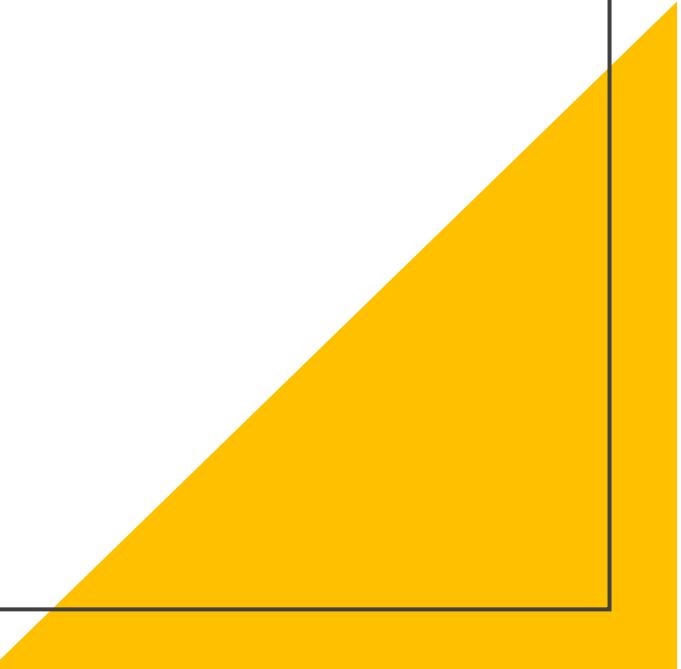


# 基礎資料結構 應用

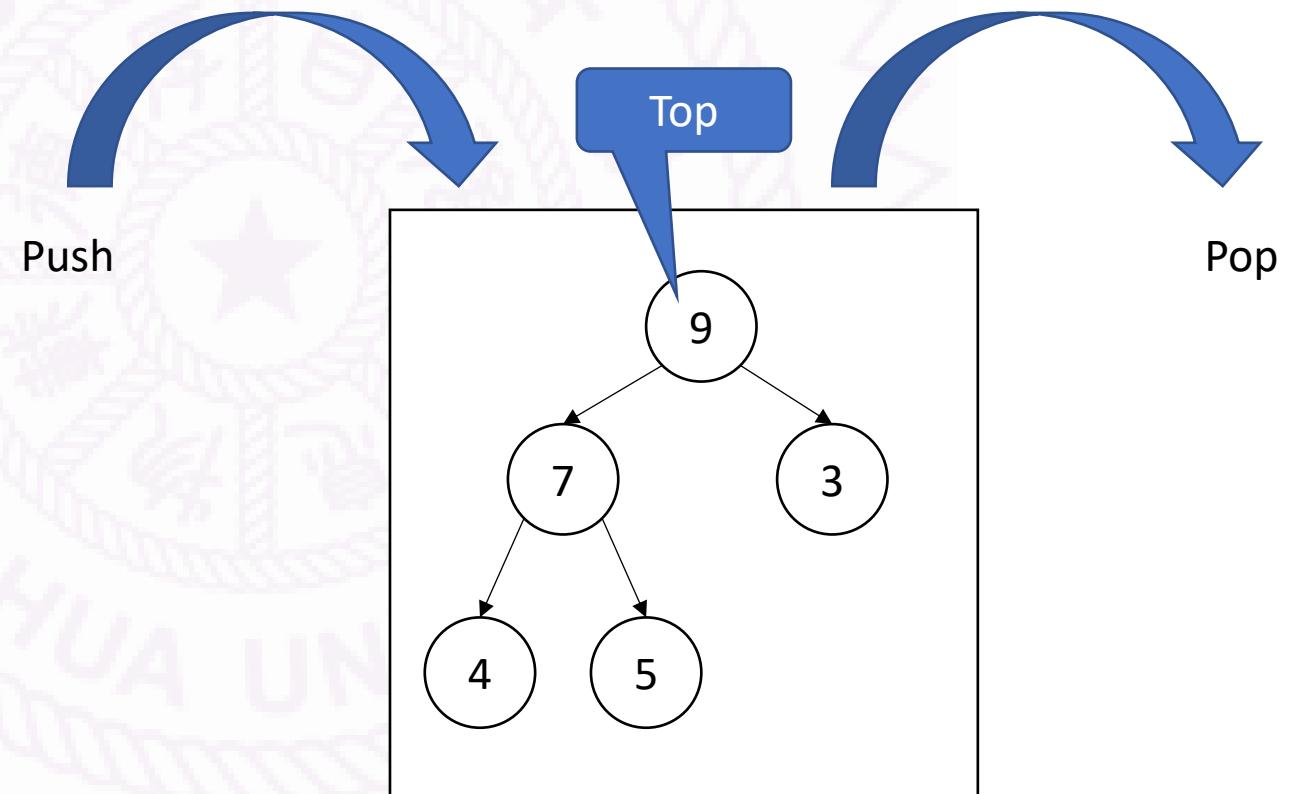
日月卦長



# std::priority\_queue

- push/ emplace(X) 加入資料
- top() 看**最大的**資料
- pop() 刪掉**最大的**資料

Heap 資料結構  
學校會教



## 元素存取

最大的元素	<code>top()</code>	$O(1)$
-------	--------------------	--------

## 插入刪除

插入元素	<code>push(x)/emplace(x...)</code>	$O(\log n)$
刪除最大的元素	<code>pop()</code>	$O(\log n)$

## 數量資訊

裡面是不是空的	<code>empty()</code>	$O(1)$
裡面有多少東西	<code>size()</code>	$O(1)$

# Priority Queue 使用範例

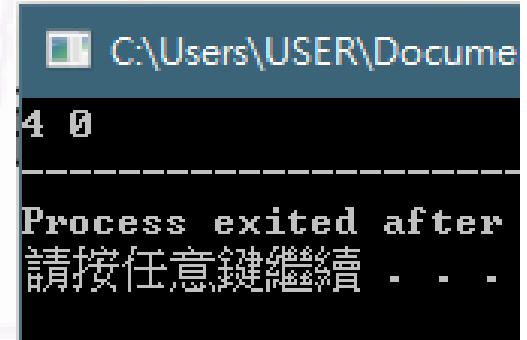
```
#include <iostream>
#include <queue>
using namespace std;
int main() {
    priority_queue<int> PQ;
    PQ.emplace(1);
    PQ.emplace(3);
    PQ.emplace(2);
    while (!PQ.empty()) {
        cout << PQ.top() << '\n'; // 3 2 1
        PQ.pop();
    }
    return 0;
}
```

# Example 自定義 priority\_queue

- STL priority queue 是最大堆(Max heap)

```
struct CMP {  
    bool operator()(int a, int b) { return a > b; }  
};  
int main() {  
    priority_queue<int> PQ1;  
    priority_queue<int, vector<int>, CMP> PQ2;  
    for (int i = 0; i < 5; ++i) {  
        PQ1.emplace(i);  
        PQ2.emplace(i);  
    }  
    cout << PQ1.top() << ' ' << PQ2.top() << '\n';  
    return 0;  
}
```

帶有operator()的物件稱為函數物件，是一個物件，但使用行為如同函數。



# 常見應用

---

Heap Sort (競賽上不會用到)

---

多路合併

---

管理走訪順序 (延伸：最短路徑)

---

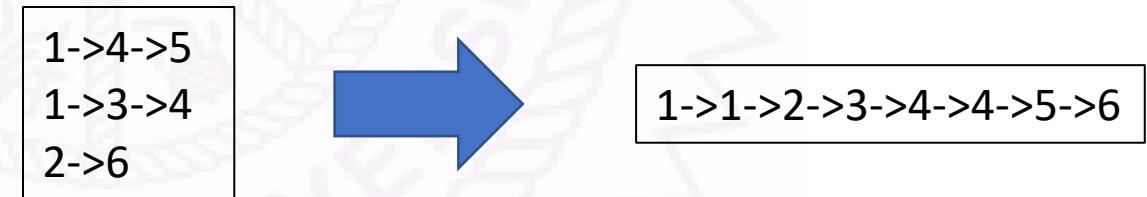
中位數類題

---

其他

# 多路合併 Merge k Sorted Lists

- <https://leetcode.com/problems/merge-k-sorted-lists/>
- 紿你  $k$  個由小到大排序好的 linklist，請你將這些 linklist 合併成一個小到大排序好的 linklist 後輸出
- Example:
- $\text{lists} = [[1,4,5],[1,3,4],[2,6]]$ 
  - $\text{ans} = [1,1,2,3,4,4,5,6]$



# 輸入輸出格式

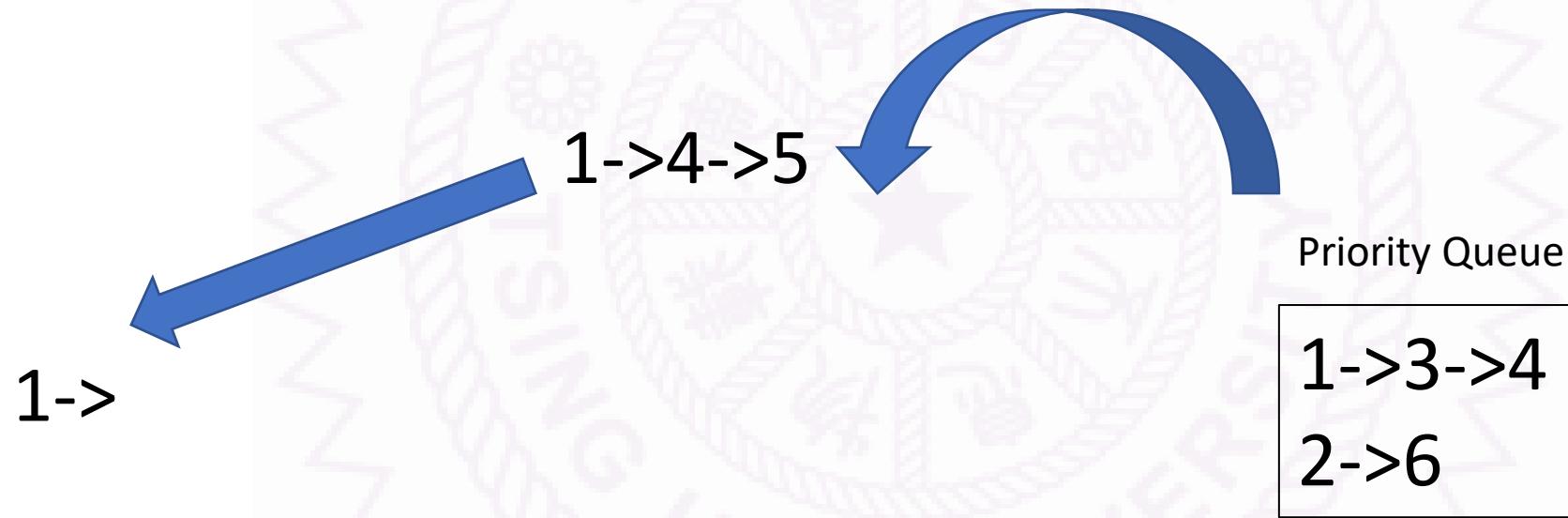
```
struct ListNode {  
    int val;  
    ListNode *next;  
    ListNode() : val(0), next(nullptr) {}  
    ListNode(int x) : val(x), next(nullptr) {}  
    ListNode(int x, ListNode *next) : val(x), next(next) {}  
};  
  
ListNode* mergeKLists(vector<ListNode*>& lists);
```

