

1. kolokvij iz Moderne fizike 1

15. december 2017

čas reševanja 90 minut

1. Elektron v neskončni potencialni jami širine 0,4 nm opisuje valovna funkcija $\psi = 4i\psi_2 + 3\psi_3$, ki je linearna kombinacija prvega in drugega vzbujenega stanja. Normiraj valovno funkcijo ψ in poišči ortogonalno stanje ψ_\perp , sestavljenega iz ψ_2 in ψ_3 . Izračunaj pričakovano vrednost energije za obe stanji.
2. Najmanj kolikšno energijo morajo imeti visokoenergijski kozmični anti-nevtrini $\bar{\nu}$, da na kozmičnem nevtrinskem ozadju $C\nu B$ s temperaturo $T_{C\nu B} = 1,95$ K tvorijo delec Z z maso $M_Z c^2 = 90$ GeV preko reakcije

$$\bar{\nu} + \nu_{C\nu B} \rightarrow Z?$$

Kinetična energija nevtrinov s temperaturo $T_{C\nu B}$ je enaka $T_\nu = \frac{3}{2}kT_{C\nu B}$, kjer je $k = 9 \times 10^{-5}$ eV/K. Za maso nevtrina vzemi $m_\nu c^2 = 0,05$ eV.

3. Na razdalji 130 milijonov svetlobnih let je združitev dveh nevtronskih zvezd sprožilo signal gravitacijskih valov s frekvenco 50 Hz in gama žarkov z energijo 200 keV, izmerjeno na Zemlji. S kolikšno hitrostjo in v katero smer se premika sistem zvezd, če je bila energija izsevanega fotona 100 keV? S kolikšno hitrostjo bi morala potoovati vesoljska ladja, ki odpotuje po prejemu signala, da bi do zvezd prišla v 130000 letih, merjeno na ladji? Kolikšno frekvenco gravitacijskih valov bi zaznali na ladji? Predpostavi, da se obe valovanji širita z $v = c$ na zveznici z Zemljo.
4. S pomočjo načela nedoločenosti oceni za koliko se nedoločenost lege δx ter energija E osnovnega stanja elektrona, ki se nahaja v sinusnem potencialu

$$V = \frac{1}{2}ka^2 \sin^2(x/a)$$

razlikuje od nedoločenosti lege δx_0 ter energije E_0 osnovnega stanja elektrona v harmonskem potencialu $V_0 = \frac{1}{2}kx^2$, kjer je $k = 50$ eV/nm² in $a = 0,4$ nm. Namig: Izračunaj najprej nedoločenost lege δx_0 ter energijo E_0 in išči rešitev za sinusni potencial z nastavkom $\delta x = \delta x_0 + \delta$ ter $E = E_0 + \Delta$ in privzemi, da je popravek majhen.

2. kolokvij iz Moderne fizike 1

19. december 2017

čas reševanja 90 minut

1. Kolikšne so: pričakovana vrednost energije, operatorja kvadrata vrtilne količine ter projekcije vrtilne količine na z os atoma vodika v stanju $\psi = (\sqrt{2}\psi_{2,1,0} - i\psi_{2,1,-1} + i\psi_{2,1,1})/2$? Poišči v katerih delih prostorskega kota je gostota verjetnosti elektrona največja.
2. Elektron v potencialu $V = m\omega^2 x^2/2$ pripravimo v kombinaciji drugega in tretjega vzbujenega stanja, $n = 2, 3$. Povprečni odmik ob času $\omega t = \pi/4$ je

$$\langle x(t) \rangle = \frac{3\sqrt{15}}{16}a, \quad a = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}, \quad \langle n|x|m \rangle = \frac{a}{\sqrt{2}} (\sqrt{m}\delta_{nm-1} + \sqrt{m+1}\delta_{nm+1}),$$

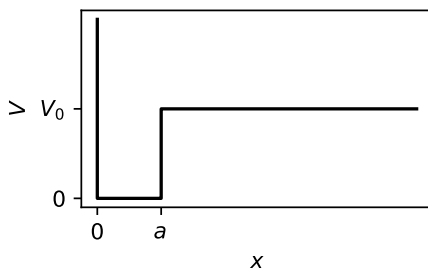
pri meritvi energije pa večkrat izmerimo E_2 kot E_3 . Kolikšni sta verjetnosti, da izmerimo $E_{2,3}$ in kolikšen je razpadni čas za dipolni sevalni prehod med stanjema?

