x/dS_y , pomeni količnik med komponento x sile, ki deluje na ploskvico z normalo v smeri osi y , ter velikostjo te ploskvice.

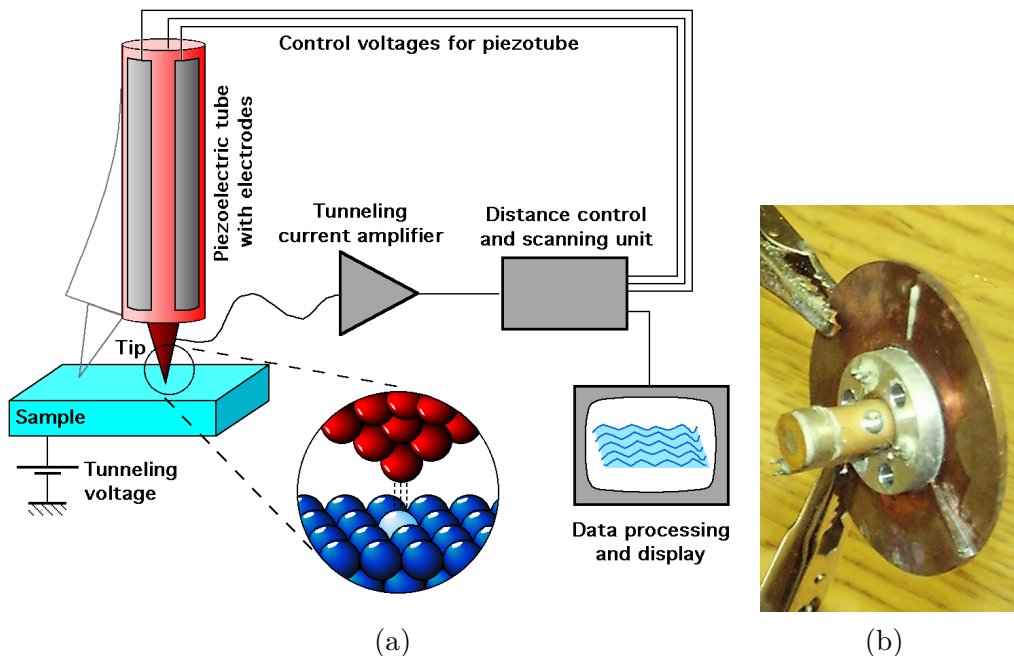
Pri piezelektrikih je zveza med polarizacijo kristala \vec{P} in mehansko napetostjo T_{ij} linearna in v splošnem določena s tenzorjem 3. reda

$$P_i = d_{ijk} T_{jk}. \quad (2)$$

Pri tem upoštevamo Einsteinovo konvencijo, da na desni strani enačbe seštevamo po ponavljajočih indeksih j in k .

Elemente tenzorja d_{ijk} imenujemo "piezelektrični moduli". Praktično jih merimo v izbranih smereh kristala. Električni naboj merimo na izbrani ploskvi, mehanska obremenitev pa je lahko tlak na ploskev, upogib ali torzija. Kot piezelektrik največkrat uporabljamo kvarc v obliki ploščic ali piezelektrično keramiko, navadno v obliki ploščic, polarizirano pravokotno na ploskev (svinčev cirkonijev titanat PbZrTiO_3). Piezelektrične materiale uporabljamo za merjenje sprememb tlaka in sil, kot mikrofone in generatorje ultrazvoka. Piezelektrički so pomembni tudi pri delovanju sodobnega vrstičnega tunnelskega mikroskopa (angl. *scanning tunneling microscope* - STM), katerega

shema je prikazana na sliki 1a. S takim mikroskopom lahko "otipamo" relief in atomsko zgradbo površin raznih materialov. Bistveni del mikroskopa je tanka kovinska igla na koncu piezoelektrične cevke opremljene z elektrodami. S pomočjo napetosti na elektrodah lahko cevko, ki je prikazana na sliki 1b, nekoliko upogibamo in ji spreminjamo dolžino ter tako določamo položaj igle.



Slika 1: Shematični prikaz vrstičnega tunelskega mikroskopa, iz vira [1], in piezoelektrična cevka, ki je vidna v sredini skenerja. Na koncu cevke je zlata ploščica, na katero se z magnetom pritrdi kovinska konica s katero tipamo površino, iz vira [2].

