

1. 令  $S(x)$ :  $x$  是大学生,  $L(y)$ :  $y$  是运动员,  $A(x, y)$ :  $x$  钦佩  $y$ , 命题“有些大学生不钦佩运动员。”，下列翻译正确的是 ( )。

- (A)  $(\exists x)(S(x) \wedge (\forall y)(L(y) \rightarrow \neg A(x, y)))$   
 (B)  $(\exists x)(S(x) \vee (\forall y)(L(y) \wedge \neg A(x, y)))$   
 (C)  $(\exists x)(S(x) \wedge (\forall y)(L(y) \wedge \neg A(x, y)))$   
 (D)  $(\exists x)(S(x) \rightarrow (\forall y)(L(y) \rightarrow \neg A(x, y)))$

2. 设集合  $A=\{0,1\}$ ,  $P(A)$  是  $A$  的幂集, 问下列四个选项中哪个是错的? ( )

- (A)  $A \in P(A)$  (B)  $P(A)=\{\emptyset, \{0\}, \{1\}, A\}$   
 (C)  $P(A)=\{\emptyset, 0, 1, \{0, 1\}\}$  (D)  $\emptyset \subseteq A$

3. 下列集合对于整除关系都构成偏序集, 则 [ ] 不是格。

- (A)  $L=\{1,2,3,6,12\}$  (B)  $L=\{1,2,3,4,5\}$   
 (C)  $L=\{1,2,3,4,6,12\}$  (D)  $L=\{2,4, \dots, 2n\}, n$  为整数

4. 设  $A=\{2,4,6\}$ , 二元运算  $*$  定义为:  $a*b=\max(a,b)$ , 那么代数系统  $\langle A, * \rangle$  中么元是:

- ( )  
 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 无么元

5. 3 个元素的集合上可以构成 ( ) 个等价关系。

- (A) 3 (B) 5  
 (C) 7 (D) 9

6. 设  $X=\{1, 2, 3\}$ ,  $Y=\{a, b\}$ , 则有 ( ) 个从  $X$  到  $Y$  (即  $X \rightarrow Y$ ) 的函数。

- (A) 9 (B) 8  
 (C) 5 (D) 6

7. 在一个格  $\langle A, \leq \rangle$  中, 对任意的  $a, b \in A$ , 都有 ( )。

- (A)  $a \wedge b = a$  (B)  $a \wedge b \leq b$   
 (C)  $a \vee b = a$  (D)  $a \vee b \leq a$

8. 设  $f$  和  $g$  为定义在集合  $S$  上的二元关系, 且有  $f \circ g^c = \{\langle 1,2 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle\}$ , 则  $g \circ f$  为 ( )。

- (A)  $\{\langle 1,2 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle\}$  (B)  $\{\langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle\}$   
 (C)  $\{\langle 2,1 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 3,3 \rangle\}$  (D)  $\{\langle 3,2 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle\}$

9. 集合  $X=\{1,3,5\}$ ,  $Y=\{1,9,10,25\}$ ,  $f=\{\langle x, y \rangle \mid y=x^2, x \in X, y \in Y\}$ , 则下列关于函数  $f$  描述正确的是 ( )。

(A) 入射函数 (B) 满射函数

(C) 双射函数 (D) 非函数

10. 设有群  $\langle G, * \rangle$ , 若其阶数为 ( ), 则必为循环群。

(A)  $|G|=3$  (B)  $|G|=4$

(C)  $|G|=6$  (D)  $|G|=8$

11. 图  $G$  有 16 条边, 每个结点的度数均为 2, 则  $G$  有 ( ) 结点。

(A) 8 (B) 16 (C) 24 (D) 32

12. 集合  $A$  到  $B$  共有 64 个不同的函数, 则  $B$  中元素个数不可能是 ( )。

(A) 4 (B) 8 (C) 16 (D) 64

13. 设集合  $A=\{1,2,3\}$  上的函数分别为  $f=\{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 3,3 \rangle\}$ ,  $g=\{\langle 1,3 \rangle,$

$\langle 2,2 \rangle, \langle 3,2 \rangle\}$ ,  $h=\{\langle 1,3 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 3,1 \rangle\}$ , 则  $h$  为 ( )

(A)  $f \circ g$  (B)  $g \circ f$  (C)  $f \circ f$  (D)  $g \circ g$

14. 集合  $A=\{a,b\}$  上的二元关系  $R=\{\langle a,a \rangle, \langle b,b \rangle\}$ , 则  $R$  ( )