3. Spinsko interakcijo dveh elektronov v stanju $|S, m_S\rangle$ sestavljenem iz eno-elektronskih $|s_1, m_{s1}\rangle, |s_2, m_{s2}\rangle$ stanj z enakima spinskima projekcijama na z os, opišemo z

$$\Delta \hat{H}_S = -\frac{\mathcal{J}}{\hbar^2} \hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2 - 2B_z \frac{\mu_B}{\hbar} (\hat{s}_{1z} + \hat{s}_{2z}),$$

kjer je B_z zunanje magnetno polje velikosti 1 T, $\mu_B = 0,06$ meV/T in $\mathcal{J} = 1$ meV. Kolikšen je popravek k energiji tega sistema? Upoštevaj, da so lastne energije funkcije lastnih vrednosti operatorjev kvadrata skupnega spina $\hat{S}^2 = (\hat{s}_1 + \hat{s}_2)^2$ ter njegove projekcije na z os $\hat{S}_z = \hat{s}_{1z} + \hat{s}_{2z}$.

4. Kolikšna je energija osnovnega (nevzbujenega) stanja elektrona, ki se nahaja v potencialni jami, $V_0 = 10$ eV, $a = 1$ nm. Privzemi, da je energija osnovnega stanja $E \ll V_0$, tako da se valovna funkcija pri $x = a$ ne razlikuje dosti od valovne funkcije elektrona v neskončni potencialni jami.



1. izpit iz Moderne fizike 1

13. februar 2017

čas reševanja 90 minut

1. Mione z maso $105 \text{ MeV}/c^2$ in lastnim razpadnim časom $\tau_\mu = 2 \mu\text{s}$ pospešimo z napetostjo 2 GV v prečno magnetno polje velikosti $B = 5 \text{ T}$. Kolikšen je polmer po katerem krožijo mioni? Koliko jih bo ostalo v takšnem pospeševalniku po 0,1 ms, če jih ob $t = 0$ vstopi $N_\mu = 10^6$? Za koliko se spremeni velikost eksperimenta (polmer obroča) in število preostalih delcev, če namesto mionov vzamemo nabite pione z maso $140 \text{ MeV}/c^2$ in razpadnim časom $\tau_\pi = 0,03 \mu\text{s}$?
2. a.) Elektron v neskončni enodimenzionalni potencialni jami širine 0,4 nm opisuje valovna funkcija $\psi \propto (2\psi_1 + i\psi_2)$, ki je linearna kombinacija osnovnega in prvega vzbujenega stanja. Izračunaj povprečno vrednost energije ter povprečno vrednost operatorja gibalne količine. b.) Kolikšna je energija osnovnega stanja sistema treh elektronov v potencialni jami? Pri tem zanemari elektrostatsko interakcijo med elektroni, upoštevaj pa Paulijevo izključitveno načelo.
3. V eksperimentu večkrat ponovimo isto meritev. Najprej pripravimo vodikov atom v stanju ψ_{n,l,m_l,m_s} , vedno z istimi kvantnimi števili, nato merimo energijo izsevanih fotonov. Pri meritvi sevalnega prehoda opazimo, da atom vedno izseva najprej foton z valovno dolžino 656,10 nm. Poskus ponovimo v močnem homogenem magnetnem polju, kjer je valovna dolžina izsevanega fotona vedno 656,00 nm. Kolikšne so lahko (glede na meritve) vrednosti kvantnih števil n, l, m_l, m_s ? Kolikšno magnetno polje B smo uporabili v eksperimentu?
4. Predpostavimo, da dvoatomno molekulo He_2 opišemo z Lennard-Jones potencialom

$$V = V_0 \left(\left(\frac{r_0}{r} \right)^{12} - 2 \left(\frac{r_0}{r} \right)^6 \right), \quad r_0 = 10 \text{ nm}, \quad V_0 = 10^{-5} \text{ eV}.$$

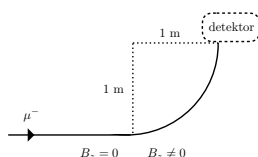
Ali bi bila takšna molekula stabilna, če upoštevamo prispevek nihajne energije? Kolikšna je največja vrednost kvantnega števila l preden molekula razpade?

Namig: Poišči razdaljo med molekulama, pri kateri je potencial minimalen in razvij V do drugega reda okrog te vrednosti.

