

1. kolokvij iz Moderne fizike 1

26. november 2015

čas reševanja 90 minut

1. Delec v neskončni potencialni jami opiše valovna funkcija ψ , ki je linearna kombinacija osnovnega ψ_1 in prvega vzbujenega stanja ψ_2 . Povprečna energija stanja je $3/2$ energije osnovnega stanja. Kolikšno je razmerje povprečnih energij stanja ψ in ortogonalnega stanja ψ_\perp , sestavljenega iz ψ_1 in ψ_2 ? Kolikšni sta za funkciji ψ in ψ_\perp verjetnosti, da delec najdemo v osnovnem stanju?
2. S pomočjo načela nedoločenosti oceni nedoločenost lege in energijo osnovnega stanja elektrona, ki se nahaja v aharmonskem potencialu

$$V = \frac{kx^2}{2} \left[1 + \left(\frac{x}{x_0} \right)^4 \right],$$

kjer je $k = 50 \text{ eV/nm}^2$ in $x_0 = 0.2 \text{ nm}$.

3. Z Zemlje oddamo signal pod kotom 90° glede na smer gibanja bližajoče se vesoljske ladje. Pod neznanim kotom se z enako hitrostjo Zemlji približuje druga vesoljska ladja, v kateri sprejmejo valovanje pod kotom 90° glede na smer gibanja. Izmerjena frekvenca na prvi ladji je za tretjino večja od tiste na drugi. S kolikšno hitrostjo potujeta ladji in pod kolikšnim kotom glede na oddano valovanje se giblje druga za opazovalca za Zemlji?



4. Mioni imajo ob nastanku hitrost $0.1c$ vzdolž električnega polja z jakostjo 20 kV/m . Kolikšno povprečno pot in življenjski čas bomo izmerili, če je lastni razpadni čas miona $\tau_\mu = 2.2 \mu\text{s}$ in njegova mirovna masa $105 \text{ MeV}/c^2$?

2. kolokvij iz Moderne fizike 1

20. januar 2016

čas reševanja 90 minut

1. Pri sipanju elektronov na potencialni plasti opazimo prvi maksimum prepustnosti ($T = 1$) pri energiji elektronov $E_1 = 2.5$ meV, naslednjega pa pri $E_2 = 4.0$ meV. Kolikšni sta višina in širina plasti?
2. Molekula H_2 se nahaja v stanju

$$\psi = C \left(Y_{1,0} + \sqrt{2} Y_{2,-1} \right).$$

Kolikšni sta povprečna vrednost komponente z vrtilne količine in rotacijska energija te molekule, če je povprečna medatomska razdalja $r_0 = 0.074$ nm?

3. Atom vodika se nahaja v stanju ψ_{n,l,j,m_j} s kvantnimi števili $n = 2$, $l = 1$, $j = 3/2$, $m_j = 3/2$ ter z dipolnim sevalnim preходом preide v $\psi_{2,0,1/2,1/2}$. Kolikšen je energijski razcep med tema stanjema zaradi ls sklopitve $\Delta E_{ls} = \lambda \langle \hat{\mathbf{l}} \cdot \hat{\mathbf{s}} \rangle$, če je $\lambda \hbar^2 = 3 \times 10^{-5}$ eV? Katere komponente matričnega elementa dipolnega operatorja so različne od 0? Izračunaj razpadni čas za eno izmed teh, če sta

$$\psi_{2,1,3/2,3/2} = \frac{1}{8\sqrt{\pi r_B^3}} \frac{r}{r_B} e^{-\frac{r}{2r_B}} \sin \theta e^{i\phi}, \quad \psi_{2,0,1/2,1/2} = \frac{1}{\sqrt{8\pi r_B^3}} \left(1 - \frac{r}{2r_B} \right) e^{-\frac{r}{2r_B}}.$$

4. Stanje elektrona v harmonskem potencialu je ob nekem trenutku podano z linearno kombinacijo lastnih stanj

$$\psi(x, t = 0) = A \left(\frac{1}{2} \psi_0 + \frac{i}{3} \psi_1 + \frac{1}{5} \psi_2 \right),$$

kjer je A normalizacijska konstanta. Kolikšna je polna energija ob poljubnem času in kolikšen je minimalni prispevek potencialne energije k tej energiji, če je $\omega = 30$ THz? *Namig:* Za lastne funkcije harmonskega oscilatorja velja

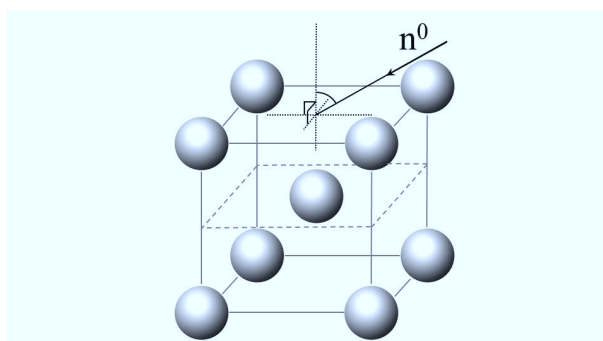
$$x \psi_n = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} \left(\sqrt{n+1} \psi_{n+1} + \sqrt{n} \psi_{n-1} \right).$$