V praktikumski vaji bomo izmerili piezoelektrični odziv ploščice iz piezoelektrične keramike. Shema meritve je prikazana na sliki 2.

V primeru piezoelektrične keramike ima tenzor d_{ijk} tri neodvisne elemente. To so d_{131} , d_{311} in d_{333} , če je os z izbrana vzporedno z začetno polarizacijo keramike. V našem primeru s silo \vec{F} , pravokotno na ploskev S , ustvarjamo (tlačno) napetost $T = T_{33} = F/S$ in povzročimo nastanek polarizacije $P_3 = d_{333}T_{33} = dT$. V snovi vzdolž z -smeri velja med polarizacijo P_3 in gostoto električnega polja D naslednja zveza

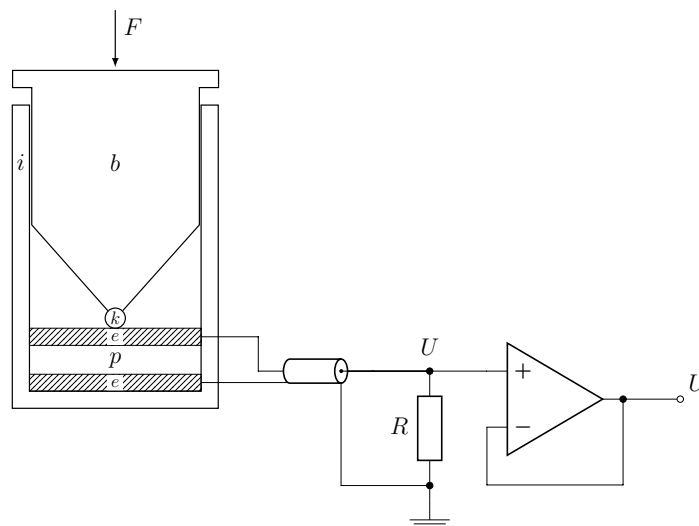
$$D = \epsilon\epsilon_0 E + dT \quad (3)$$

kjer je ϵ dielektrična konstanta piezoelektrika pri konstantni napetosti in temperaturi in $d = d_{333}$. Naboj na eni ploskvi kondenzatorja oz. ploščice keramike je $q = DS$ in z upoštevanjem povezave med električno jakostjo in napetostjo $E = U/b$ dobimo, da je naboj

$$q = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{b} U + dF. \quad (4)$$

Opazimo, da je prvi člen le drug način, da napišemo naboj na ploščatem kondenzatorju ploščine S in debeline b s kapaciteto

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{b}. \quad (5)$$



Slika 2: Shema meritve. V valjasti posodi iz izolacijskega materiala (i) je okrogla plošča iz piezokeramike (p) s premerom $= (38.0 \pm 0.2)$ mm in debelino $= (6.5 \pm 0.2)$ mm med dvema elektrodama (e), od katerih je spodnja ozemljena. Sila F se prenaša preko bata (b) in kroglice (k) na piezoelektrik. Napetost merimo preko operacijskega ojačevalca.

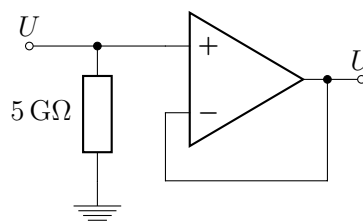
Z upoštevanjem tega naboja na kondenzatorju izrazimo kot

$$q = CU + dF. \quad (6)$$

Kondenzator se prazni preko upornika R s tokom $I = -\dot{q}$. Upor R je v našem primeru enak (5.0 ± 0.1) G Ω . Kot je prikazano na sliki 2, padec napetosti na uporniku

$$U = RI = -R\dot{q}, \quad (7)$$

spremljamo na osciloskopu preko povratno vezanega operacijskega ojačevalca (napetostni sledilnik, angl. *voltage follower*), slika 3.



Slika 3: (*levo*) Slika vezja v škatli: 5 G Ω upor je v stekleni zaščiti, operacijski ojačevalec pa je integrirano vezje (čip) spodaj. Dva kondenzatorja (zgoraj) sta namenjena za glajenje in stabilizacijo napajanja operacijskega ojačevalca. (*desno*) Diagram vezja v škatli (brez kondenzatorjev).

