**ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΓΝΩΣΗΣ**

1η Σειρά Ασκήσεων

Ακαδημαϊκό έτος 2021-2022

**Κοκκινάκης Παναγιώτης – Α.Μ.: 03118115**

---

## Ερώτημα 1:

1.

A) Έστω ερμηνεία I και $α_0 \in (A \sqcap \forall R.(\neg A \cup C) \sqcap \exists R.B \sqcap \leq 3R \sqcap \geq 3R)^I$.

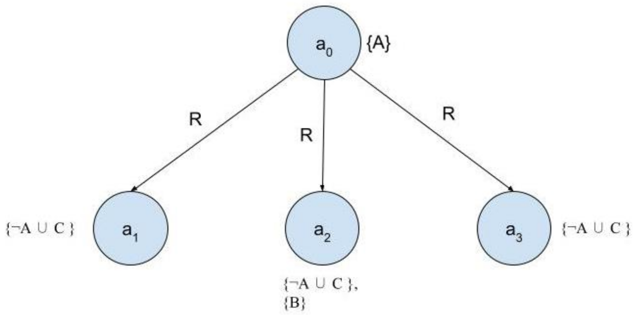
Από τη σημασιολογία του υπαρξιακού περιορισμού συνεπάγεται ότι το $α_0$ είναι κλάσης A.

Από τη σημασιολογία του υπαρξιακού περιορισμού συνεπάγεται ότι για κάθε παιδί R του $α_0$, έστω $α_1$, ισχύει ότι $α_1 \in (\neg A \cup C)^I$ (έστω D)

Από τη σημασιολογία του υπαρξιακού περιορισμού συνεπάγεται ότι το $α_0$ έχει ένα R-παιδί $α_2$ με $α_2 \in B^I$

Πρέπει να υπάρχουν το πολύ 3 R-παιδία και τουλάχιστον 3 R-παιδιά επομένως έχουμε ακριβώς 3 R-παιδιά.

Προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα:




$\Delta^I = \{a_0, a_1, a_2, a_3\}$

$R^I = \{(a_0, a_1), (a_0, a_2), (a_0, a_3)\}$

$D^I = \{a_1, a_2, a_3\}$

$B = \{a_2\}$

B) $\exists R.A \sqcap \exists R.B \sqcap \forall R.\exists S.E$ (1) μβτ. $T = E \sqsubseteq D, \forall S.D \sqsubseteq C, \exists R.(D \sqcup C) \sqsubseteq \forall R.\neg B$ }

Έστω ερμηνεία I και $a_0 \in (\exists R.A \sqcap \exists R.B \sqcap \forall R.\exists S.E)^I$ .

Από τη σημασιολογία του υπαρξιακού περιορισμού συνεπάγεται ότι το $\alpha_0$ έχει R-παιδί $a_1$ με $a_1 \in A$

Από τη σημασιολογία του υπαρξιακού περιορισμού συνεπάγεται ότι το $\alpha_0$ έχει R-παιδί $a_2$ με $a_2 \in B$

Από τη σημασιολογία του υπαρξιακού περιορισμού συνεπάγεται ότι για κάθε R-παιδί του $\alpha_0$ έστω $a_1$ $\exists$ S-παιδί του $a_3$ με $a_3 \in E$.

Από τα αξιώματα του Tbox έχουμε:

$E \sqsubseteq D \Rightarrow E^I \sqsubseteq D^I$ (2)

$\forall S.D \sqsubseteq C \Rightarrow$ αν για κάθε S-παιδί του $a_0$, έστω $a_4$ έχουμε $a_4 \in D$ τότε ισχύει $a_0 \in C$ δηλαδή: $(a_0, a_4) \in S^I$ , $a_4 \in D^I \rightarrow a_0 \in C^I$ (3)

$\exists R.(D \sqcup C) \sqsubseteq \forall R.\neg B \Rightarrow$ αν υπάρχει R-παιδί του $a_0$, έστω $a_5$ με $a_5 \in (D \sqcup C)$, τότε για κάθε R-παιδί του $a_0$, έστω $a_6$ με $a_6 \notin B$ δηλαδή: $(a_0, a_5) \in R^I$ , $a_5 \in D^I$ ή $a_5 \in C^I \rightarrow (a_0, a_6) \in R^I$ , $a_6 \notin B^I$ (4)

Για να βρούμε μοντέλο που να ικανοποιεί την (1) πρέπει να ισχύει ότι $a_2 \in B$ ενώ εμείς γνωρίζουμε από (4) ότι εάν υπάρχει R-παιδί που ανήκει στην C ή στην D κλάση, τότε κάθε R-παιδί του $a_0$ δεν θα ανήκει στην B κλάση. Λόγω της τρίτης σχέσης που προκύπτει από την ερμηνεία μας και τη σημασιολογία του υπαρξιακού περιορισμού και από τις (2), (3), έχουμε ότι τα R-παιδιά ανήκουν στην C οπότε από την (4) κανένα παιδί του $a_0$ δεν ανήκει στη B που είναι άτοπο. Συνεπώς δεν υπάρχει τέτοιο μοντέλο.