# 模擬操作

Priority Queue

```
1->4->5  
1->3->4  
2->6
```

# 模擬操作



# 模擬操作

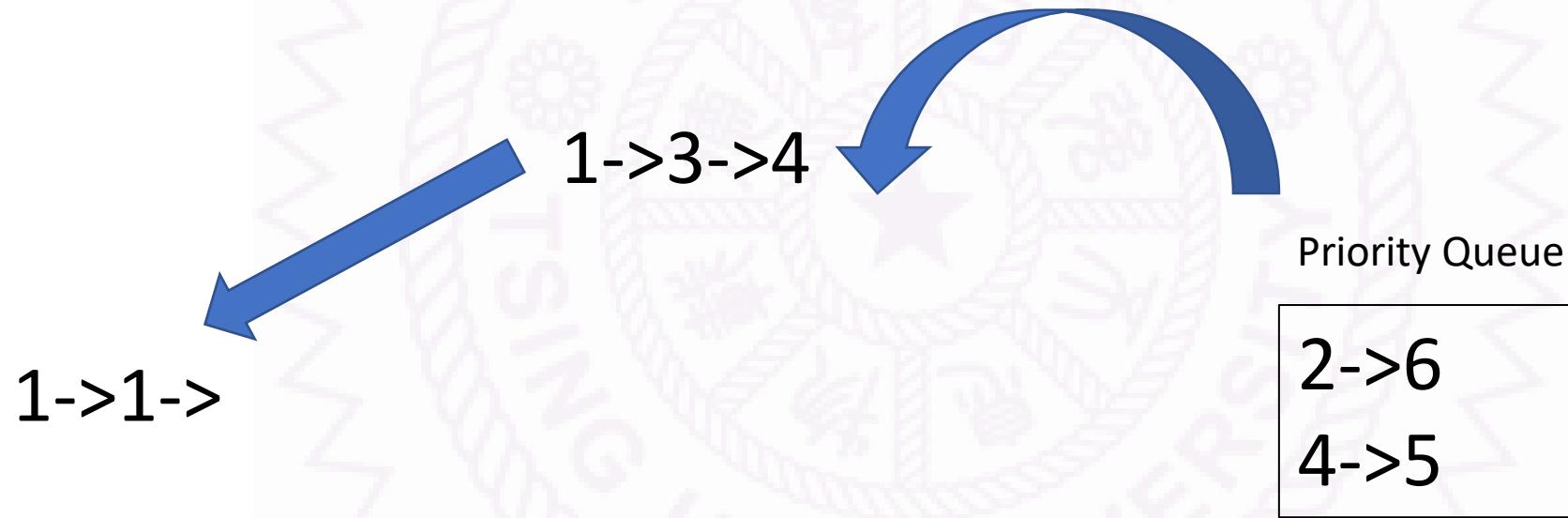
1->

4->5

Priority Queue

1->3->4  
2->6  
4->5

# 模擬操作



# 模擬操作

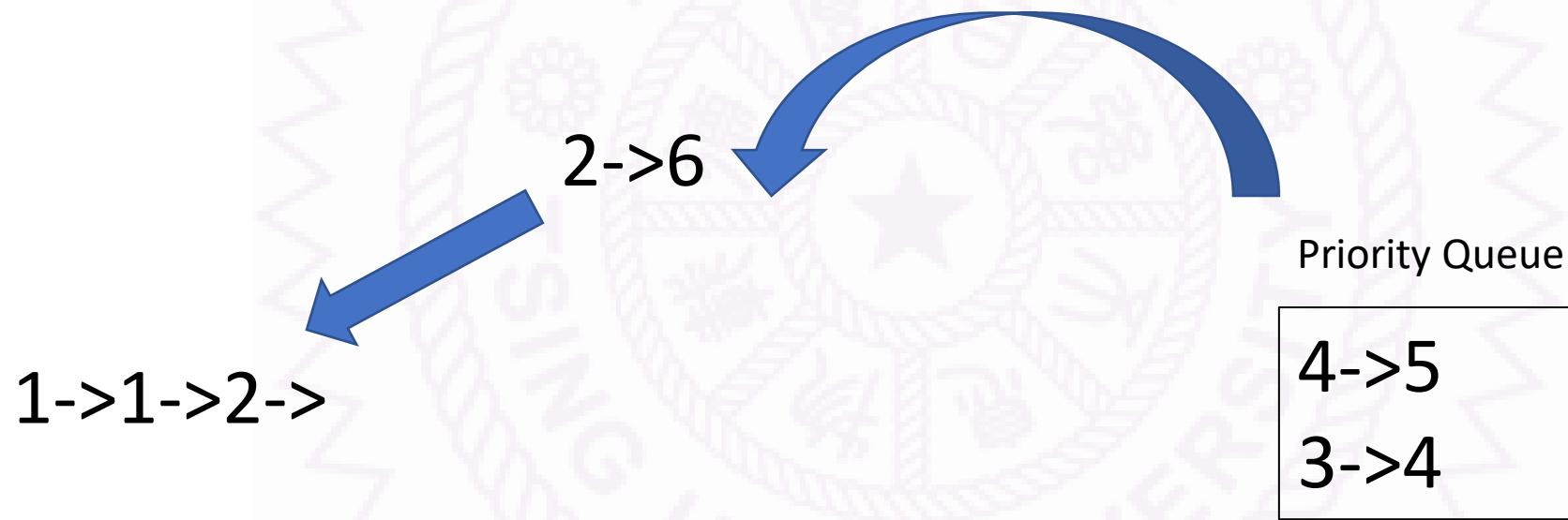
1->1->

3->4

Priority Queue

2->6  
4->5  
3->4

# 模擬操作



# 模擬操作

1->1->2->

6

Priority Queue

4->5  
3->4  
6

# 模擬操作

1->1->2->3->

3->4



Priority Queue

4->5  
6

# 模擬操作

1->1->2->3->

4

Priority Queue

4->5  
6  
4

# 初始化 priority queue

```
struct CMP {  
    bool operator()(ListNode *a, ListNode *b) const { return a->val > b->val; }  
};  
priority_queue<ListNode *, vector<ListNode *>, CMP> PQ;  
void initPQ(vector<ListNode *> &lists) {  
    decltype(PQ)().swap(PQ);  
    for (auto nd : lists)  
        if (nd) PQ.emplace(nd);  
}
```

# 關鍵程式碼

```
ListNode *mergeKLists(vector<ListNode *> &lists) {
    initPQ(lists);
    ListNode *root = nullptr;
    ListNode **cur = &root;
    while (PQ.size()) {
        auto nd = PQ.top();
        PQ.pop();
        *cur = nd;
        cur = &nd->next;
        if (*cur) PQ.emplace(*cur);
    }
    return root;
}
```

# 不使用額外空間 (面試題)

```
ListNode *mergeKLists(vector<ListNode *> &lists) {
    auto iter = remove_if(lists.begin(), lists.end(), [] (auto x) { return !x; });
    lists.erase(iter, lists.end());
    make_heap(lists.begin(), lists.end(), CMP());
    ListNode *root = nullptr;
    ListNode **cur = &root;
    while (lists.size()) {
        auto nd = lists.front();
        pop_heap(lists.begin(), lists.end(), CMP());
        lists.pop_back();
        *cur = nd;
        cur = &nd->next;
        if (*cur) {
            lists.emplace_back(*cur);
            push_heap(lists.begin(), lists.end(), CMP());
        }
    }
    return root;
}
```

# 管理走訪順序 (延伸：最短路徑)

- <https://leetcode.com/problems/find-the-kth-smallest-sum-of-a-matrix-with-sorted-rows/>
- 紿你一個每個 row 都由小到大排的矩陣 mat，問你從每個 row 選一個數字，總和第 k 小的是多少
- Example:
- $\text{mat} = [[1,3,11],[2,4,6]]$ ,  $k = 5$ 
  - $\text{ans} = 7$
- $\text{mat} = [[1,3,11],[2,4,6]]$ ,  $k = 9$ 
  - $\text{ans} = 17$

mat	0	1	2
0	1	3	11
1	2	4	6

前五小的組合 : [1,2], [1,4], [3,2], [3,4], [1,6]

# 觀察

- $\text{mat} = [[1,10,10],[1,4,5],[2,3,6]]$
- 觀察前幾小的狀態

mat	0	1	2
0	1	10	10
1	1	4	5
2	2	3	6

$K = 1$

- [1,1,2]

mat	0	1	2
0	1	10	10
1	1	4	5
2	2	3	6

$K = 2$

- [1,1,3]

mat	0	1	2
0	1	10	10
1	1	4	5
2	2	3	6

$K = 3$

- [1,4,2]

mat	0	1	2
0	1	10	10
1	1	4	5
2	2	3	6

$K = 4$

- [1,4,3]

mat	0	1	2
0	1	10	10
1	1	4	5
2	2	3	6

# 觀察

- 第  $k+1$  小的答案
- 是前  $k$  小的答案中
- 把某 row 的 index+1 後得到

1	0	1	2
0	1	10	10
1	1	4	5
2	2	3	6

2	0	1	2
0	1	10	10
1	1	4	5
2	2	3	6

3	0	1	2
0	1	10	10
1	1	4	5
2	2	3	6

4	0	1	2
0	1	10	10
1	1	4	5
2	2	3	6

# 作法

- 用 priority queue 存資料
- 在知道第  $k$  小的答案後  
將每個 row 的  $\text{index}+1$  的結果  
存到 priority queue 中
- 下一輪從 priority queue 中  
取出第  $k+1$  小的答案
- 一直做下去

mat	0	1	2
0	1	10	10
1	1	4	5
2	2	3	6

mat	0	1	2
0	1	10	10
1	1	4	5
2	2	3	6

mat	0	1	2
0	1	10	10
1	1	4	5
2	2	3	6

mat	0	1	2
0	1	10	10
1	1	4	5
2	2	3	6

`vector<int>{-13, 1, 0, 0}`

`vector<int>{-7, 0, 1, 0}`

`vector<int>{-5, 0, 0, 1}`

# 不同狀態有機會產生相同的結果

- 用 `set<vector<int>>`  
判斷有沒有重複計算

`vector<int>{-5, 0, 1, 0}`

2	0	1	2
0	1	10	10
1	1	4	5
2	2	3	6

`vector<int>{-7, 0, 1, 0}`

3	0	1	2
0	1	10	10
1	1	4	5
2	2	3	6

4	0	1	2
0	1	10	10
1	1	4	5
2	2	3	6

`vector<int>{-8, 0, 1, 0}`

# 程式碼

```
int kthSmallest(vector<vector<int>> &mat, int k) {
    int m = mat.size(), n = mat[0].size();
    priority_queue<vector<int>> PQ;
    vector<int> cur(m + 1, 0);
    for (auto &v: mat) cur[0] -= v[0];
    PQ.emplace(cur);
    set<vector<int>> visited{{cur}};
    for(int t = 1; t < k; ++t) {
        cur = PQ.top(), PQ.pop();
        for (int i = 1; i <= m; ++i) {
            if (cur[i] == n - 1) continue;
            auto next = cur;
            ++next[i];
            next[0] -= (mat[i - 1][next[i]] - mat[i - 1][next[i] - 1]);
            if (!visited.emplace(next).second) continue;
            PQ.emplace(move(next));
        }
    }
    return -PQ.top().at(0);
}
```

# 另一種二分搜的做法 (非本單元主題)

```
int n, m;
vector<vector<int>> *A;
int total, K;
bool dfs(int i, int sum, int limit) {
    if (i >= n) {
        total += sum <= limit;
        return sum <= limit;
    }
    bool ans = false;
    for (auto x : A->at(i)) {
        auto cur = dfs(i + 1, sum + x, limit);
        ans |= cur;
        if (!cur || total > K) break;
    }
    return ans;
}
```

```
int kthSmallest(
    vector<vector<int>> &mat, int k) {
    n = mat.size(), m = mat[0].size();
    int L = 0, R = 0;
    for (auto &v : mat) R += v.back();
    K = k;
    A = &mat;
    tie(ignore, R) =
        binarySearch(L, R, [&](int mid) {
            total = 0;
            dfs(0, 0, mid);
            return total < k;
        });
    return R;
}
```

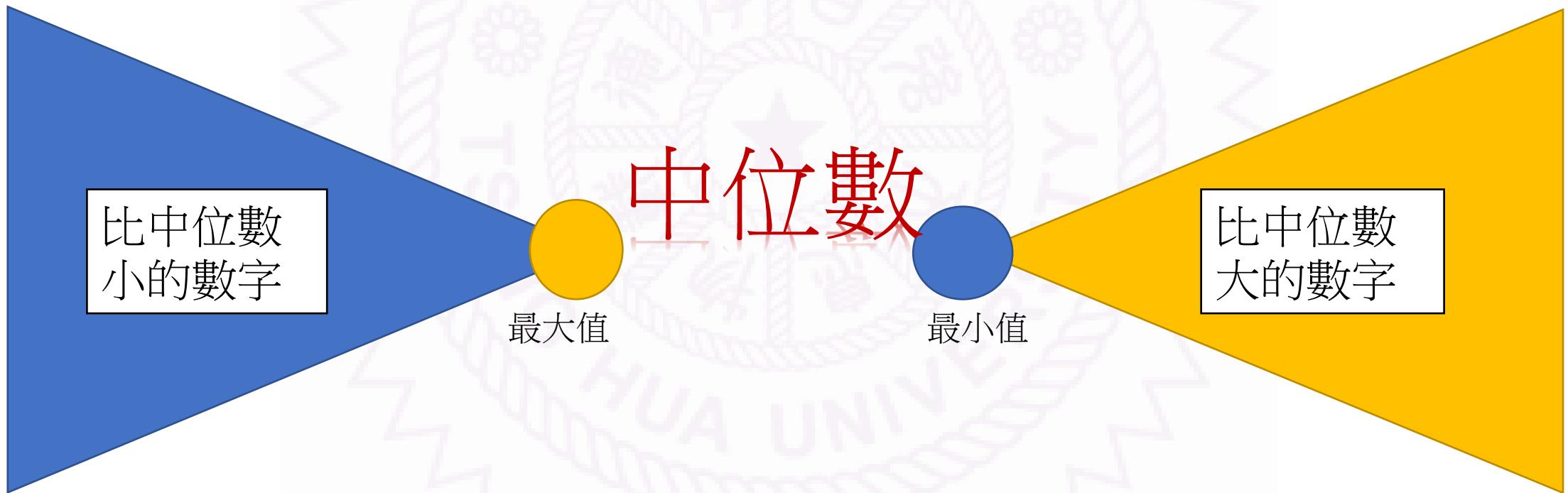
# 中位數 (Zerojudge D713)

中位數

Zerojudge D713

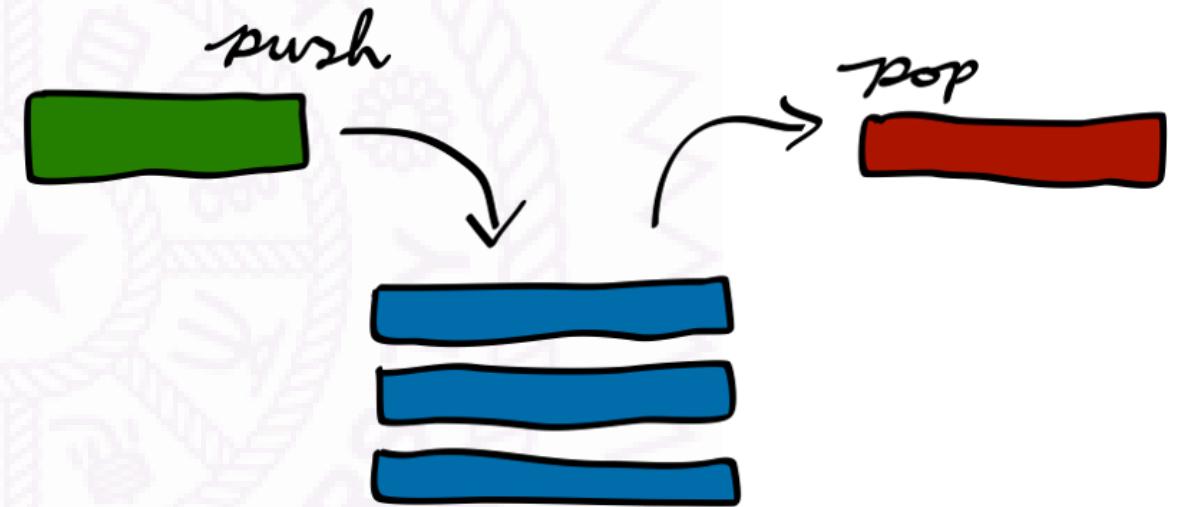
依序讀取一個數列  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \dots a_n$ ，每讀取一個數字，請回答到目前為止的中位數是多少。若有答案是小數請直接忽略到整數位。 $(n < 200000)$

# 中位數



# Stack

- push/emplace(X) 加入資料X
- top() 看最上面的資料
- pop() 刪掉最上面的資料
- First in last out



# std::stack

```
#include <iostream>
#include <stack>
using namespace std;
int main() {
    stack<int> STK;
    STK.emplace(123);
    STK.emplace(7122);
    STK.pop();
    STK.emplace(456);
    cout << STK.top() << '\n';
    return 0;
}
```

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;
int main() {
    vector<int> STK;
    STK.emplace_back(123);
    STK.emplace_back(7122);
    STK.pop_back();
    STK.emplace_back(456);
    cout << STK.back() << '\n';
    return 0;
}
```

# std::stack

123

```
#include <iostream>
#include <stack>
using namespace std;
int main() {
    stack<int> STK;
    STK.emplace(123);
    STK.emplace(7122);
    STK.pop();
    STK.emplace(456);
    cout << STK.top() << '\n';
    return 0;
}
```

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;
int main() {
    vector<int> STK;
    STK.emplace_back(123);
    STK.emplace_back(7122);
    STK.pop_back();
    STK.emplace_back(456);
    cout << STK.back() << '\n';
    return 0;
}
```

# std::stack

7122

123

```
#include <iostream>
#include <stack>
using namespace std;
int main() {
    stack<int> STK;
    STK.emplace(123);
    STK.emplace(7122);
    STK.pop();
    STK.emplace(456);
    cout << STK.top() << '\n';
    return 0;
}
```

