

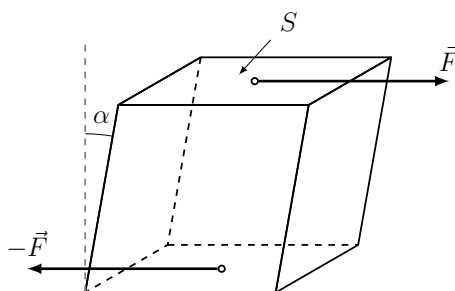
Torzijsko nihalo z visečo žico

Uvod

Poleg tlačnih in nateznih obremenitev poznamo pri trdnih snoveh tudi strižne obremenitve. O strižni napetosti F/S govorimo takrat, ko leži sila v ravnini ploskve v kateri prijemlje, v nasprotju s tlačno silo, ki je pravokotna na ploskev. Navadno opazujemo strižne deformacije mirujočih teles. Zaradi ravnovesja sil na telo sklepamo, da strižne sile nastopajo v parih. Podobno kot smo pri natezni obremenitvi žice ali palice opredelili prožnostni (elastični) modul E , vpeljemo pri strižni obremenitvi strižni modul G . Par strižnih sil F in $-F$ naj deluje na nasprotnih (osnovnih) ploskvah kvadra, tako da ga deformira v paralelepiped, kot prikazuje slika 1. Za strižno napetost velja enačba

$$\frac{F}{S} = G\alpha, \quad (1)$$

kjer je α nagib dveh stranskih ploskev kvadra. Čeprav sta strižni sili navadno porazdeljeni ploskovno, ju zaradi nazornosti rišemo tako, kot da bi imeli točkasti prijemališči. Prožnostni in strižni modul sta odvisna od vrste snovi.



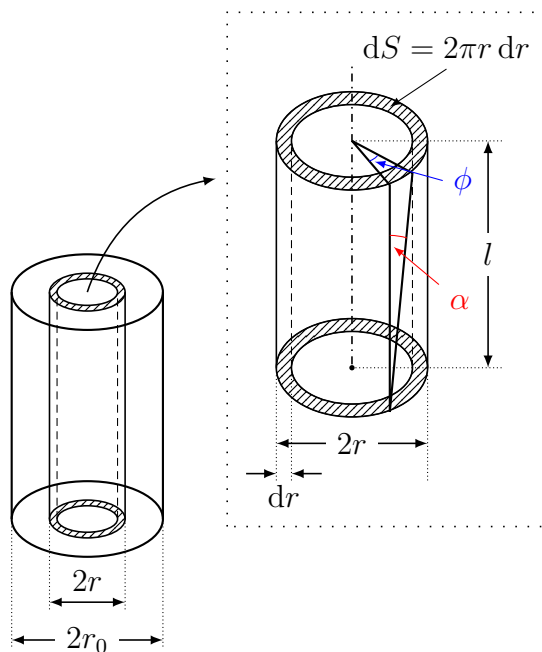
Slika 1: Strižna deformacija, ki jo povzroči par nasprotnih sil.

Tudi pri torzijski deformaciji žice gre za čisto strižno obremenitev. V tem primeru so deli žice različno zasukani okrog njene vzdolžne geometrijske osi. Torzijski koeficient žice D je opredeljen z enačbo

$$M = D\phi, \quad (2)$$

kjer je M navor na žico in ϕ zasuk enega konca žice glede na drugega. Strižne sile so porazdeljene na nasprotnih koncih - osnovnih ploskvah žice. Torzijski koeficient D je odvisen od dolžine in debeline žice ter od strižnega modula snovi, iz katere je narejena. Obravnavajmo žico z okroglim presekom. Žico z dolžino l in polmerom r_0 si mislimo razdeljeno na koncentrične tanke cevke (votle valje), ki se med seboj tesno prilegajo, kot kaže slika 2. Pri torzijski deformaciji se izbran votli valj s polmerom r in debelino dr preoblikuje tako, da se njegova stena strižno deformira za kot $\alpha = r\phi/l$. To pomeni, da se zgornji del cevke zasuje glede na spodnjega za kot ϕ . Zaradi te deformacije se na osnovni ploskvi površine $2\pi r dr$ votlega valja pojavijo sile, katerih skupni navor glede na os žice je

$$dM = r dF = r\alpha G dS. \quad (3)$$



Slika 2: Torzijska deformacija žice.

Celotni navor M , ki deluje na osnovno ploskev žice, je tako enak

$$M = \int dM = \frac{\pi r_0^4 G \phi}{2l}. \quad (4)$$

Iz zgornje enačbe lahko odčitamo torzijski koeficient D žice kot

$$D = \frac{\pi r_0^4 G}{2l}. \quad (5)$$

Iz izmerjenega torzijskega koeficienta žice lahko izračunamo strižni modul G . Strižni modul je za izotropne snovi povezan s prožnostnim modulom E z enačbo

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (6)$$

pri čemer je μ Poissonovo število in predstavlja razmerje med skrčkom žice v prečni smeri $\Delta r/r$ in podaljškom v vzdolžni $\Delta l/l$