2.

A)

$D \sqcap B \sqsubseteq A$

μβτ. $T = \{B \sqsubseteq A \sqcup C, D \sqsubseteq \neg C\}$

Θεωρούμε για οποιαδήποτε απεικόνιση ότι έχουμε $x_i \in (D \sqcup B) \rightarrow x_i \in D^I$ ή $B^I$

Από τα αξιώματα του Tbox έχουμε ότι:

$B \sqsubseteq A \sqcup C$ , ενώ γνωρίζουμε ότι $x_i \in (D \sqcup B) \rightarrow x_i \in B^I$ συνεπώς προκύπτει ότι $x_i \in (A \sqcup C) \rightarrow x_i \in A^I$ ή $C^I$

$D \sqsubseteq \neg C$ , ενώ γνωρίζουμε ότι $x_i \in (D \sqcup B) \rightarrow x_i \in D^I$ συνεπώς προκύπτει ότι $x_i \in \neg C^I$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι $x_i \in (A^I$ ή $C^I) \cup \neg C^I \rightarrow x_i \in A^I$ που αληθεύει, συνεπώς η υπαγωγή ισχύει.

B)

$C \sqsubseteq E$

μβτ. $T = \{C \sqsubseteq \exists R.(A \sqcap \exists S.B), \exists R.B \sqsubseteq D, \exists R.(A \sqcap D) \sqsubseteq \neg E, S \sqsubseteq R\}$

Θεωρούμε για οποιαδήποτε απεικόνιση ότι έχουμε $x_i \in C \rightarrow x_i \in C^I$

Από τα αξιώματα του Tbox έχουμε ότι:

- $C \sqsubseteq \exists R.(A \sqcap \exists S.B)$:

$\forall$ $x_i \in C$ έχει τουλάχιστον ένα R – παιδί, έστω $y_i$, για το οποίο ισχύει $y_i \in A^I$ και έχει S – παιδί, έστω $z_i \in B^I$

- $\exists R.B \sqsubseteq D$:

$\forall$ $x_i$ που έχει ένα R – παιδί, έστω $y_i$, τέτοιο ώστε $y_i \in B$, τότε $x_i \in D$

- $\exists R.(A \sqcap D) \sqsubseteq \neg E$:

$\forall$ $x_i$ που έχει ένα R – παιδί, έστω $y_i$, τέτοιο ώστε $y_i \in (A \sqcap D)^I$, τότε $x_i \in (\neg E)^I$

- $S \sqsubseteq R$:

Κάθε στιγμιότυπο S είναι και στιγμιότυπο R.

Έστω η παρακάτω ερμηνεία:

- $\Delta^I = \{x, y, z\}$
- $A = \{y\}$
- $B = \{z\}$
- $C = \{x\}$
- $D = \{y\}$
- $R = \{(x,y), (y,z)\}$
- $S = \{(y,z)\}$

1ο αξίωμα Tbox:

$C \sqsubseteq \exists R.(A \sqcap \exists S.B)$:

- $\exists S.B = \{y\}$
- $(A \sqcap \exists S.B) = \{y\}$
- $\exists R.(A \sqcap \exists S.B) = \{x\}$
- $C^I = \{x\}$

Οπότε ικανοποιείται.

2ο αξίωμα Tbox:

$\exists R.B \sqsubseteq D$

- $D^I = \{y\}$
- $\exists R.B = \{y\}$

Οπότε ικανοποιείται.

3ο αξίωμα Tbox:

$\exists R.(A \sqcap D) \sqsubseteq \neg E$

- $(A \sqcap D) = \{y\}$
- $\exists R.(A \sqcap D) = \{x,z\}$
- $E = \{\}$
- $\exists R.(A \sqcap D) \subseteq \Delta^I \setminus E^I$

Οπότε ικανοποιείται.

4ο αξίωμα Tbox:

$S \sqsubseteq R$

- $S^I \subseteq R^I$

Οπότε ικανοποιείται.

Όμως, θα πρέπει τα στιγμιότυπα του C να ανήκουν στο E, που έρχεται σε αντίφαση με το τρίτο αξίωμα του Tbox. Συνεπώς η υπαγωγή δεν ισχύει.