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;
int main() {
    vector<int> STK;
    STK.emplace_back(123);
    STK.emplace_back(7122);
    STK.pop_back();
    STK.emplace_back(456);
    cout << STK.back() << '\n';
    return 0;
}
```

# std::stack

123

```
#include <iostream>
#include <stack>
using namespace std;
int main() {
    stack<int> STK;
    STK.emplace(123);
    STK.emplace(7122);
    STK.pop();
    STK.emplace(456);
    cout << STK.top() << '\n';
    return 0;
}
```

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;
int main() {
    vector<int> STK;
    STK.emplace_back(123);
    STK.emplace_back(7122);
    STK.pop_back();
    STK.emplace_back(456);
    cout << STK.back() << '\n';
    return 0;
}
```

# std::stack

456  
123

```
#include <iostream>
#include <stack>
using namespace std;
int main() {
    stack<int> STK;
    STK.emplace(123);
    STK.emplace(7122);
    STK.pop();
    STK.emplace(456);
    cout << STK.top() << '\n';
    return 0;
}
```

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;
int main() {
    vector<int> STK;
    STK.emplace_back(123);
    STK.emplace_back(7122);
    STK.pop_back();
    STK.emplace_back(456);
    cout << STK.back() << '\n';
    return 0;
}
```

# 其實是用 deque 做出來的

```
1 #include <iostream>
2 #include <vector>
3 #include <st<typename _Tp, typename _Sequence = deque <_Tp>>
4 using namespace std;
5
6 int main() { A standard container giving FILO behavior.
7     stack<int,>
```

# 讓 std::stack 內部用 vector