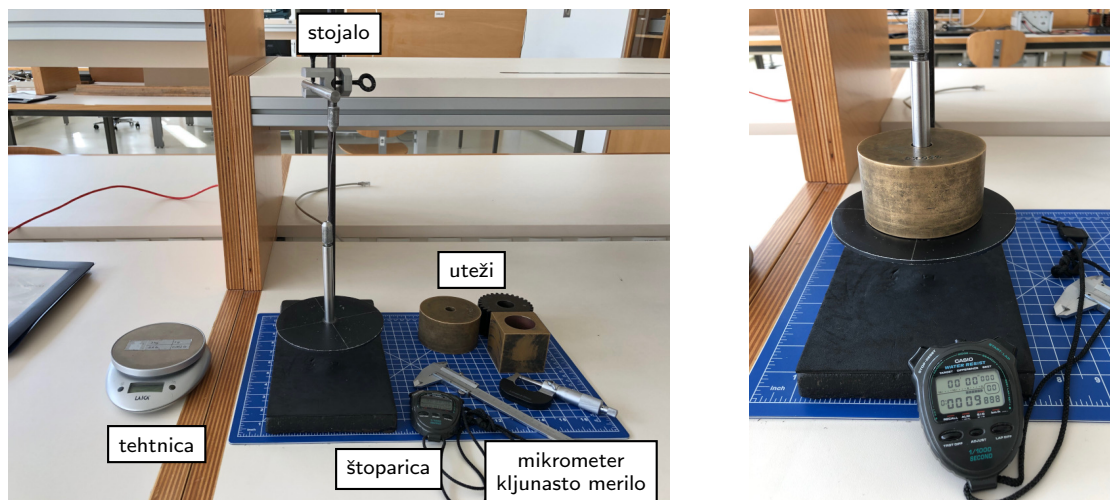
$$\frac{\Delta r}{r} = -\mu \frac{\Delta l}{l}. \quad (7)$$

Če na spodnji konec viseče žice obesimo telo, žico spodaj nekoliko zasukamo in spustimo, začne sučno nihati. Pri majhnih zasukih je to nihanje sinusno, nihajni čas pa je odvisen od torzijskega koeficienta žice in vztrajnostnega momenta obešenega telesa z enačbo

$$t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}. \quad (8)$$

Potrebščine

- stojalo, jeklena žica, plošča z ročajem
- uteži: votel kovinski valj, kvader z valjasto votlino
- tehtnica, štoparica, kljunasto merilo, mikrometer



Slika 3: Postavitev eksperimenta torzijskega nihala z visečo žico (*levo*) ter primer meritve nihajnega časa nihala z valjasto utežjo (*desno*).

Naloga

1. Določi torzijski koeficient D žice.
2. Izračunaj strižni modul G jekla, iz katerega je žica.
3. Določi vztrajnostni moment in vztrajnostni radij danega telesa (kvadra z valjasto votlino) iz meritve nihajnega časa torzijskega nihala in primerjaj rezultat z izračunanim vztrajnostnim momentom.
4. Določi vztrajnostni moment zobnika.

Navodilo

Na stojalo pritrdi žico in nanjo obesi ploščo z ročajem. Najprej izmeri nihajni čas nihala pri prazni plošči, potem z votlim valjem na plošči, nato še s kvadrom z valjasto odprtino na plošči in nazadnje še za zobnik. Vsa telesa dobro centriraj (zakaj je to pomembno?). Pri vsaki meritvi (za vse tri nihajne čase) izmeri čas primerne števila nihajev (vsaj 10) s štoparico in vsako meritev ponovi vsaj trikrat. Pazi, da so kotne amplitude pri nihanju majhne! Premisli, ali je bolje meriti nihajni čas ob prehodih skozi mirovno lego ali v skrajni legi.

Telesi, votli valj in kvader z valjasto odprtino premeri in stehtaj. Prav tako premeri žico. Z uporabo enačbe (8) iz izmerjenih nihajnih časov za različna telesa izračunaj vztrajnostni moment plošče J_p in kvadra J_k ter torzijski koeficient žice D . Pri tem upoštevaj, da je vztrajnostni moment votlega valja enak

$$J_v = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2), \quad (9)$$

kjer sta r_1 in r_2 notranji in zunanji radij valja in m njegova masa. Zadnjo enačbo tudi sam izpelji. Iz torzijskega koeficienta D in dimenzij žice izračunaj strižni modul kovine G . Primerjaj ga s strižnim modulom za jeklo, ki ga izračunaš iz podatkov za E in μ iz tabel v priročnikih, npr. [1]. Iz izmerjenih nihajnih časov nihala z dodanim zobnikom izračunaj tudi vztrajnostni moment zobnika.

Vztrajnostni moment polnega kvadra dimenzij $a \times b \times c$ in osjo vrtenja vzporedno z robom c skozi njegovo masno središče je

$$J_{\text{poln kvader}} = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2). \quad (10)$$

Z uporabo te enačbe ter meritve dimenzije in mase izračunaj vztrajnostni moment kvadra z valjasto votlino in ga primerjaj s pridobljenim preko meritve nihajnih časov. Izračunaj še vztrajnostni radij kvadra r_J , ki je definiran z enačbo

$$J = mr_J^2 \quad (11)$$

Vztrajnostni radij telesa ustreza radiju zelo tankega obroča, ki ima enako maso m in enak vztrajnostni moment J kot telo pri vrtenju, kjer se os vrtenja ujema z geometrijsko osjo obroča.

Literatura

- [1] Nikolaj Ivanovič Koškin in Mihail Grigor'evič Širkevič. *Priročnik elementarne fizike*. Tehnična Založba Slovenije, 1990.