Del vezja s 5 G Ω uporom ter napetostnim sledilnikom se nahaja v škatlici, ki je vezana med izhod iz piezokristala (oz. kondenzatorja) ter vhod v osciloskop. Če odpremo pokrov škatlice, vidimo vsebino kot na sliki 3 levo.

Iz enačb (6) in (7) dobimo diferencialno enačbo za časovni potek napetosti

$$\dot{U} = -\frac{1}{\tau}U - \frac{d}{C}\dot{F} \quad (8)$$

pri čemer uvedemo časovno konstanto $\tau = RC$. Sedaj obravnavajmo oba predvidena scenarija spremembe napetosti na kristalu, za katere je

$$F_s(t) = F_0\theta(st), \quad (9)$$

kjer je F_0 teža uteži, predznak $s = +$ pa ustreza obremenjevanju in $s = -$ razbremenjevanju kristala. Tukaj uporabimo še enotsko stopnico definirano kot

$$\theta(t) = \begin{cases} 1 & : t \geq 0 \\ 0 & : \text{sicer} \end{cases}. \quad (10)$$

Sedaj vstavimo časovni potek sile (9) v enačbo za napetost (8) in jo rešimo pri začetnem pogoju $U(0^-) = 0$. Z uvedbo konstante $U_0 = -dF_0/C$ dobimo rešitev

$$U_s(t) = sU_0e^{-t/\tau}, \quad (11)$$

veljavno za $t > 0$. Opazimo, da je pri obremenjevanju in razbremenjevanju skok napetosti v nasprotnih smereh.

Za opazovanje počasnih pojavov je smiselno uporabiti osciloskop s pomnilnikom. Njihova velika prednost je tudi v tem, da lahko rezultate meritve preko ustreznega vmesnika prenesemo na računalnik za kasnejšo obdelavo. V praktikumu preko USB vmesnika in USB ključkov prenesemo izmerjene podatke za kasnejšo obdelavo na računalniku.

Potrebščine

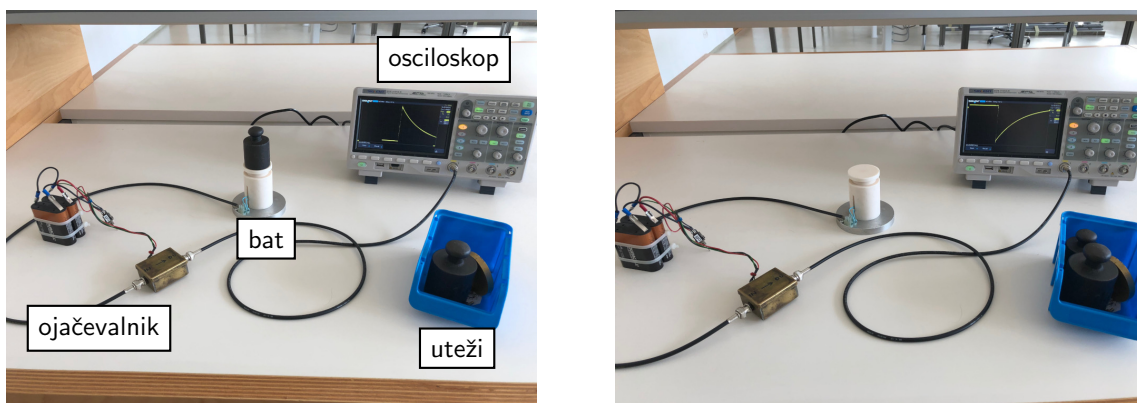
- merilna valjasta posoda s piezoelektrično keramiko s premerom $2R = (38.0 \pm 0.2)$ mm in debelino $h = (6.5 \pm 0.2)$ mm
- baterijsko napajanje elektrometrski ojačevalnik s preduporom $R = (5.0 \pm 0.1)$ G Ω
- digitalni osciloskop Siglent SDS 1104X-E
- USB ključ
- uteži za približno 200 g, 500 g in 1 kg

Naloga

1. Določi dielektrično konstanto ε vzorca iz piezoelektrične keramike.
2. Izračunaj piezoelektrični koeficient d keramike.