(A) 是等价关系但不是偏序关系

(B) 是偏序关系但不是等价关系

(C) 既是等价关系又是偏序关系

(D) 既不是等价关系又不是偏序关系

15. 若连通平面图有 4 个结点、3 个面, 则它有 ( ) 边。

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

16. 存在割点的连通图  $G$ , 其连通度为 ( )。

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D)  $\delta(G)$

17. 对于包含 6 个顶点的完全图  $K_6$ , 它的边数为 ( )。

(A) 21 (B) 12

(C) 30 (D) 15

18. 设  $A=\{a, b, c, 1, 2\}$ , 下面哪个集合是  $A$  的划分 ( )。

(A)  $\{\{a, b, c\}, \{1, 2\}\}$

(B)  $\{\{a, b, c\}, \{c, 1, 2\}\}$

(C)  $\{\{a, b, c\}, \{c\}, \{1\}\}$

(D)  $\{\{a, b, c\}\}$

19. 公式  $(p \wedge \neg Q) \vee T$  的对偶式是为( )。

- (A)  $(p \vee \neg Q) \wedge F$  (B)  $T$   
(C)  $(p \vee Q) \wedge F$  (D)  $(\neg p \vee Q) \wedge F$

20. 以下集合关系式不成立的是( )。

- (A)  $A \cup B = (A \cap \sim B) \cup (\sim A \cap B) \cup (A \cap B)$   
(B)  $A \oplus B = (A \cap \sim B) \cup (\sim A \cap B)$   
(C)  $A - B = \sim A \cap B$   
(D)  $\sim (A \cup B) = \sim A \cap \sim B$

21. 以下哪种情况可以将无向图  $G$  一笔画出( )。

- (A) 无向图  $G$  具有一条欧拉回路。  
(B) 无向图  $G$  没有偶数度数的结点。  
(C) 无向图  $G$  删除一结点后是连通的。  
(D) 无向图  $G$  所有结点度数和是边数的 3 倍。

22. 已知一个平面图  $G$  有  $v$  个结点,  $e$  条边,  $r$  个面, 则其构成  $(v, e, r)$  不可能为( )。

- (A)  $(3, 3, 2)$   
(B)  $(2, 3, 2)$   
(C)  $(4, 4, 2)$   
(D)  $(4, 5, 3)$

23. 设  $P$ : IF 标志为 1;  $Q$ : CPU 允许中断; 则下列语句中符号化不正确的是? ( )。

- (A)  $P \rightarrow Q$ : 如果 IF 标志为 1, CPU 允许中断。  
(B)  $\neg Q$ : CPU 不允许中断。  
(C)  $Q \rightarrow P$ : 仅当 IF 标志为 1 的时候, CPU 允许中断。  
(D)  $(Q \rightarrow P) \vee (P \rightarrow Q)$ : 当且仅当 IF 标志为 1 的时候, CPU 允许中断。

24. 设  $A = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5\}, \{6, 7, 8\}\}$ , 下列选项正确的为( )。

- (A)  $1 \in A$  (B)  $\{1, 2, 3\} \subseteq A$  (C)  $\{\{4, 5\}\} \subset A$  (D)  $\emptyset \in A$

25. 设集合  $A$  的幂集有 16 个元素, 问  $|A|$  是多少? ( )。

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 3

26. 设  $R$  和  $S$  是集合  $A$  上的等价关系, 则  $R \cup S$  的对称性( )。

- (A) 一定成立 (B) 一定不成立  
(C) 不一定成立 (D) 不可能成立

27. 下列群 $\langle G, * \rangle$ 中一定是循环群的是 ( )。

- (A)  $|G|=4$  (B)  $|G|=5$   
(C)  $|G|=6$  (D)  $|G|=8$

28. 集合  $X=\{1, 2, 3\}$ ,  $Y=\{1, 4, 7, 9\}$ ,  $f:=\{\langle x, y \rangle \mid y=x^2, x \in X, y \in Y\}$ , 则下列关于  $f$  的描述正确的是 ( )。

- (A) 入射函数 (B) 满射函数  
(C) 双射函数 (D) 非函数

29. 设  $f$  和  $g$  为定义在集合  $A$  上的二元关系, 且  $f^{-1} \circ g^{-1} = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$ , 则  $g \circ f$  为 ( )。

- (A)  $\{\langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$  (B)  $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$   
(C)  $\{\langle 3, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$  (D)  $\{\langle 3, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$