```
#include <iostream>
#include <stack>
#include <vector>
using namespace std;
int main() {
    stack<int, vector<int>> STK;
    STK.emplace(123);
    STK.emplace(7122);
    STK.pop();
    STK.emplace(456);
    cout << STK.top() << '\n';
    return 0;
}
```

# 元素存取

	<b>stack</b>
頭部	<b>top()</b>

# 數量資訊

	<b>stack</b>
裡面是不是空的	<b>empty()</b>
裡面有多少東西	<b>size()</b>

# 括號匹配問題(講義)

## 例題演練

Parentheses Balance

UVa 673

今天姆咪正在寫程式，不過由於姆咪是 \*\* 很粗心的人 \*\*，把文件中所有括號的配對都亂掉了，已知文件中的括號只有小括號 () 以及中括號 []，給出文件的括號序列，能檢查括號是否有正確配對嗎？

定義一個合法的括號配對字串如下

1. 空字串是合法的括號字串
2. 如果  $A, B$  是合法的括號字串，那  $AB$  也是合法的括號字串
3. 如果  $A$  是合法的括號字串，那  $(A)$ 、 $[A]$  也是合法的括號字串

example for `([])[]`



**( [ ] ) [ ]**

example for `([])[]`

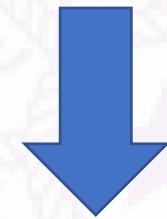
`(`

`([ ]) []`

example for `([])[]`

`( [`

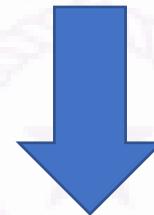
`([ ])[]`



example for `([])[]`

`( [`

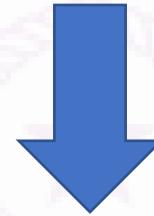
`( [ ] ) [ ]`



example for `([])[]`

`(`

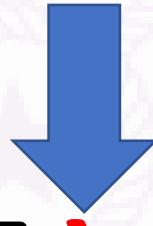
`( [ ] ) [ ]`



example for `([])[]`

`(`

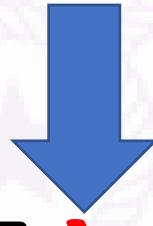
`( [ ] ) [ ]`



example for `([])[]`



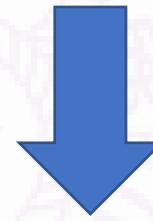
`([ ])[]`



example for `([])[]`

`[`

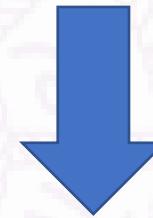
`([ ])[]`



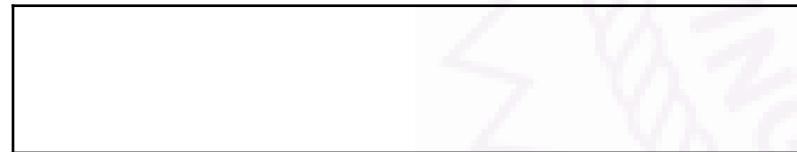
example for `([])[]`

[

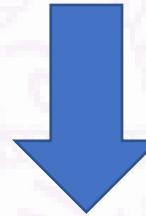
**( [ ] ) [ ]**



example for `([])[]`



`([ ])[]`



# Monotonic Stack

保證 stack 中的  
值遞增或遞減

去除永遠不可能  
成為答案的元素

# 乳牛(POJ 3250)

Bad Hair Day

POJ 3250

有  $n(n \leq 80000)$  隻乳牛站在一條直線上，乳牛的身高由左而右依序為  $h_1, h_2 \dots, h_n$ ，請為每一隻乳牛向左看可以看到幾隻乳牛？

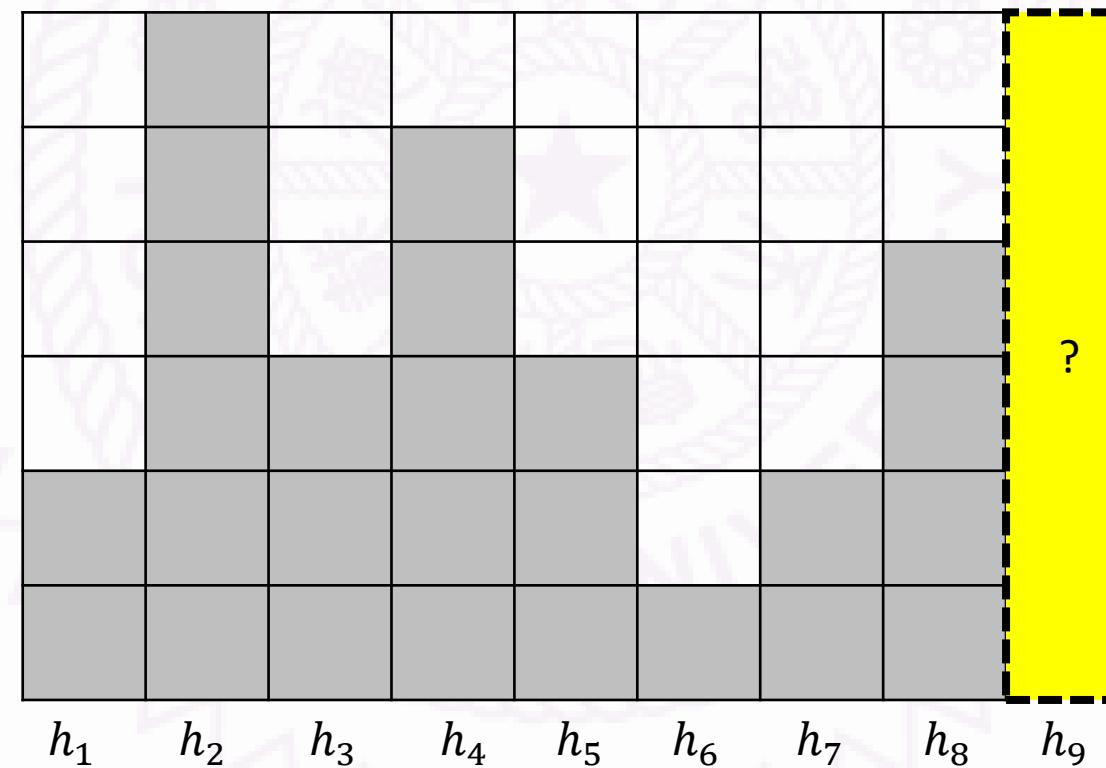
一隻乳牛可以看到左邊所有的乳牛，至到有一隻乳牛的身高大於等於該乳牛。

考慮以下乳牛

$h_1$	$h_2$	$h_3$	$h_4$	$h_5$	$h_6$	$h_7$	$h_8$

# 假設有個不知道高度的 $h_9$

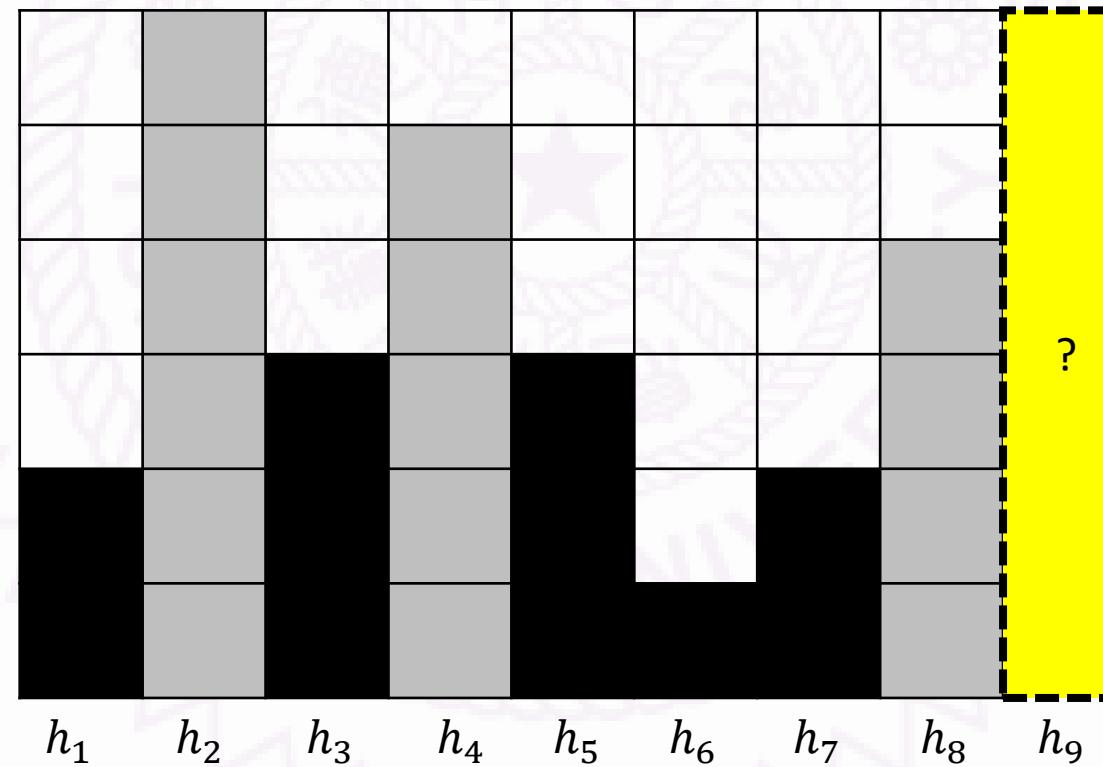
能不能將絕對不可能是  $h_9$  能看到最遠的乳牛刪除呢？



# 假設有個不知道高度的 $h_9$

能不能將絕對不可能是  $h_9$  能看到最遠的乳牛刪除呢？

無論  $h_9$  高度是多少  
 $h_1, h_3, h_5, h_6, h_7$  絕對不可能  
是  $h_9$  能看到最遠的乳牛



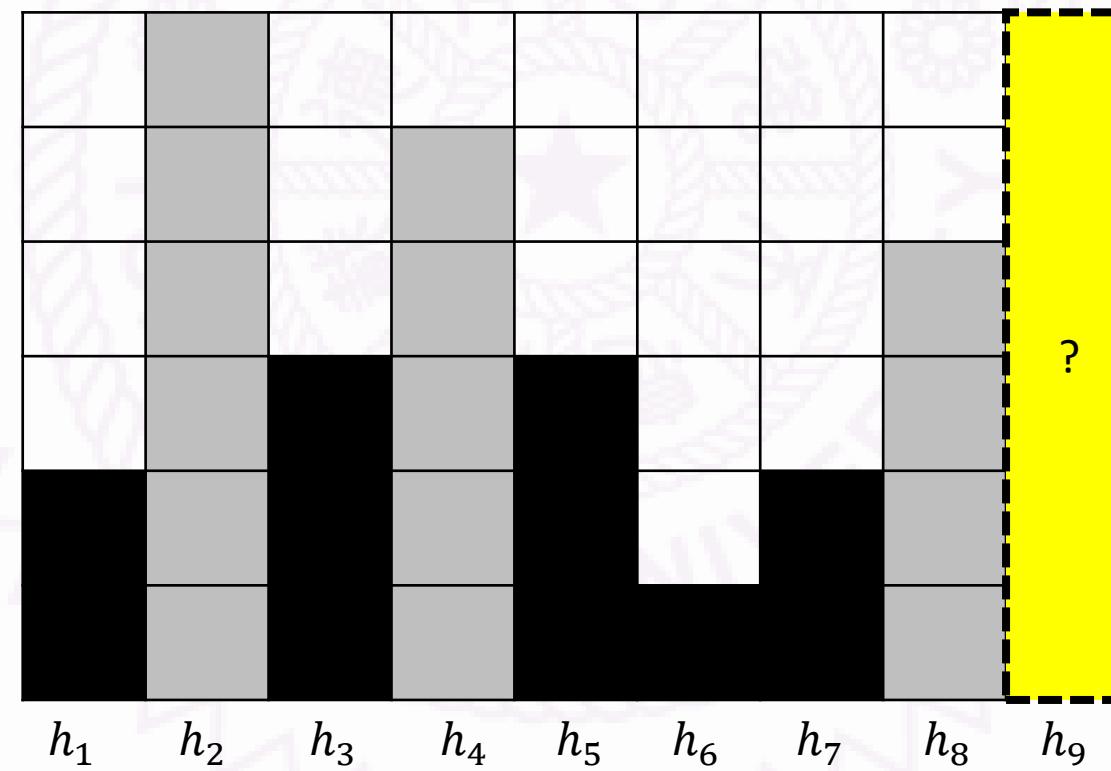
剩下的  $h_2, h_4, h_8$   
會呈現非嚴格遞增的關係

# 計算 $h_9$ 往左看能看到幾隻牛

STK

2	4	8
---	---	---

用 stack 維護有機會被下隻牛  
看到的牛

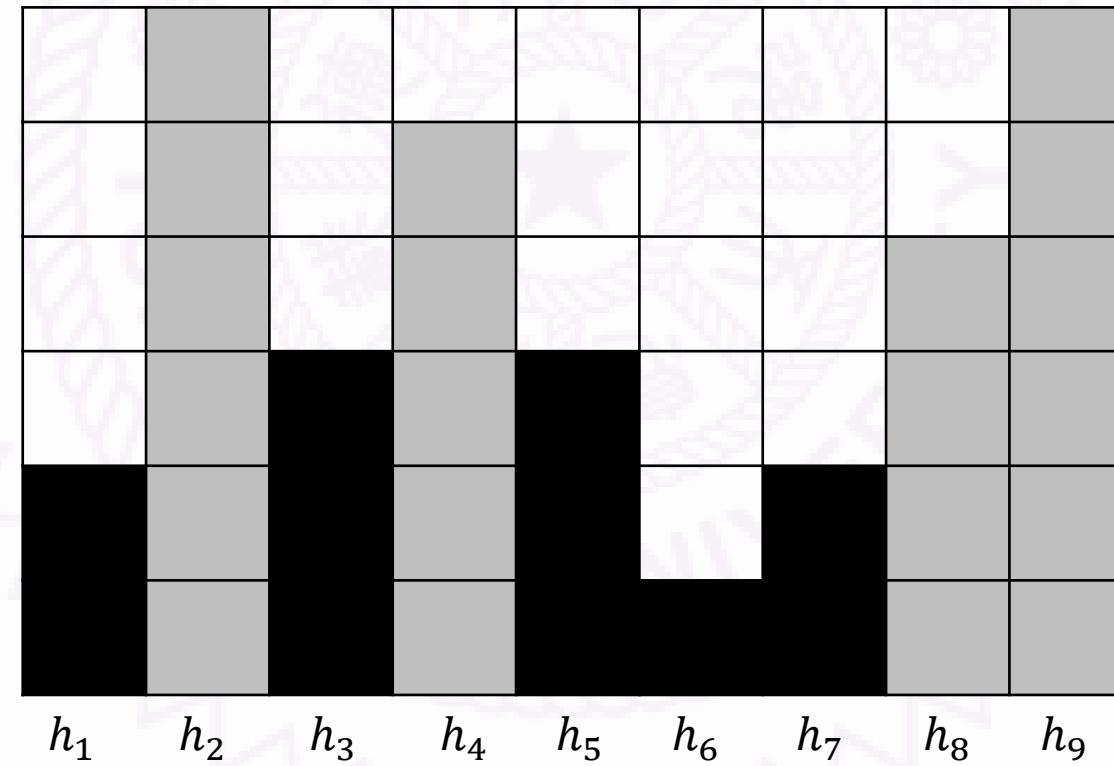


# 計算 $h_9$ 往左看能看到幾隻牛

STK

2	4	8
---	---	---

用 stack 維護有機會被下隻牛  
看到的牛



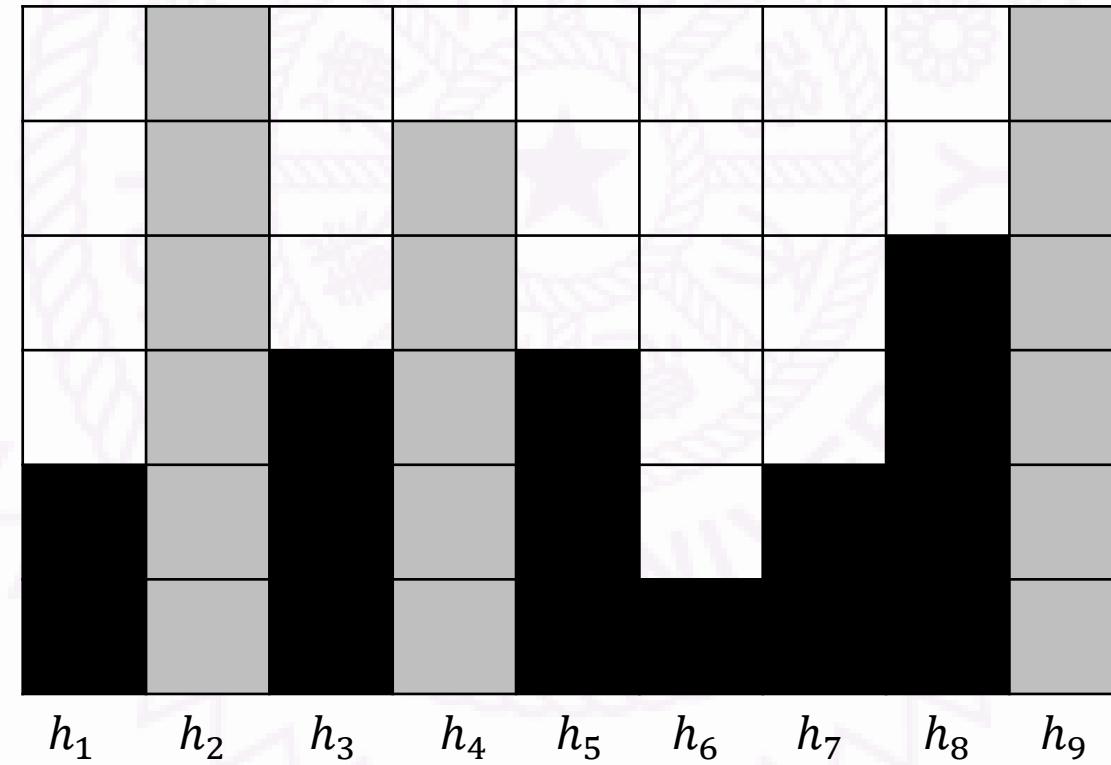
假設  $h_9 = 6$

# 計算 $h_9$ 往左看能看到幾隻牛

STK

2	4
---	---

用 stack 維護有機會被下隻牛  
看到的牛



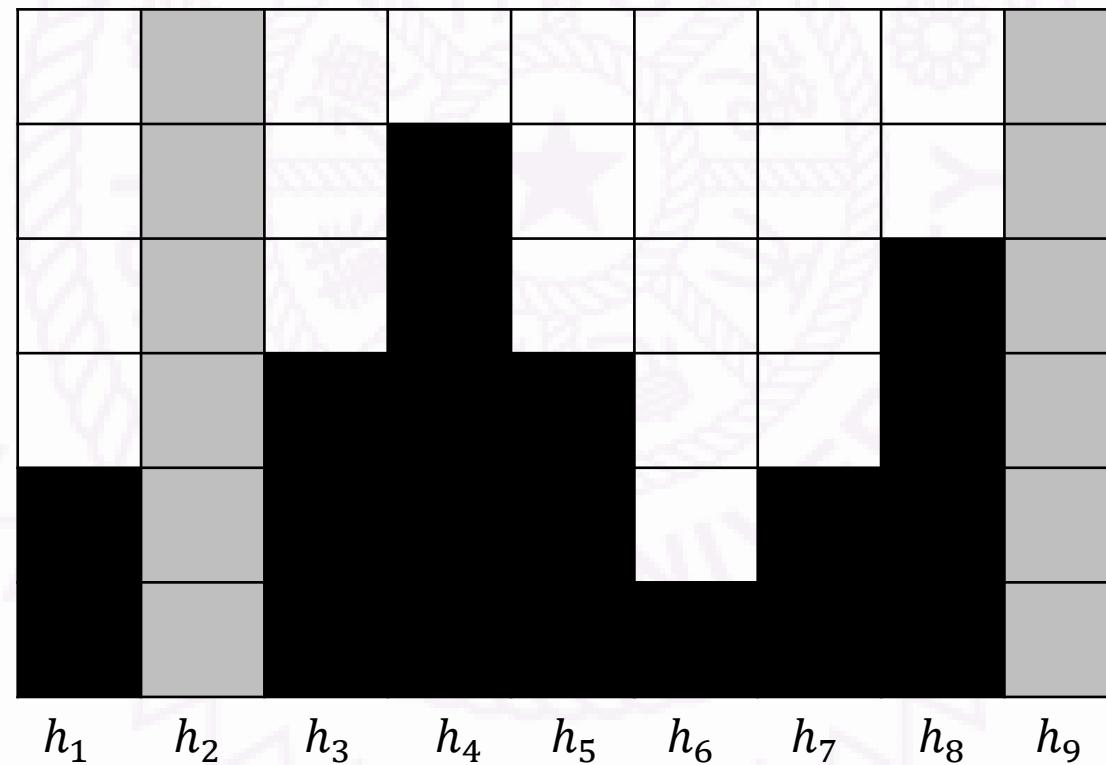
假設  $h_9 = 6$   
STK 頂端是  $h_8$   
 $h_8 < h_9$  所以  $h_8$  沒用了

# 計算 $h_9$ 往左看能看到幾隻牛

STK

2

用 stack 維護有機會被下隻牛  
看到的牛



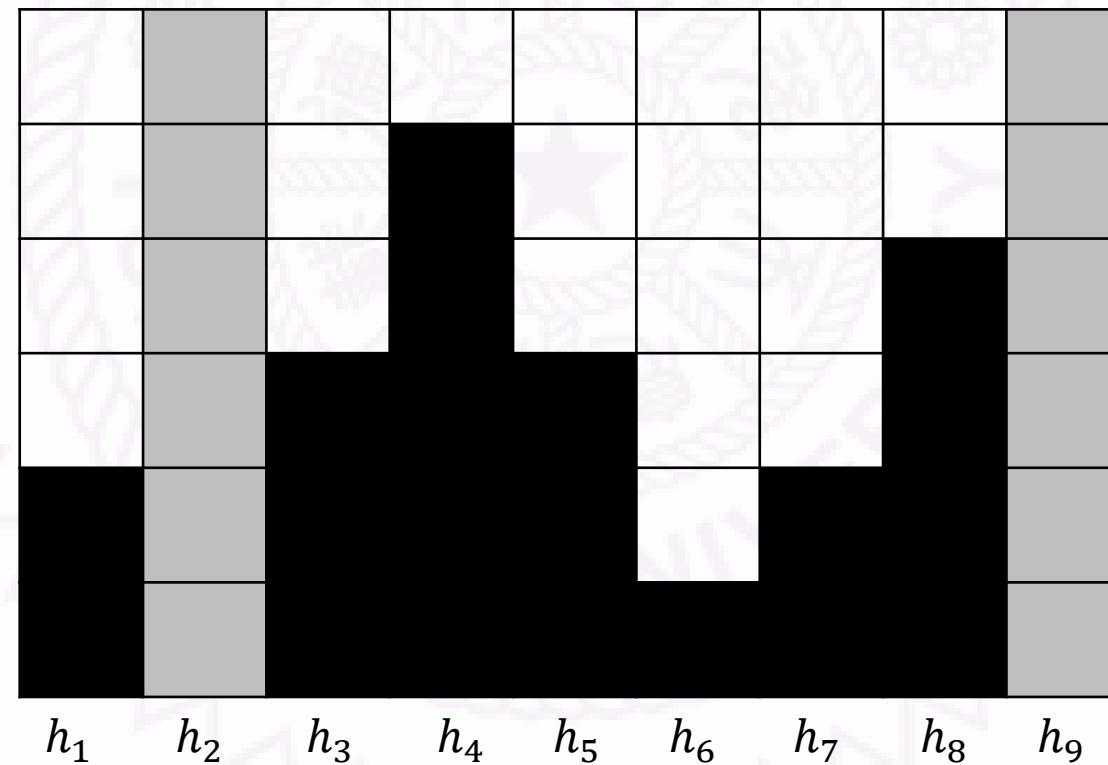
假設  $h_9 = 6$   
STK 頂端是  $h_8$   
 $h_8 < h_9$  所以  $h_8$  沒用了  
STK 頂端是  $h_4$   
 $h_4 < h_9$  所以  $h_4$  沒用了

# 計算 $h_9$ 往左看能看到幾隻牛

STK

2 9

用 stack 維護有機會被下隻牛  
看到的牛



假設  $h_9 = 6$   
STK 頂端是  $h_8$   
 $h_8 < h_9$  所以  $h_8$  沒用了  
STK 頂端是  $h_4$   
 $h_4 < h_9$  所以  $h_4$  沒用了  
STK 頂端是  $h_2$   
 $h_2 \not< h_9$  所以  $h_9$  最遠能看到  $h_2$   
把  $h_9$  放進 STK 為  $h_{10}$  做準備

# 實際程式碼有三個部分

刪除沒用的東西

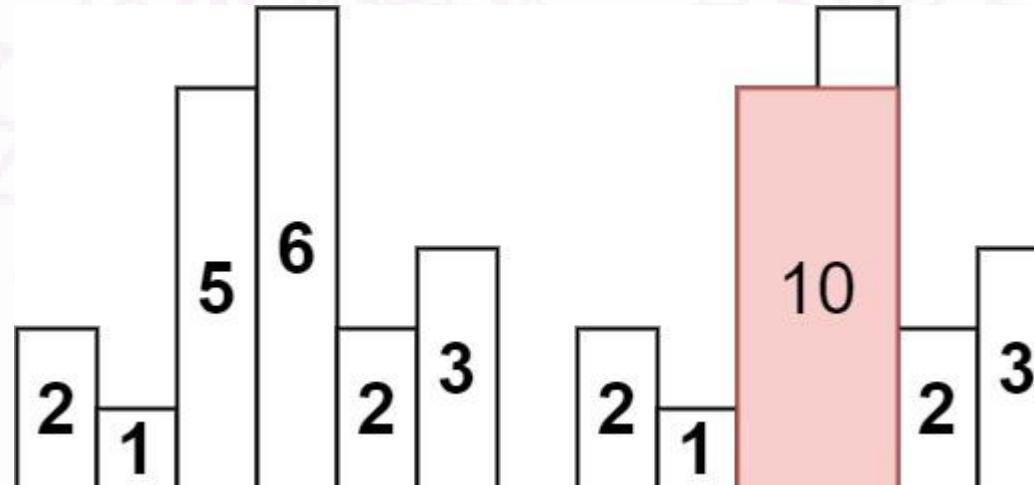
計算  $i$  的答案

將  $i$  放進 STK

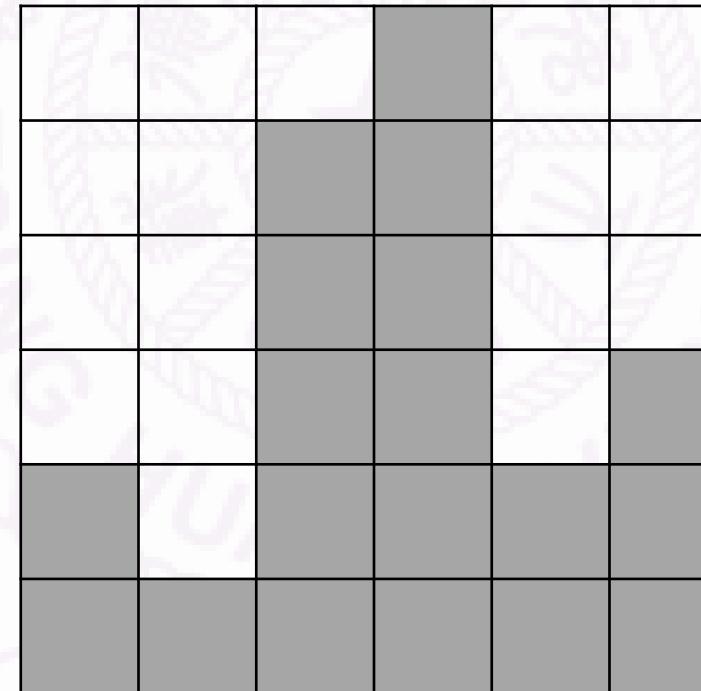
```
void solve(vector<int> h) {  
    stack<int> STK;  
    for (size_t i = 0; i < h.size(); ++i) {  
        while (STK.size() && h[STK.top()] < h[i]) STK.pop();  
  
        if (STK.empty()) cout << i << endl;  
        else cout << i - STK.top() << endl;  
  