Navodilo

Preberi navodila za ravnanje z osciloskopom. Pazi, da je vhod osciloscopa nastavljen na DC sklopitev. Osciloskop nastavi na način časovnega merjenja napetosti, ter vklopi ROLL način. Na osciloskopu opazuj najprej signal, ki ga direktno daje piezoelektrična ploščica. Opazil boš, da lahko piezoelektrična ploščica deluje kot mikrofoni ali merilnik tresljajev klopi. Opazuj značilne odzivne čase. Poskušaj tudi izmeriti odziv po tem, ko piezoelektrik obremenite z utežjo.



Slika 4: Meritev odziva $U(t)$ pri obremenitvi piezoelektrične keramike (skrita v beli posodi z batom in utežjo na vrhu) (*levo*) ter pri razbremenitvi (*desno*).

Poveži izhod elektrometrskega ojačevalnika z osciloskopom. Eno od treh uteži postavi na ploščo merilnika in opazuj časovni signal na osciloskopu. Nastavi ustrezno časovno (os osciloscopa) in napetostno skalo (os). Sliko posnemi potem, ko najprej počakaš, da dosežeš stacionarno stanje. Nato zelo previdno obremenimo keramiko, [slika 4 levo](#), da kar se da zmanjšaš začetno nihanje napetosti. S pritiskom na RUN/STOP ustaviš zajemanje in graf premakneš na željeno mesto. Ponovi meritev tudi za razbremenitev keramike, [slika 4 desno](#).

Shranjevanje meritev na USB ključ

Ko si zadovoljen z opravljeno meritvijo, je čas da jo shraniš na USB ključ in si jo nato preneseš na svoj računalnik za kasnejšo obdelavo. Vstavi USB ključ v USB vhod osciloscopa spredaj (*levo spodaj*) in počakaj dokler osciloskop ne potrdi zaznane naprave. S pritiskom na gumb **Save/Recall** vklopiš menu za shranjevanje podatkov, kjer izbereš najprej **Save**. Nato izbereš format izpisa, in sicer **Type CSV** - meritve bodo shranjene v obliki vrednosti ločenih z vejico (CSV - angl. *comma-separated values*). Potem izberi **Press To Save in New**, kjer osciloskop ponudi možnost poimenovanja datoteke (po tabeli znakov se premikaš z univerzalnim vrtljivim gumbom, izbiro znaka potrdiš s pritiskom na isti vrtljivi gumb). Ko zaključiš z vnosom imena, meritev shraniš s pritiskom na gumb **Press To Save**.

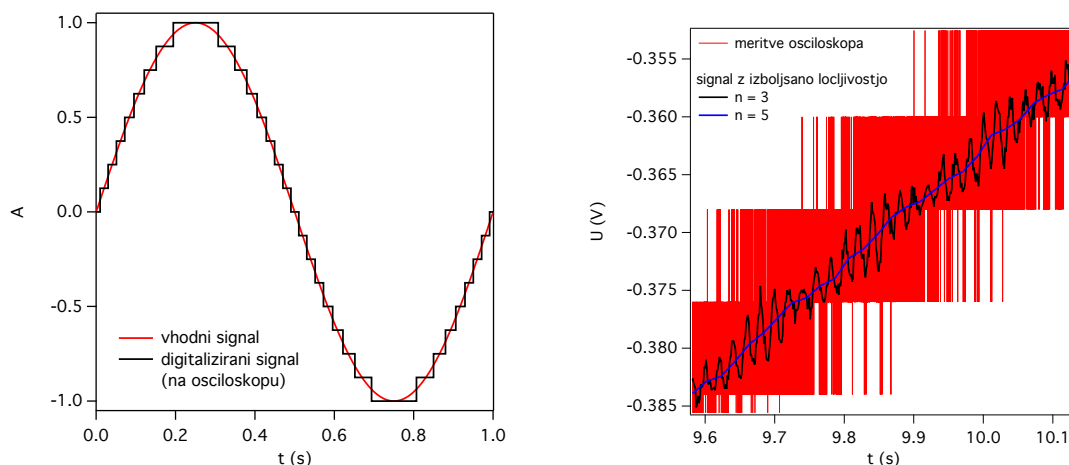
Izboljšanje ločljivosti meritev napetosti U z osciloskopom