2. izpit iz Moderne fizike 1

11. julij 2018

čas reševanja 90 minut



1. Curek negativno nabitih mionov, pospešen z napetostjo 100 MV, pošljemo v magnetno polje, ki je usmerjeno pravokotno na ravnino curka. Kolikšna naj bo gostota magnetnega polja, da curek zadane detektor kot na sliki? Za koliko se zmanjša pretok mionov na detektorju v primerjavi s tistim, ki ga izmerimo tik pred vstopom v $B_z \neq 0$? Lastni razpadni čas miona je $\tau_\mu = 2 \mu\text{s}$ in $m_\mu c^2 = 105 \text{ MeV}$.
2. Vesoljska ladja leti s hitrostjo $0.5c$ mimo Zemlje. Začetna oddaljenost merjena na Zemlji je 100 svetlobnih dni, najbližje pa je na razdalji 1 svetlobni dan. Kolikšna mora biti frekvenca oddajnika na ladji in pod kolikšnim kotom (merjeno na ladji) morajo poslati radijski signal proti Zemlji ob začetku poti, da ga bodo na Zemlji prestregli s sprejemnikom, ki deluje pri 1 MHz? Kdaj po prejemu signala na Zemlji ter s kolikšno frekvenco morajo poslati signal proti ladji, da ga bo ta prestregla s sprejemnikom, ki deluje pri 1 MHz, ko bo na najkrajši oddaljenosti od Zemlje?
3. Atom vodika je v stanju $\psi = N(\psi_{2,0,0} - i\psi_{3,1,-1} + i\psi_{3,1,1})$. Določi normalizacijsko konstanto N in izračunaj povprečno vrednost energije, operatorja kvadrata vrtilne količine ter projekcije vrtilne količine na z os za to stanje. Koliko črt bi opazili v emisijskem spektru tega stanja ter kolikšne bi bile energije izsevanih fotonov, če bi opazovali emisijo v močnem magnetnem polju $B = 5 \text{ T}$? Privzemi, da atom prehaja v nižje vzbujeno stanje zgolj preko dipolnih sevalnih prehodov.
4. Čarmonij je vezano stanje $c\bar{c}$, sestavljeno iz "charm" kvarka c z maso $m_c c^2 = 1,4 \text{ GeV}$ in njegovega anti-delca \bar{c} . Celotno energijo tega sistema lahko približno opišemo z

$$\hat{H} = 2m_c c^2 + \frac{\hat{p}^2}{2\mu} - \frac{\alpha_s \hbar c}{\hat{r}} + \frac{b\hat{r}}{\hbar c},$$

kjer je μ reducirana masa, $b = 0,18 \text{ GeV}^2$ in $\alpha_s = 0,5$. S pomočjo Bohrovega modela $2\pi r = n\lambda = nh/p$ oceni energijo osnovnega in prvega vzbujenega stanja. Namig: pri minimizaciji lahko zanemariš $1/r$ prispevek.

3. izpit iz Moderne fizike 1

3. september 2018

čas reševanja 90 minut

1. Curek elektronov z energijo $E = 16 \text{ eV}$ pošljemo na potencialni skok višine $V = 12 \text{ eV}$. Kolikšen del elektronskega toka se odbije? Kolikšna pa je odbojnost, če je energija elektronov $E = 8 \text{ eV}$?
2. Elektron v harmonskem potencialu s frekvenco ω se nahaja v stanju $\psi = A(\psi_1 + i/2\psi_3)$. Kolikšna je verjetnost, da izmerimo prvo in tretje vzbujeno stanje? V katera stanja lahko prehaja ψ preko dipolnih prehodov? Določi energije izsevanih fotonov in izračunaj razpadne čase za možne prehode. Velja:

$$\langle m|x|n\rangle = \sqrt{\frac{\hbar}{2m_e\omega}} \left(\sqrt{n+1} \delta_{m,n+1} + \sqrt{n} \delta_{m,n-1} \right).$$

3. Eksperiment IceCube je izmeril visoko energijski nevtrino z energijo $E_\nu = 290 \text{ TeV}$ preko neprožnega sipanja na nevtronu $\nu + n \rightarrow \mu + p$. Kolikšna je bila izmerjena energija miona, če se je pri neprožnem trku odmaknil od smeri nevtrina za 0.1° ? Ali je prišlo do sevanja Čerenkova ($v_\mu > c_{\text{led}}$)? Kaj pa za proton? Predpostavi $m_n c^2 \simeq m_p c^2 \simeq 1 \text{ GeV}$ in $m_\mu c^2 \simeq 0,1 \text{ GeV}$. Lomni količnik ledu je 1,3.
4. Kolikšen bi bil zaradi sklopitve $l - s$ razcep energijskih nivojev v vodikovem atomu za stanje s kvantnimi števili $n = 2$, $l = 1$, če bi bil spin elektrona $s = 1$. Upoštevaj:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{ls} &= \frac{\alpha \hbar c}{2m^2 c^2 r^3} \hat{l} \cdot \hat{s}, & R_{2,1} &= \frac{1}{2\sqrt{6}} \frac{1}{r_B^{3/2}} \frac{r}{r_B} e^{-r/(2r_B)}, \\ Y_{1,0} &= \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta, & Y_{1,\pm 1} &= \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{\pm i\phi}, \end{aligned}$$

in $\alpha = 1/137$.