        STK.emplace(i);  
    }  
}
```

# 最大矩形

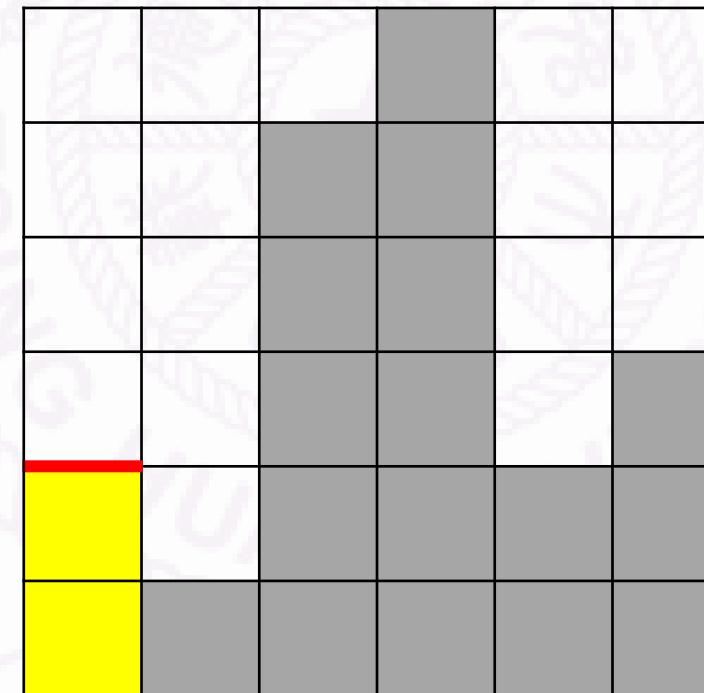
- <https://leetcode.com/problems/largest-rectangle-in-histogram/>
- 告訴你每根長條的高度，問你面積最大的矩形的面積
- heights = [2,1,5,6,2,3]



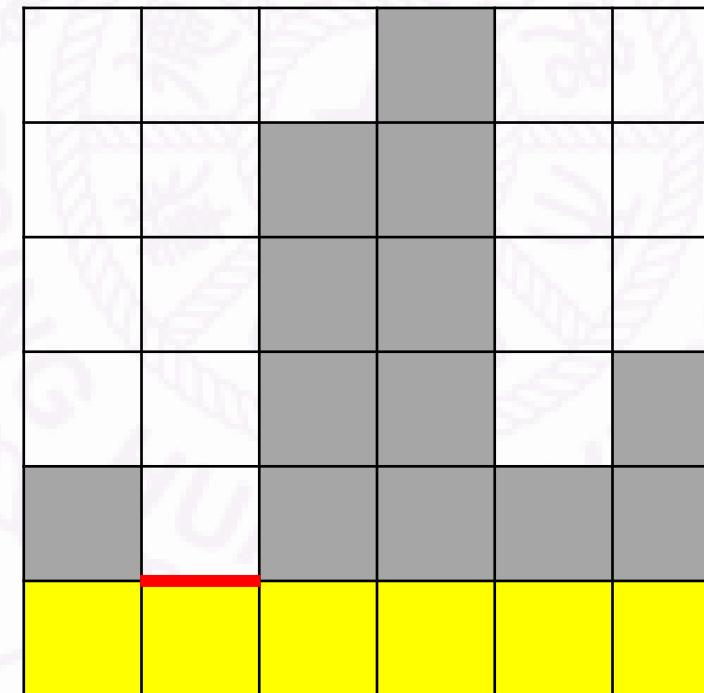
# 觀察所有邊界最大化的矩形



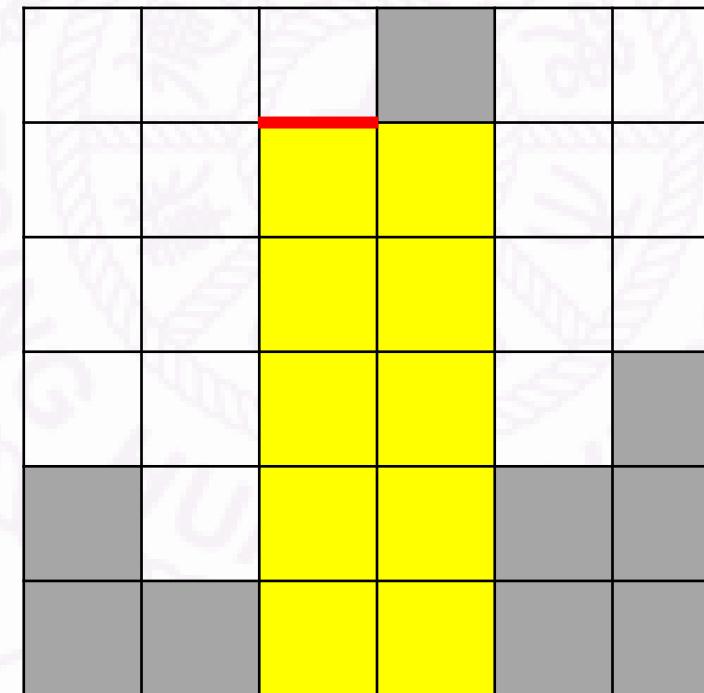
觀察所有邊界最大化的矩形



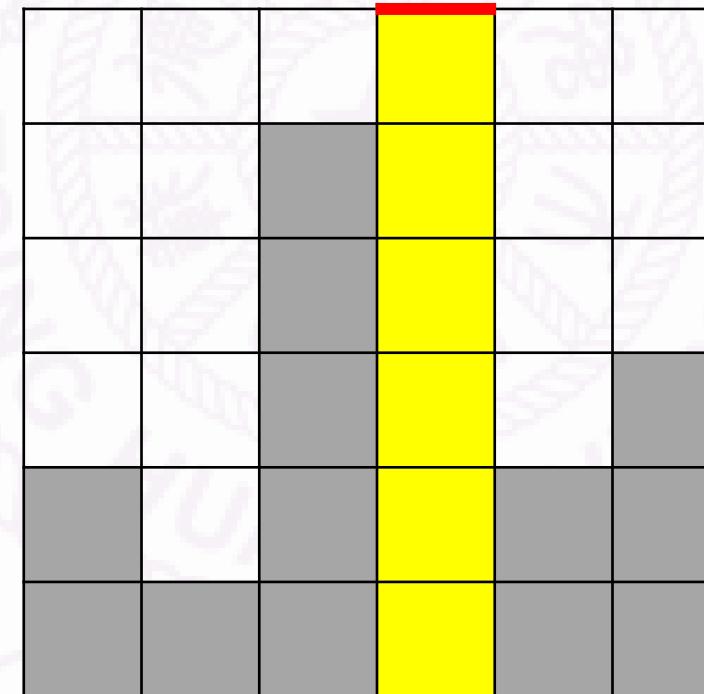
觀察所有邊界最大化的矩形



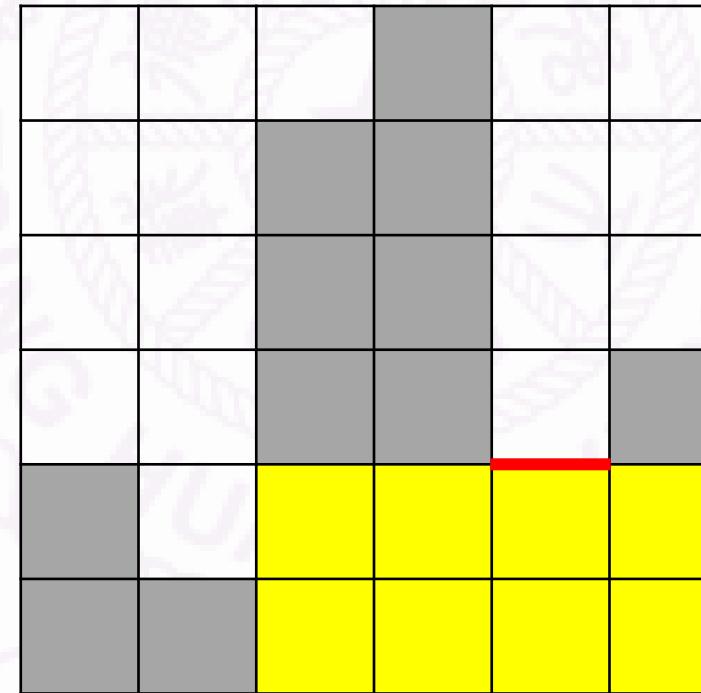
觀察所有邊界最大化的矩形



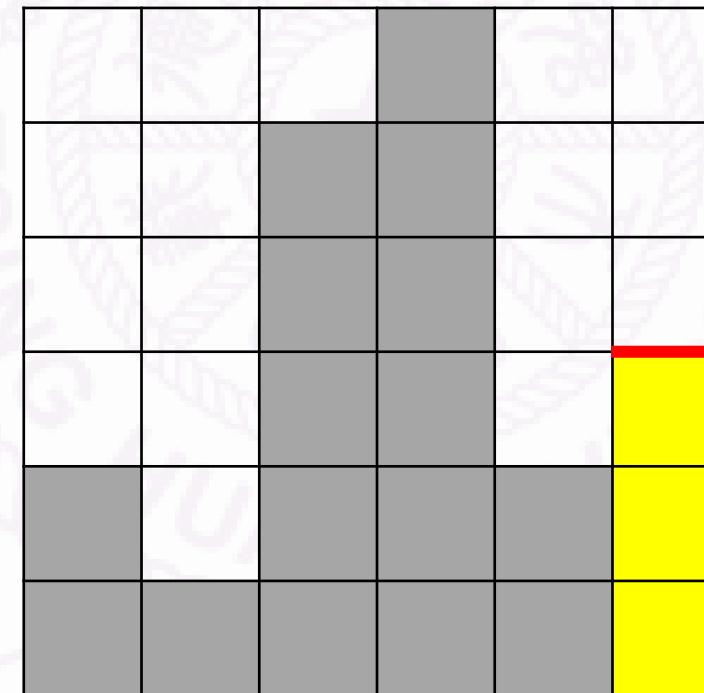
觀察所有邊界最大化的矩形



# 觀察所有邊界最大化的矩形



觀察所有邊界最大化的矩形



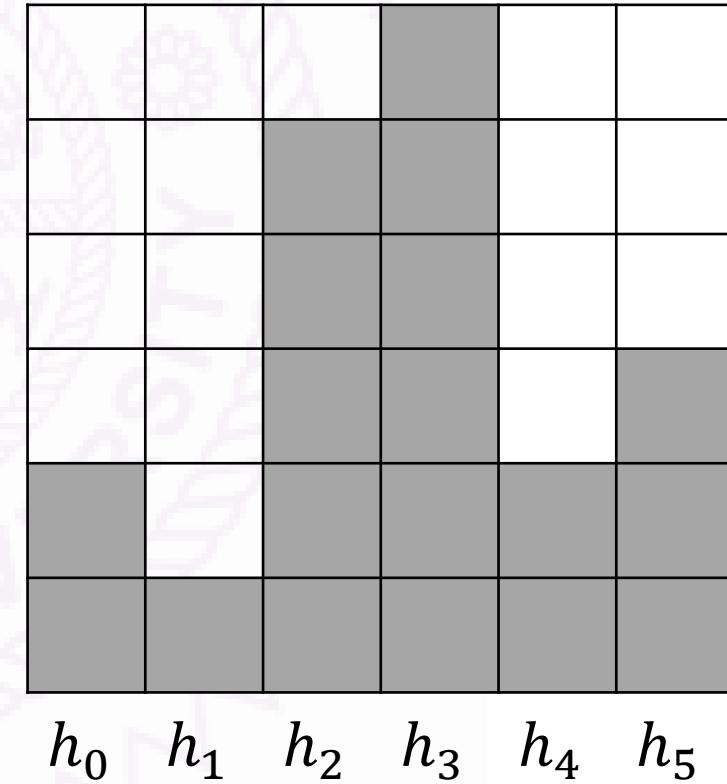
# 性質

---

邊界最大化的矩形最多只有  $n$  個

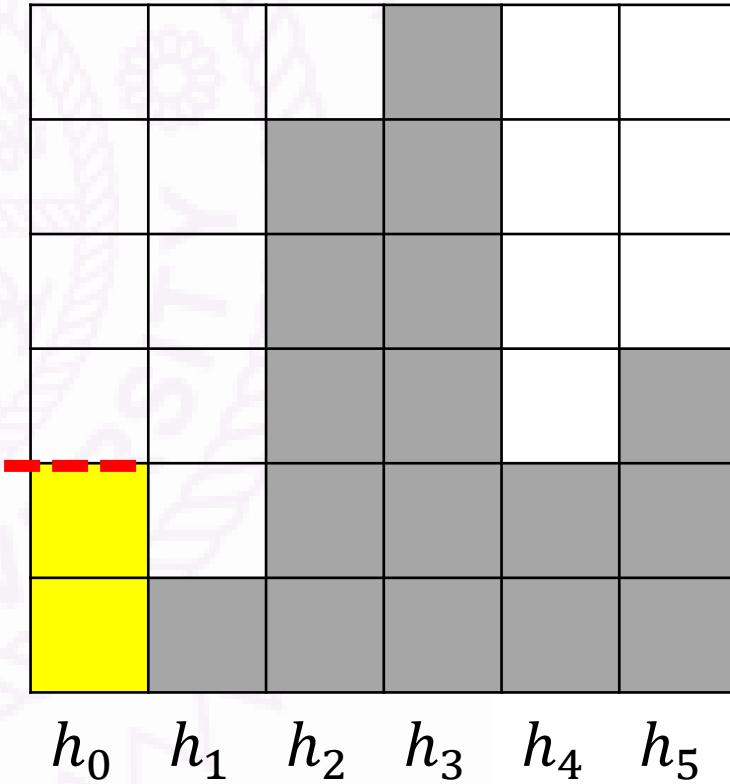
# 去除不可能成為答案的「區域」

- 由左到右依序加入長條
- 每個長條被加入時  
將左邊比他高的部分「砍掉」



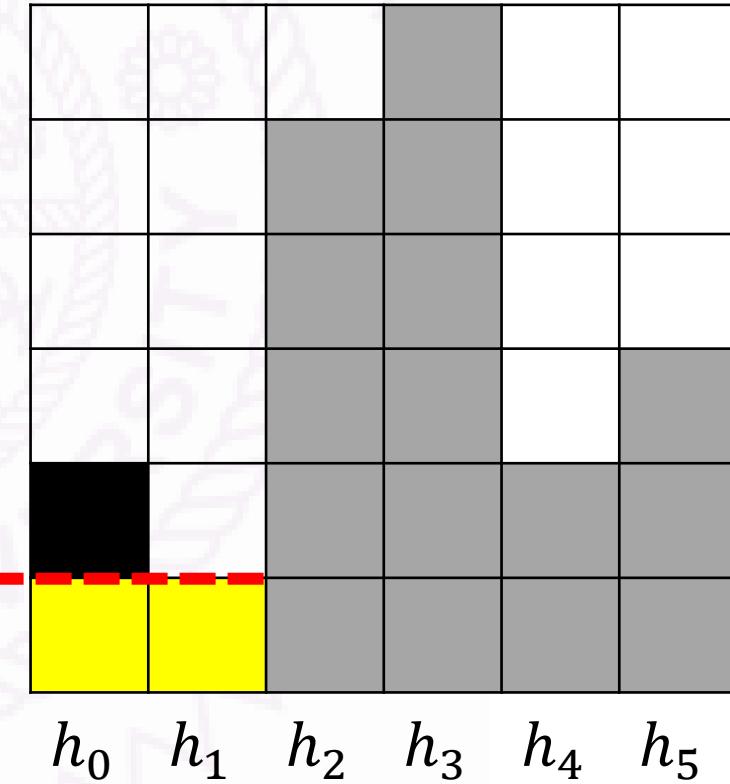
# 去除不可能成為答案的「區域」

- 由左到右依序加入長條
- 每個長條被加入時  
將左邊比他高的部分「砍掉」



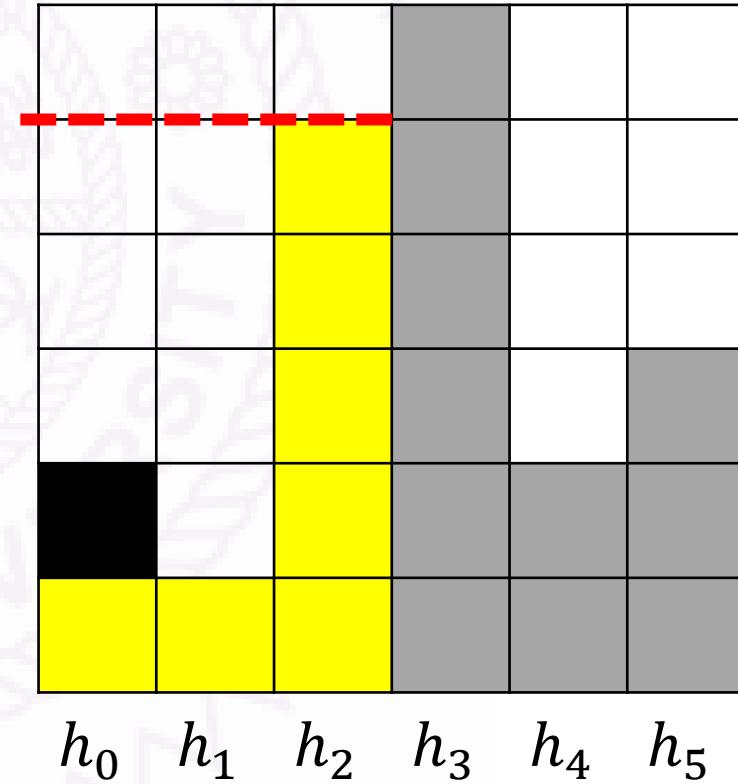
# 去除不可能成為答案的「區域」

- 由左到右依序加入長條
- 每個長條被加入時  
將左邊比他高的部分「砍掉」



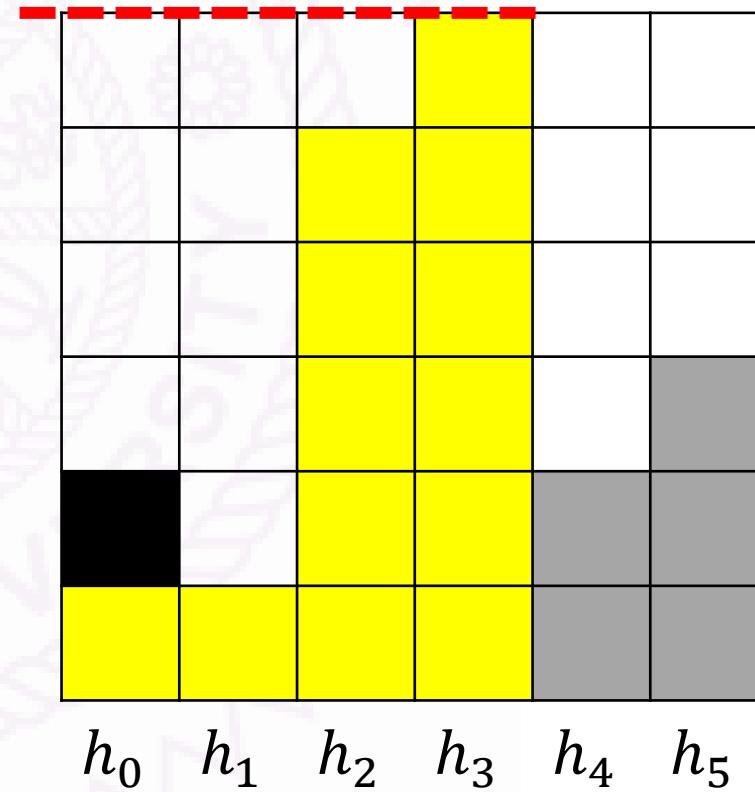
# 去除不可能成為答案的「區域」

- 由左到右依序加入長條
- 每個長條被加入時  
將左邊比他高的部分「砍掉」



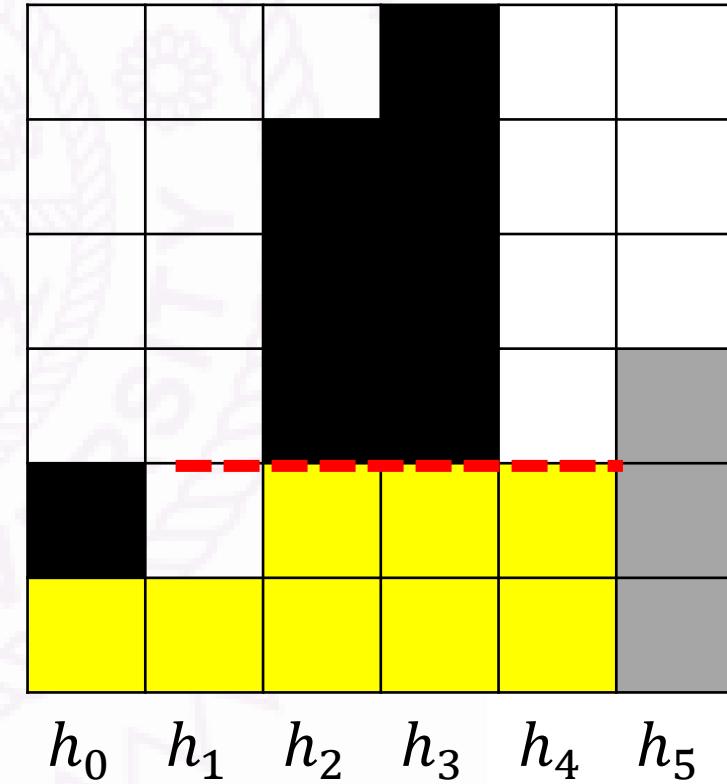
# 去除不可能成為答案的「區域」

- 由左到右依序加入長條
- 每個長條被加入時  
將左邊比他高的部分「砍掉」



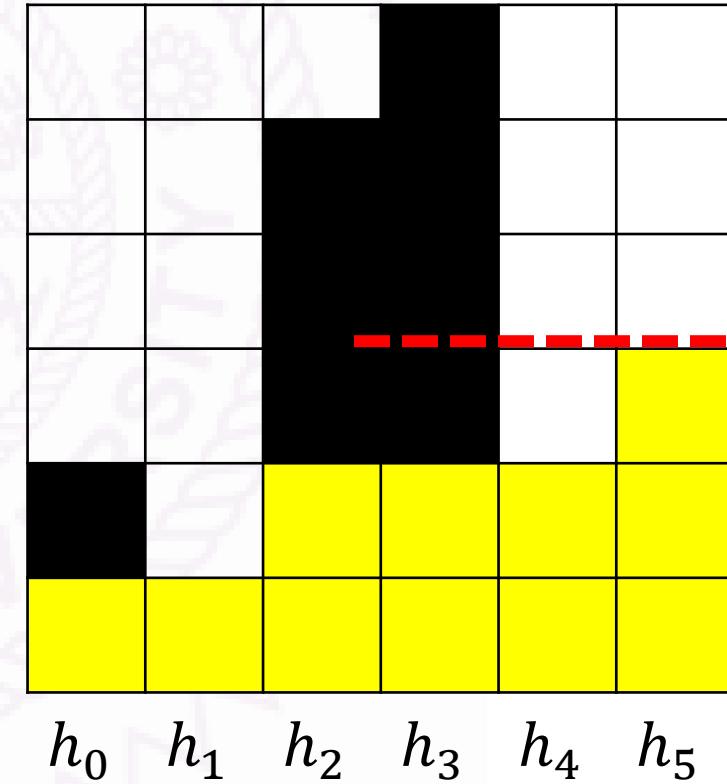
# 去除不可能成為答案的「區域」

- 由左到右依序加入長條
- 每個長條被加入時  
將左邊比他高的部分「砍掉」



# 去除不可能成為答案的「區域」

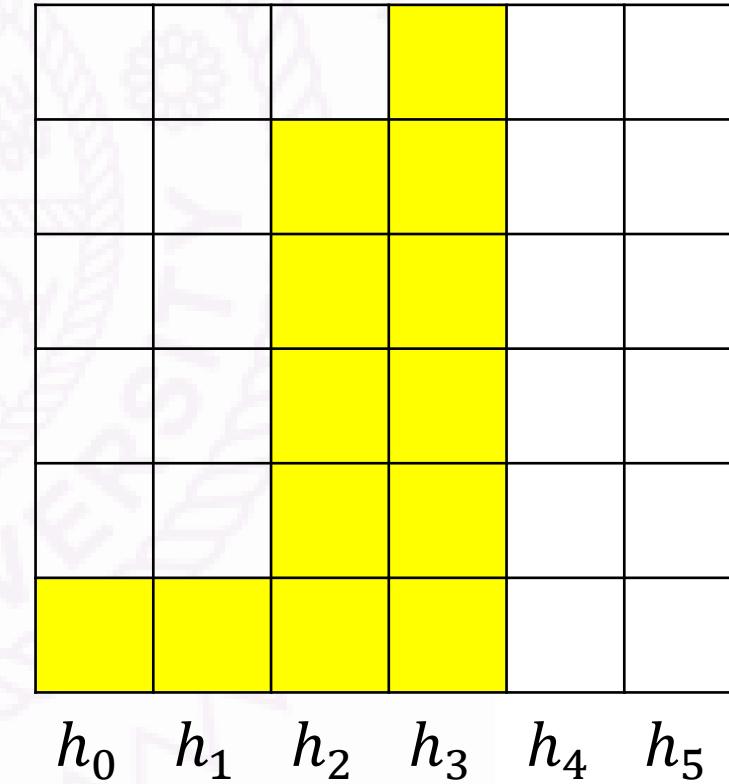
- 由左到右依序加入長條
- 每個長條被加入時  
將左邊比他高的部分「砍掉」



# 維護輪廓

- 有用的區域會形成階梯狀的輪廓
- 只需要記錄轉折點的位置和高度就行了

STK	1	5	6	
	0	2	3	

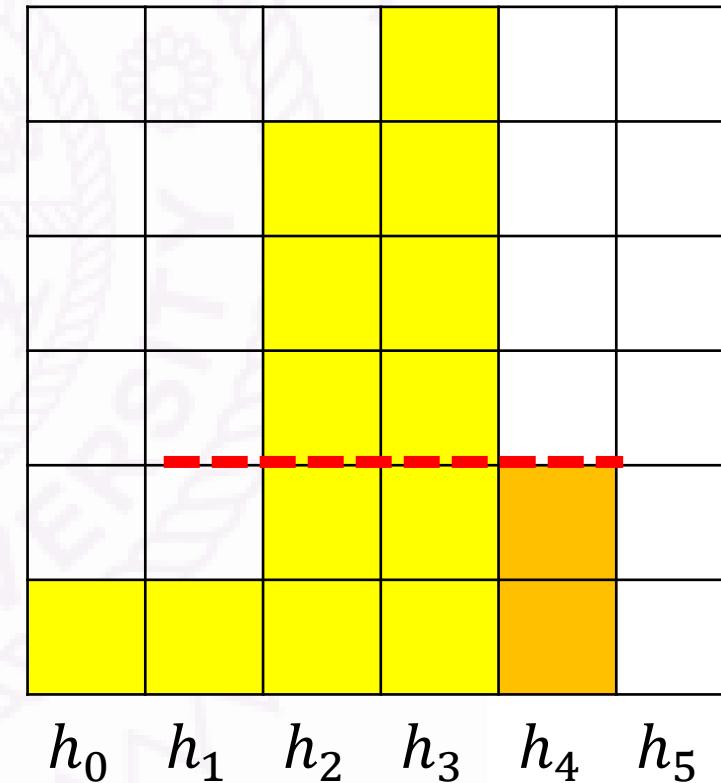


# 維護輪廓

- 有用的區域會形成階梯狀的輪廓
- 只需要記錄轉折點的位置和高度就行了
- 新增下一個長條時  
把要被砍掉的長條 **pop** 掉  
最後被 **pop** 的位置會是新的轉折點

STK	1	5	6
	0	2	3

2  
.....  
4

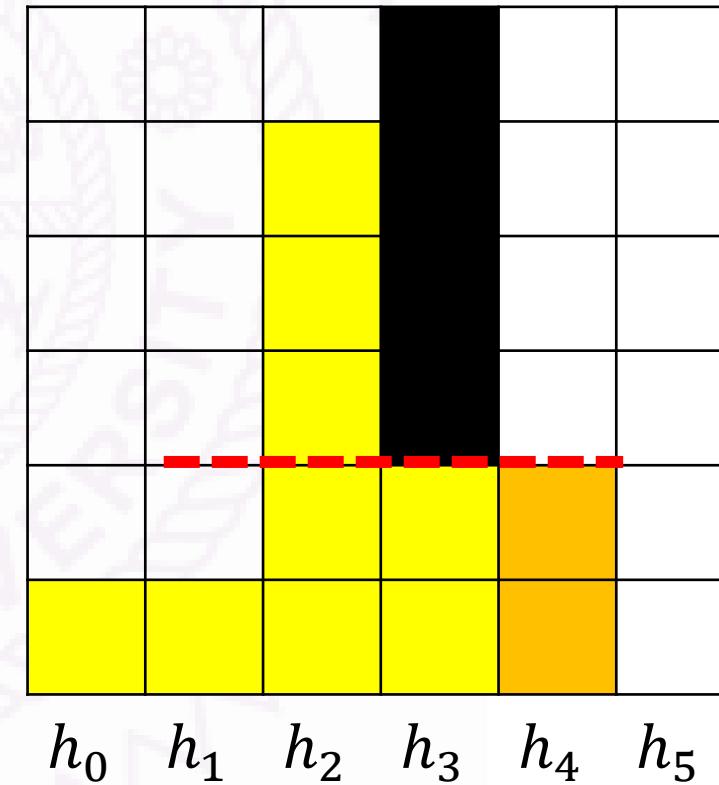


# 維護輪廓

- 有用的區域會形成階梯狀的輪廓
- 只需要記錄轉折點的位置和高度就行了
- 新增下一個長條時  
把要被砍掉的長條 **pop** 掉  
最後被 **pop** 的位置會是新的轉折點

STK	1	5
	0	2

2  
.....  
3

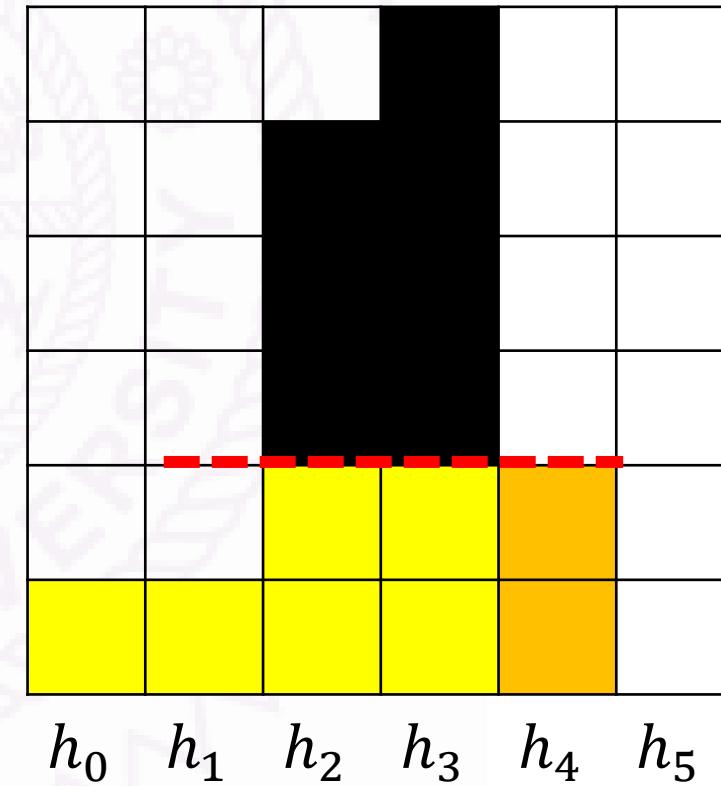


# 維護輪廓

- 有用的區域會形成階梯狀的輪廓
- 只需要記錄轉折點的位置和高度就行了
- 新增下一個長條時  
把要被砍掉的長條 **pop** 掉  
最後被 **pop** 的位置會是新的轉折點



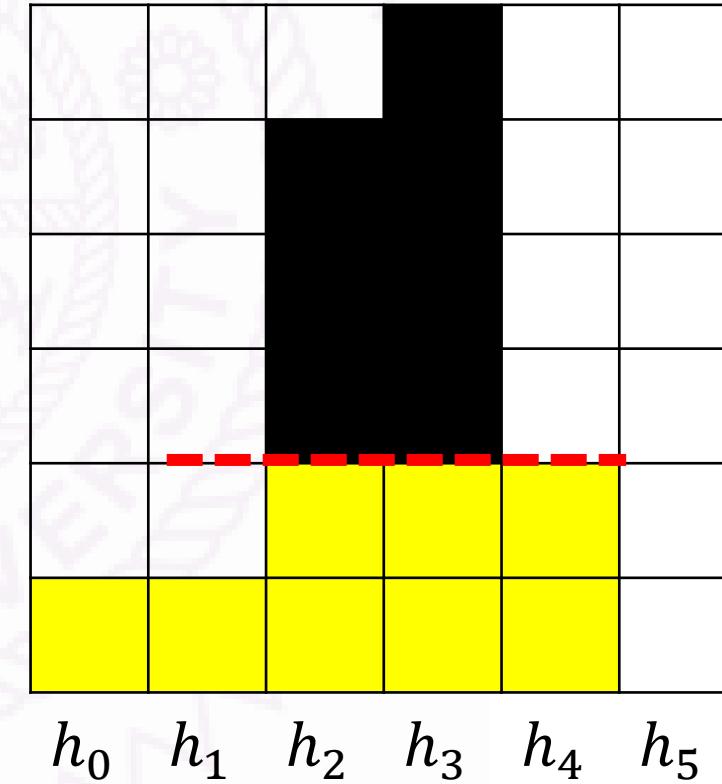
2  
.....  
2



# 維護輪廓

- 有用的區域會形成階梯狀的輪廓
- 只需要記錄轉折點的位置和高度就行了
- 新增下一個長條時  
把要被砍掉的長條 **pop** 掉  
最後被 **pop** 的位置會是新的轉折點

STK	1	2
	0	2



# Stack $O(n)$ 維護輪廓

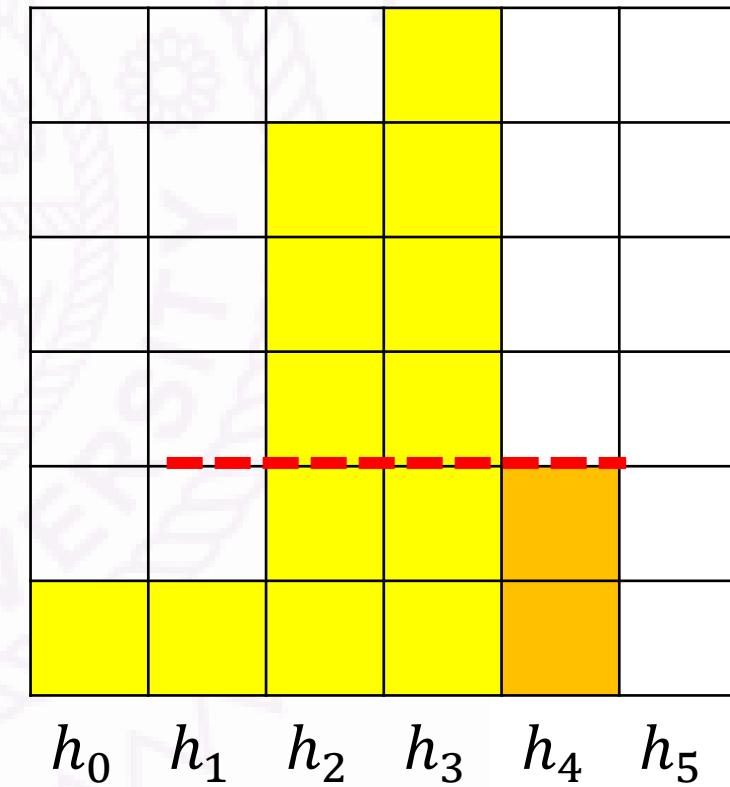
要考慮兩根一樣長的長條