1. popravni kolokvij iz Moderne fizike 1

10. februar 2016

čas reševanja 90 minut

1. Pri opazovanju zvezde opazimo črto pri valovni dolžini $\lambda = 100 \text{ nm}$, ki je posledica absorpcije svetlobe pri prehodu skozi medgalaktični oblak vodika. S kolikšno hitrostjo glede na Zemljo se na zveznici zvezda-Zemlja premika ta oblak, če je absorpcijska črta posledica prehoda med osnovnim in prvim vzbujenim stanjem atoma vodika?
2. Curek nevtronov sipamo na kristalu kroma z gostoto 7.2 g/cm^3 in relativno atomsko maso 52. Kristal ima telesno centrirano kubično osnovno celico. Pri opazovanju sipanja na ravnini, kot kaže slika, je največji kot, pri katerem pride do ojačanega Braggovega odboja, enak 70° . Kolikšna je kinetična energija vpadnih nevtronov?



3. Atom vodika je v stanju z $n = 2, l = 0$ in $\langle s_z \rangle = 1/2$. Z dipolnim sevalnim prehodom ga vzbudimo v stanje z $n = 3$, ki je linearna kombinacija lastnih stanj z različnimi l in m_l in ki je ortogonalno na $\psi_{n=3, l=1, m_l=0}$. Ko vključimo močno magnetno polje 10 T , se povprečna energija vzbujenega stanja poveča za 0.70 meV . Kolikšno je razmerje intenzitet opaženih spektralnih črt?
4. Elektron v aromatski molekuli (npr. na benzenovem obroču) se giblje po konstantnem radiju $r_0 = 0.14 \text{ nm}$. Izračunaj prve tri lastne energije in normirane lastne funkcije za tak elektron! Kolikšna je degeneracija teh energijskih nivojev?

Nasvet: Za kvantni obroč je $\nabla^2 = \frac{1}{r_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$ in $\psi(\phi) = \psi(\phi + 2\pi)$.

2. popravni kolokvij iz Moderne fizike 1

29. avgust 2016

čas reševanja 90 minut

1. Madžarski laboratorij Atomki je pri merjenju razpadov vzbujenega stanja $^8\text{Be}^*$ opazil potencialno resonanco pri masi $m_X = 18 \text{ MeV}$ z razpadom $X \rightarrow e^+e^-$. Določi medsebojni kot θ med e^+ in e^- , ki odletita z energijo $E = E_{e^+} = E_{e^-} = 10 \text{ MeV}$. Kolikšna je najmanjša dovoljena E ?
2. V nekem trenutku stanje delca v harmskem potencialu opiše valovna funkcija $\psi(t=0) = A(\psi_0 + \sqrt{3}\psi_1)$, kjer sta ψ_0 in ψ_1 osnovno in prvo vzbujeno lastno stanje harmskega oscilatorja in A normalizacijska konstanta. Kolikšna je verjetnost, da po času 130 fs najdemo delec v stanju $\psi(t=0)$, če je frekvenca oscilatorja $\omega = 20 \text{ THz}$? Kolikšna pa je verjetnost, da ob istem času najdemo delec v stanju ψ_\perp , če sta valovni funkciji $\psi(t=0)$ in ψ_\perp ortonormirani in obe sestavljeni iz lastnih funkcij ψ_0 in ψ_1 ?
3. V elektrostatskem kristalnem polju je odpravljena degeneracija energijskih nivojev vodikovega atoma $\psi_{n=2, l=1, m}$ in so energijsko razcepljena lastna stanja oblike

$$\psi_x = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_{2,1,1} - \psi_{2,1,-1}), \quad \psi_y = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_{2,1,1} + \psi_{2,1,-1}), \quad \psi_z = \psi_{2,1,0}.$$

Kolikšna je pričakovana vrednost operatorja \hat{L}_z za vsa tri stanja? Izračunaj še pričakovano vrednost preostalih dveh komponent operatorja vrtilne količine za stanje ψ_x . Enak rezultat bi dobil tudi za stanji ψ_y in ψ_z , pojavu pa pravimo “quenching” orbitalne vrtilne količine.

Operatorji vrtilne količine so v krogelnih koordinatah oblike

$$\hat{L}_x = -i\hbar \left(-\sin\varphi \frac{\partial}{\partial\theta} - \cot\theta \cos\varphi \frac{\partial}{\partial\varphi} \right), \quad \hat{L}_y = -i\hbar \left(\cos\varphi \frac{\partial}{\partial\theta} - \cot\theta \sin\varphi \frac{\partial}{\partial\varphi} \right), \quad \hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial\varphi},$$

lastne funkcije $\psi_{2,1,m}$ pa so

$$\psi_{2,1,0} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta R_{2,1}(r), \quad \psi_{2,1,\pm 1} = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{\pm i\varphi} R_{2,1}(r).$$

4. Vezano stanje delca znotraj polneskončne potencialne jame širine a (glej sliko) opiše valovna funkcija $\psi \propto \sin\left(\frac{3\pi}{5a}x\right)$. Kolikšna je verjetnost, da pri meritvi delec najdemo v jami?

