1. izpit iz Moderne fizike 1

13. februar 2017

čas reševanja 90 minut

1. Mione z maso $105\,\mathrm{MeV}/c^2$ in lastnim razpadnim časom $\tau_\mu = 2\,\mu$s pospešimo z napetostjo 2000 MV v prečno magnetno polje velikosti $B = 5\,\mathrm{T}$. Kolikšen je polmer po katerem krožijo mioni? Koliko jih bo ostalo v takšnem pospeševalniku po 0,1 ms, če ob $t = 0$ vstopi $N_\mu = 10^6$? Za koliko se spremeni velikost eksperimenta in število preostalih delcev, če namesto mionov vzamemo nabite pione z maso $140\,\mathrm{MeV}/c^2$ in razpadnim časom $\tau_\pi = 0{,}03\,\mu$s?

   Rešitev: Iz velikosti radija $p = eBr$ in definicije gibalne količine $cp = \sqrt{T(T+2mc^2)}$ ter $T = eU$, dobimo

   $$r = \frac{\sqrt{T(T+2mc^2)}}{eBc} = 140\,\mathrm{cm} \text{ ter } 142\,\mathrm{cm},$$

   za mione in pione po vrsti. Število mionov in pionov po $t = 10^{-4}$ s je

   $$N = N_0 \exp(-t/(\gamma\tau)) = 82,6 \times 10^3 \text{ ter } 2 \times 10^{-89},$$

   kjer smo uporabili $\gamma = E/mc^2 = (T + mc^2)/mc^2$.

2. Predpostavimo, da dvoatomno molekulo He_2 opišemo z Lennard-Jones potencialom

   $$V = V_0 \left(\left(\frac{r_0}{r}\right)^{12} - 2\left(\frac{r_0}{r}\right)^{6} \right), \qquad r_0 = 10 \text{ nm}, \qquad V_0 = 10^{-5} \text{ eV}.$$

   Ali bi bila takšna molekula stabilna, če upoštevamo prispevek nihajne energije? Kolikšna je največja vrednost kvantnega števila l preden molekula razpade?

   Namig: Poišci razdaljo med molekulama, pri kateri je potencial minimalen in razvij V do drugega reda okrog te vrednosti.

   Rešitev: Odvod potenciala po r bo 0, ko bo lega v minimumu

   $$\frac{dV}{dr} = -12V_0\left(\frac{r_0^{12}}{r^{13}} - \frac{r_0^6}{r^7}\right), \qquad r_{\min} = r_0.$$

   $$V \simeq -V_0 + \underbrace{36\frac{V_0}{r_0^2}}_{\frac{1}{2}m_r\omega^2}(r - r_0)^2, \qquad \hbar\omega = 12\sqrt{\frac{V_0}{m_{He}c^2}}\frac{c}{r_0}.$$

kjer je $m_r = m_{He}/2$ in je celotna energija

$$E = -V_0 + E_n = -V_0 + \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) = -4{,}1\,\mu\text{eV}.$$

Da rotacijski prispevek ne preseže celotne energije mora veljati

$$E_r = \frac{\hbar^2}{2J}l(l+1) = \frac{(\hbar c)^2}{m_{\text{He}}c^2 r_0^2}l\,(l+1) < |E|, \qquad l\,(l+1) < \frac{|E| m_{\text{He}}c^2 r_0^2}{(\hbar c)^2} \sim 42{,}2\,,$$

od koder dobimo dobimo zgornjo mejo $l < 7$.