```
long long maxRectangle(vector<int> h) {
    stack<pair<int, int>> STK;
    long long ans = 0;
    for (int i = 0; i < (int)h.size(); ++i) {
        int corner = i;
        while (STK.size() && STK.top().first >= h[i]) {
            corner = STK.top().second;
            STK.pop();
        }
        STK.emplace(h[i], corner);
    }
    return ans;
}
```

# 找出邊界最大化的矩形

- 邊界最大化的矩形一定包含某個轉折點

STK	1	5	6
	0	2	3

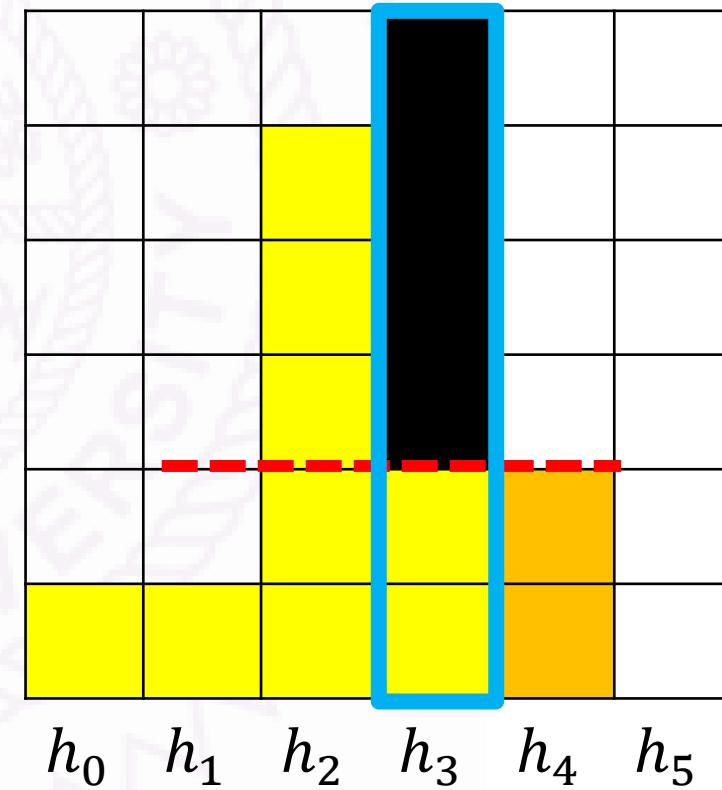


# 找出邊界最大化的矩形

- 邊界最大化的矩形一定包含某個轉折點
- 轉折點被刪除時就能確定邊界最大化的矩形的位置

STK	1	5
	0	2

$$(4 - 3) \times 6$$



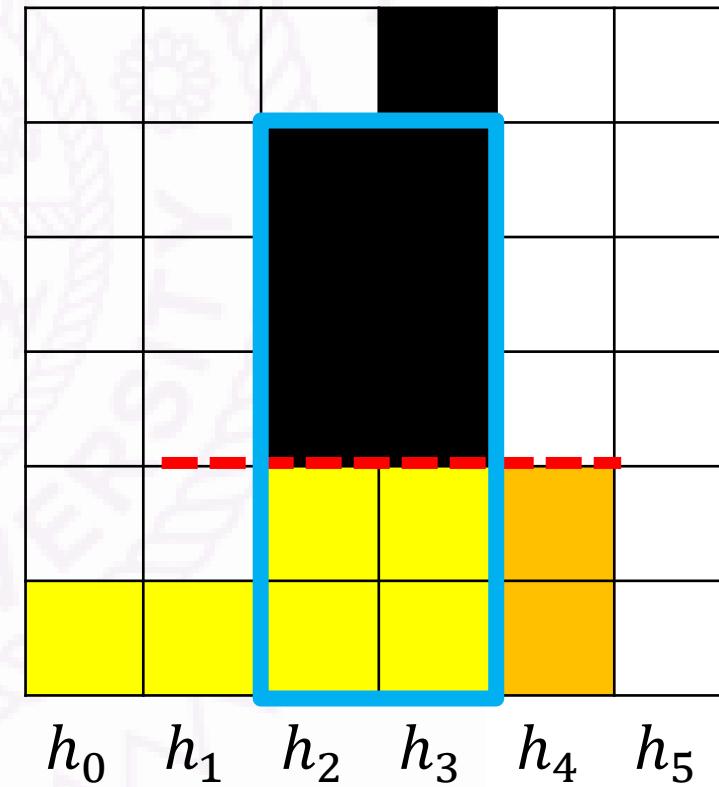
# 找出邊界最大化的矩形

- 邊界最大化的矩形一定包含某個轉折點
- 轉折點被刪除時就能確定邊界最大化的矩形的位置

STK

1
.....
0

$(4 - 2) \times 5$



# 多加兩行就能 $O(n)$ 計算答案

為了最後能刪除所有轉折點

計算當前邊界最大矩形的面積