Osciloskop digitalizira analogni vhodni signal s pomočjo 8-bitnega analogno-digitalnega pretvornika (angl. *analog-to-digital converter* - ADC), zato je ločljivost izmerjene nape-

tosti omejena: osciloskop tako lahko na primer merilno območje 1 V prikaže z ločljivostjo

$$\Delta U = \frac{1 \text{ V}}{2^8 - 1} \approx 3.9 \text{ mV}. \quad (12)$$

Osciloskopi se namreč ne uporabljajo za natančne meritve napetosti temveč za meritve natančne časovne odvisnosti napetosti, oz. signalov. Ločljivost lahko zaradi hitrega vzorčenja (angl. *oversampling*) izboljšamo tako, da povprečimo izmerjeno vrednost napetosti v intervalih dolžine (števila meritev) 4^n , kjer je n vsak dodaten bit pridobljene ločljivosti, slika 5.



Slika 5: (*levo*) Primer 4-bitne digitalizacije vhodnega signala. (*desno*) Izsek izmerjenega signala z osciloskopom z 8-bitno ločljivostjo (rdeče) in signal s povečano ločljivostjo napetosti za $n = 3$ (črna) in $n = 5$ (modra) bitov.

Obdelava meritev

A. Iz grafov za časovno odvisnost napetosti izračunaj časovno konstanto (ta bi morala biti enaka za vse signale, zakaj?). To lahko narediš na dva načina. Po prvem načinu pri času t_1 potegni tangento na krivuljo in odčitaj, kje seka vodoravno os (čas t_2). Časovna konstanta je $\tau = t_2 - t_1$. Prepričaj se o tem z odvajanjem enačbe (11) po času. Ta način določitve časovne konstante ni najbolj natančen, saj je precej subjektivno, kako bomo potegnili tangento na krivuljo.

Pri drugem načinu s pomočjo računalnika prilagodi ("fitanje") teoretično krivuljo, enačba (11), na izmerjene podatke. Enačbo (11) lahko za prilagajanje k meritvam še nekoliko posplošimo v

$$U_s(t) = U_b + s U_0 e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} \theta(t - t_0), \quad (13)$$

tj. enačbo s štirimi parametri, kjer je U_b konstantna napetost ozadja, U_0 skok napetosti pri obremenitvi/razbremenitvi ob času t_0 ter karakteristični čas τ . Funkcija $\theta(t - t_0)$ je enotska stopnica, ki je za $t < t_0$ enaka 0 za $t \geq t_0$ pa je enaka 1. Modela v enačbi (13) ne moremo enostavno prilagoditi meritvam, saj so parametri U_0 in $\frac{t_0}{\tau}$ medsebojno odvisni, zato raje prilagodimo samo eksponentni del k meritvam za čase $t > t_0$, U_b pa določimo ločeno samo iz začetnega dela meritev (pred skokom napetosti). Tako lahko izluščimo iskano vrednost karakterističnega časa τ ter začetnega skoka napetosti U_0 .

Primerjaj rezultat za oba načina. Z uporabo relacije $\tau = RC$ in enačbe (5) s pomočjo pridobljene časovne konstante τ izračunaj kapaciteto kondenzatorja in dielektrično konstanto ε piezoelektrika.

B. Nariši graf začetnega skoka napetosti $U_0 = U(t = t_0)$ v odvisnosti od obremenitve keramike F , tako da razbremenitev upoštevaj kot negativno (tlačno) napetost. Nazadnje izračunaj še piezoelektrični koeficient d po enačbi (6).

Premisli delovanje ojačevalca, ki ima v našem primeru vlogo sledilca napetosti (angl. *voltage follower*).

Po končani vaji izklopi napajanje ojačevalnika, da se baterije ne izpraznijo!

Literatura

- [1] *Wikipedia, Scanning tunneling microscope*. URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Scanning%5C_tunneling%5C_microscope.
- [2] Rok Žitko. *Skenirni tunelski mikroskop razvit na oddelku F5, Instituta Jozef Štefan*.