30. 设  $(S, \leq)$  是偏序集,  $\leq$  是整除关系, 则当  $S=(\quad)$  时,  $(S, \leq)$  是格。

- (A)  $\{1, 2, 3, 4\}$  (B)  $\{2, 3, 4, 6\}$  (C)  $\{2, 3, 4, 12\}$  (D)  $\{2, 4, 6, 12\}$

## 二、解答题

1. 求下式的主析取范式和主合取范式。

$$(P \vee Q) \wedge R$$

2. 设集合  $A=\{1, 2, 3, 4\}$ , 给定  $A$  上的关系  $R=\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}$ , 求关系  $R$  的自反闭包  $r(R)$ , 对称闭包  $s(R)$  和传递闭包  $t(R)$ 。

3. 求下式的前束范式

$$(\exists x)P(x) \rightarrow (\forall x)Q(x) \vee (\exists y)R(y)$$

4. 求下式的主析取范式和主合取范式。

$$(P \rightarrow Q) \rightarrow R$$

5. 集合  $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 给定  $A$  上的关系  $R$  为  $R=\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 5, 1 \rangle, \langle 5, 4 \rangle\}$ , 求:

- (1) 关系  $R$  的自反闭包  $r(R)$ 。  
(2) 对称闭包  $s(R)$ 。  
(3) 传递闭包  $t(R)$ 。

6. 设  $A=\{2, 5, 8\}$ ,  $A$  上的二元运算  $*$  定义为:  $a*b=\min\{a, b\}$ , 问  $\langle A, * \rangle$  是否为独异点? 如果是, 写出  $\langle A, * \rangle$  中的幺元, 零元。

7. 设集合  $P = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ , 现有一个定义在  $P$  上的二元关系  $R$ ,  $R$  的表达式为:  $R = \{ \langle x_1, x_1 \rangle, \langle x_1, x_2 \rangle, \langle x_1, x_3 \rangle, \langle x_1, x_4 \rangle, \langle x_1, x_5 \rangle, \langle x_2, x_2 \rangle, \langle x_2, x_4 \rangle,$

$\langle x_3, x_3 \rangle, \langle x_3, x_4 \rangle, \langle x_3, x_5 \rangle, \langle x_4, x_4 \rangle, \langle x_5, x_5 \rangle \}$ .

(1) 验证  $\langle P, R \rangle$  是偏序集, 并画出哈斯图。

(2) 写出  $P$  的极大元, 极小元, 最大元, 最小元。

8. 集合  $A = \{a, b, c, d\}$ , 给定  $A$  上的关系  $R$  为  $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, d \rangle \}$ ,

求  $R$  的对称闭包  $S(R)$  和传递闭包  $t(R)$ .

9. 试问下列代数系统是否为群、半群? 并说明理由。

(1)  $\langle A, * \rangle$ , 其中  $A$  为非零整数集合,  $*$  为普通乘法;

(2)  $\langle F, \circ \rangle$ , 其中  $F$  是所有由  $\{1, 2, 3\}$  到  $\{1, 2, 3\}$  的映射作成的集合, 而  $\circ$  是映射的复合运算。

10. 试写出在集合  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 12\}$  上的 “ $|$ ” (表示整除关系) 的关系表达式

(1) 验证  $\langle S, | \rangle$  是偏序集, 并画出哈斯图。

(2) 写出  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  的极大元, 极小元, 最大元, 最小元。

(3) 写出集合  $\{2, 3, 6\}$  的上界, 下界, 上确界, 下确界。(12 分)

### 三、证明题:

1. 证明:  $P \rightarrow (Q \rightarrow R), \neg S \vee P, Q \Rightarrow S \rightarrow R$

2. 证明:  $(P \vee Q) \wedge (P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow S) \Rightarrow S \vee R$

3. 证明:  $R \rightarrow \neg Q, R \vee S, S \rightarrow \neg Q \Rightarrow P \rightarrow Q \Rightarrow \neg P$

4. 证明下列谓词公式。(10 分)

$$(\forall x)(A(x) \rightarrow B(x)), (\forall x)(C(x) \rightarrow \neg B(x)) \iff (\forall x)(\neg C(x) \vee A(x))$$

5. 证明下列谓词公式。(10 分)

$$(\forall x)(A(x) \vee B(x)) \iff (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$$

6. 证明:  $(\forall x)(A(x) \rightarrow (B(x) \wedge P(x))) \wedge (\exists x)(A(x) \wedge Q(x))$

$$\Rightarrow (\exists x)(P(x) \wedge Q(x))$$