```
long long maxRectangle(vector<int> h) {
    h.emplace_back(0);
    stack<pair<int, int>> STK;
    long long ans = 0;
    for (int i = 0; i < (int)h.size(); ++i) {
        int corner = i;
        while (STK.size() && STK.top().first >= h[i]) {
            corner = STK.top().second;
            ans = max(ans, 1LL * (i - corner) * STK.top().first);
            STK.pop();
        }
        STK.emplace(h[i], corner);
    }
    return ans;
}
```

# Monotonic Queue

保證 `deque` 中的  
值遞增或遞減

去除永遠不可能  
成為答案的元素

與 `stack` 最大的差  
別是可以刪掉頭  
部

# Sliding Window

- <https://leetcode.com/problems/sliding-window-maximum/>
- 紿你 sliding window 的大小，問你輸入陣列中每個 sliding window 的最大值
- Example
- $\text{nums} = [7, 6, 3, 5, -3, -1, 3, 9], k = 3$ 
  - $\text{ans} = [7, 6, 5, 5, 3, 9]$

<table border="1"><tr><td>7</td><td>6</td><td>3</td><td>5</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td><td>9</td></tr></table>	7	6	3	5	-3	-1	3	9	7
7	6	3	5	-3	-1	3	9		
<table border="1"><tr><td>7</td><td>6</td><td>3</td><td>5</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td><td>9</td></tr></table>	7	6	3	5	-3	-1	3	9	6
7	6	3	5	-3	-1	3	9		
<table border="1"><tr><td>7</td><td>6</td><td>3</td><td>5</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td><td>9</td></tr></table>	7	6	3	5	-3	-1	3	9	5
7	6	3	5	-3	-1	3	9		
<table border="1"><tr><td>7</td><td>6</td><td>3</td><td>5</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td><td>9</td></tr></table>	7	6	3	5	-3	-1	3	9	5
7	6	3	5	-3	-1	3	9		
<table border="1"><tr><td>7</td><td>6</td><td>3</td><td>5</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td><td>9</td></tr></table>	7	6	3	5	-3	-1	3	9	3
7	6	3	5	-3	-1	3	9		
<table border="1"><tr><td>7</td><td>6</td><td>3</td><td>5</td><td>-3</td><td>-1</td><td>3</td><td>9</td></tr></table>	7	6	3	5	-3	-1	3	9	9
7	6	3	5	-3	-1	3	9		

# 考慮使用遞減的 Monotonic Stack

STK

0	1	2	3	4	5	6	7
7	6	3	5	-3	-1	3	9

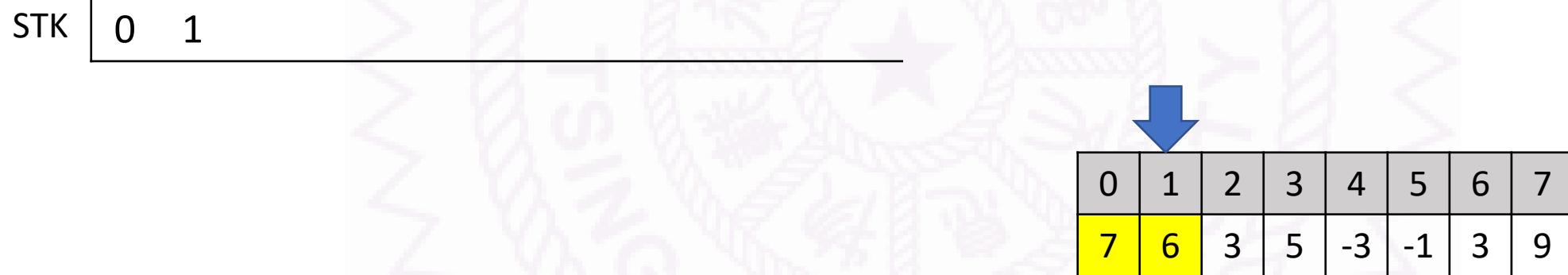
# 考慮使用遞減的 Monotonic Stack

STK

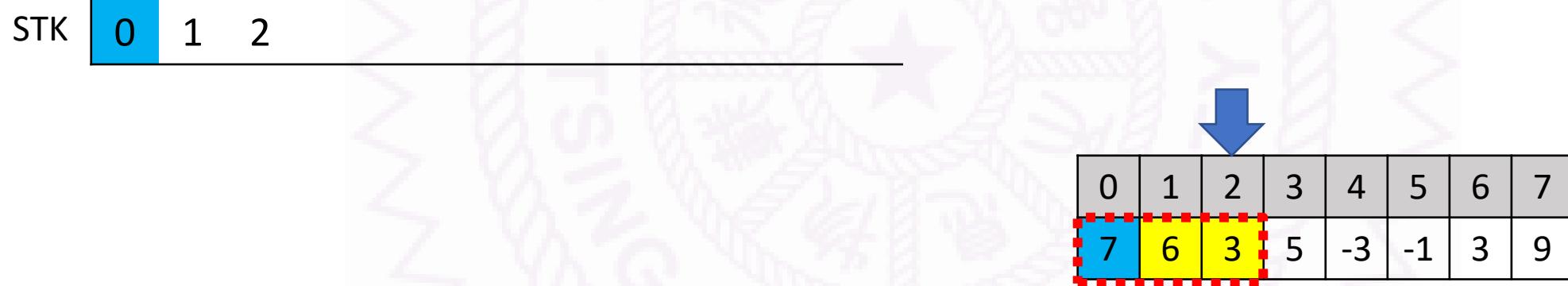
0

0	1	2	3	4	5	6	7
7	6	3	5	-3	-1	3	9

# 考慮使用遞減的 Monotonic Stack



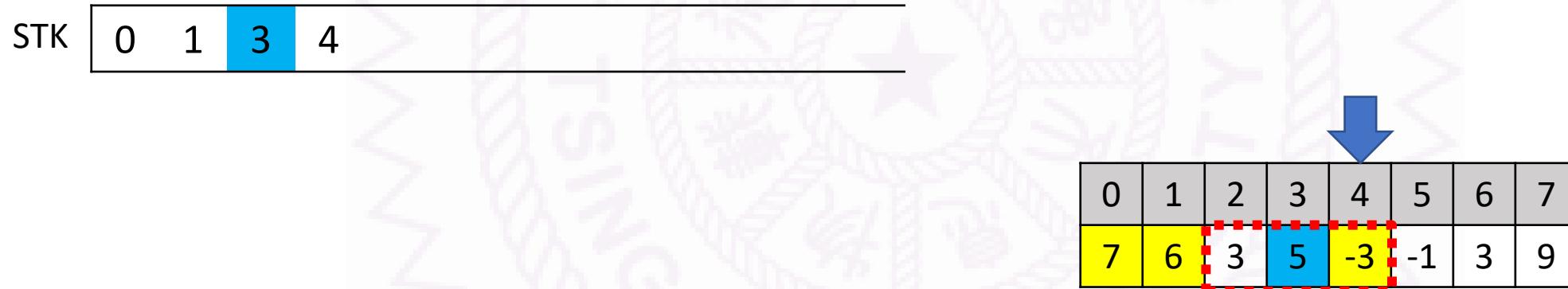
# 考慮使用遞減的 Monotonic Stack



# 考慮使用遞減的 Monotonic Stack



# 考慮使用遞減的 Monotonic Stack

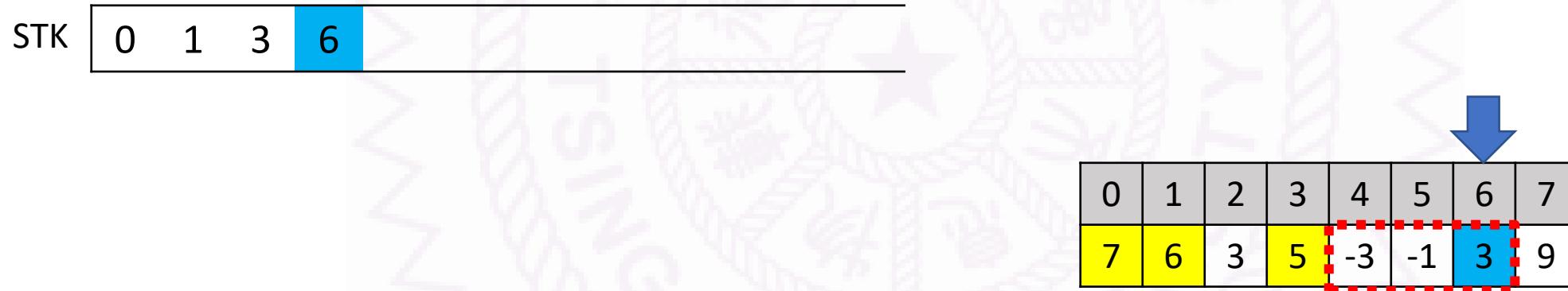


# 考慮使用遞減的 Monotonic Stack

STK 0 1 3 5

0	1	2	3	4	5	6	7
7	6	3	5	-3	-1	3	9

# 考慮使用遞減的 Monotonic Stack



# 考慮使用遞減的 Monotonic Stack

STK 7

0	1	2	3	4	5	6	7
7	6	3	5	-3	-1	3	9

# 觀察到的性質

- 每個 sliding window 的最大值一定會出現在當前 STK 中
- STK 中的 index 是由小排到大  
 $\text{nums}[index]$  由大排到小

用 **Binary Search** 找出 STK 中  
第一個  $> i - k$  的 index  
就是答案

# 利用 Monotonic Stack + Binary Search

```
vector<int> maxSlidingWindow(vector<int> nums, int k) {
    vector<int> STK;
    vector<int> ans;
    for (int i = 0; i < (int)nums.size(); ++i) {
        while (STK.size() && nums[STK.back()] < nums[i])
            STK.pop_back();
        STK.emplace_back(i);
        if (i >= k - 1) {
            auto [L, R] = binarySearch(0, (int)STK.size() - 1,
                                       [&](int mid) { return STK[mid] <= i - k; });
            ans.emplace_back(nums[STK[R]]);
        }
    }
    return ans;
}
```

# 考慮用 Deque 將超出範圍的值刪掉

DQ

---

---

0	1	2	3	4	5	6	7
7	6	3	5	-3	-1	3	9

# 考慮用 Deque 將超出範圍的值刪掉

DQ 0



0	1	2	3	4	5	6	7
7	6	3	5	-3	-1	3	9

# 考慮用 Deque 將超出範圍的值刪掉

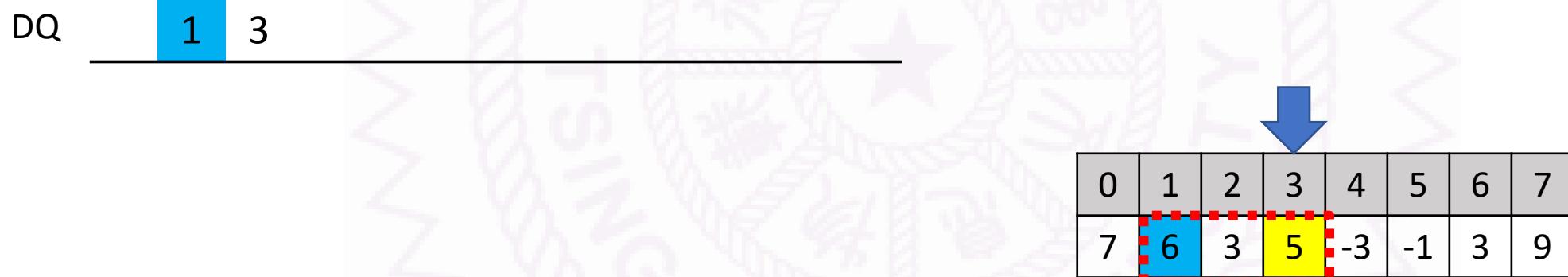
DQ 0 1

0	1	2	3	4	5	6	7
7	6	3	5	-3	-1	3	9

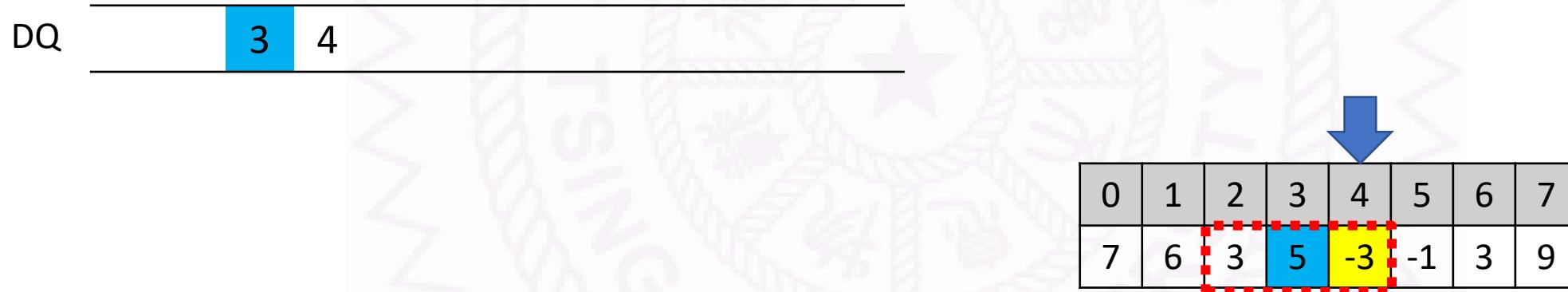
# 考慮用 Deque 將超出範圍的值刪掉



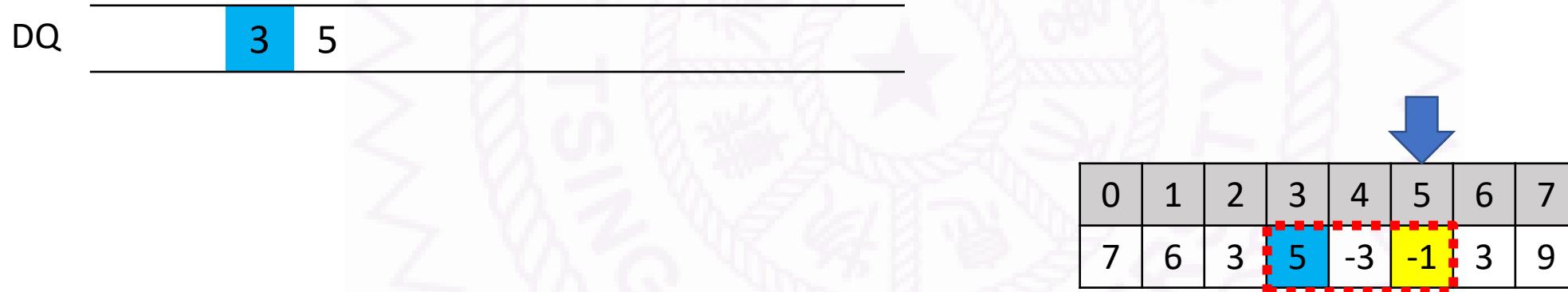
# 考慮用 Deque 將超出範圍的值刪掉



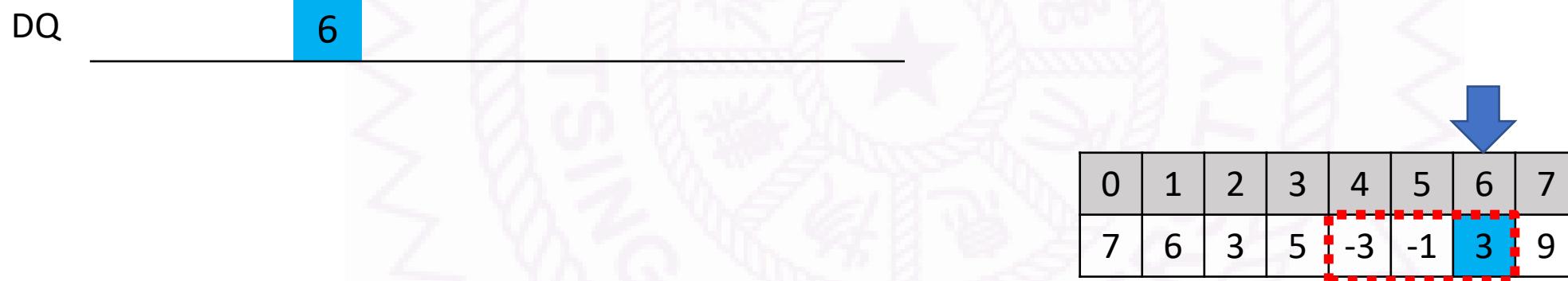
考慮用 Deque 將超出範圍的值刪掉



考慮用 Deque 將超出範圍的值刪掉



考慮用 Deque 將超出範圍的值刪掉



考慮用 Deque 將超出範圍的值刪掉



# $O(n)$ 四個部分

刪除超過範圍的東西

刪除沒有用的東西

加入當前資料

計算當前答案

根據不同題目性質  
計算當前答案有可能出現在  
兩個刪除之間

```
vector<int> maxSlidingWindow(vector<int> &nums, int k) {  
    deque<int> DQ;  
    vector<int> ans;  
    for (int i = 0; i < (int)nums.size(); ++i) {  
        while (DQ.size() && DQ.front() <= i - k)  
            DQ.pop_front();  
  
        while (DQ.size() && nums[DQ.back()] < nums[i])  
            DQ.pop_back();  
  
        DQ.emplace_back(i);  
  
        if (i >= k - 1)  
            ans.emplace_back(nums[DQ.front()]);  
    }  
    return ans;  
}
```