**Ερώτημα 2:**

Θεωρούμε την ερμηνεία:

$\Delta^I = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$

$A^I = \{a_1\}$

$B = \{a_2\}$

$C = \{a_3\}$

$D = \{a_4\}$

$R^I = \{(a_1, a_2), (a_3, a_4), (a_4, a_4)\}$

$S^I = \{(a_1, a_2), (a_1, a_3), (a_2, a_1), (a_4, a_2)\}$

- $\forall$ s. $\forall$ r. $\perp$

Θέλουμε τα s – παιδιά, τα R- παιδιά των οποίων ανήκουν στο ⊥, δηλαδή δεν υπάρχουν.

$X^I = \{\ \}$, καθώς όλα τα αντικείμενα στην ερμηνεία ανήκουν σε κάποια κλάση.

- $\exists r.(B \sqcup \exists r - .D)$

Θέλουμε έναν κόμβο που έχει r παιδί το οποίο να ανήκει στην κλάση B ή να έχει r πατέρα που ανήκει στην κλάση D.

Στην κλάση B ανήκει το $a_2$, που είναι R παιδί του $a_1$, ενώ στην κλάση D ανήκει το $a_4$ που είναι R πατέρας του εαυτού του συνεπώς:

$X^I = \{a_1, a_4\}$

- $\exists s.\exists r - .\exists s - .\top$

Θέλουμε έναν κόμβο που έχει S παιδί, το οποίο έχει R πατέρα, ο οποίος έχει S πατέρα, που ανήκει σε κάποια κλάση.

Παίρνουμε συνεπώς τα αντικείμενα του $s^I$ με πατέρα (δηλαδή αριστερό μέλος) να ανήκει σε κάποια κλάση, δηλαδή τα $\{a_1, a_2, a_4\}$, τα οποία είναι πατέρες στο R, δηλαδή τα $\{a_1, a_4\}$, τα οποία είναι παιδιά στο S, συνεπώς τα $\{a_1, a_4\}$.

$X^I = \{a_1, a_4\}$

- $\forall r. \perp \sqcup\ A\ \sqcup\ C$

Θέλουμε κόμβο όλα τα R παιδιά του οποίου να μην ανήκουν σε καμία κλάση ή να ανήκουν στην A ή στη C.

Όλα τα στοιχεία είτε έχουν R παιδί που ανήκει σε κάποια κλάση είτε δεν έχουν R παιδί, επομένως:

$X^I = \{\}$

**Ερώτημα 4:**

Έχουμε βάση γνώσης Κ που χρησιμοποιεί τις έννοιες Άνθρωπος και τους ρόλους έχειΣύζυγο και έχειΠαιδί.

Ορίζουμε ακόμη τις έννοιες:

έχειΓονιό: έχειΠαιδί—

έχειΑδερφό: ∃ έχειΓονιό. ≥ 2 έχειΠαιδί

έχειΕγγόνι: έχειΠαιδί ∘ έχειΠαιδί

έχειΓονιόΑδερφού: έχειΑδερφό ∘ έχειΓονιό

έχειΕτεροθαλήΑδερφό: ≥ 3έχειΓονιόΑδερφού

1. C = Άνθρωπος ⊓ ≤1έχειΕτεροθαλήΑδερφό ⊓ ≥1έχειΕτεροθαλήΑδερφό ⊓ ∃ έχειΠαιδί .(Άνθρωπος ⊓ ∀ έχειΣύζυγο. ⊥) ⊓  έχειΠαιδί . (Άνθρωπος ⊓ ∃ έχειΣύζυγο ⊓ ≥4 έχειΠαιδί ⊓ ≤4 έχειΠαιδί) ⊓ ≤2 έχειΠαιδί

Ο άνθρωπος αυτός έχει έναν ή περισσότερα ετεροθαλή αδέρφια και ένα ή λιγότερα ετεροθαλή αδέρφια, συνεπώς έχει ακριβώς έναν ετεροθαλή αδερφό. Επίσης έχει ένα παιδί το οποίο είναι ανύπαντρο άρα δε συμμετέχει στη σχέση έχειΣύζυγο. Ακόμη έχει ένα παιδί το οποίο είναι παντρεμένο, οπότε έχει σύζυγο, και έχει ακριβώς 4 παιδιά, αφού έχει 4 το πολύ και τουλάχιστον παιδιά. Τέλος ο άνθρωπος αυτός έχει το πολύ δύο παιδιά. Όμως έχουμε ορίσει 2 παιδιά τα οποία δεν είναι ο ίδιος άνθρωπος, αφού το ένα παιδί είναι παντρεμένο ενώ το άλλο όχι, άρα ο άνθρωπος αυτός έχει ακριβώς 2 παιδιά.

2. C = Άνθρωπος ⊓ ∃ έχειΑδερφό.(Άνθρωπος ⊓ ∀ έχειΣύζυγο. ⊥ ⊓ έχειΠαιδί ∀έχειΕγγόνι. ⊥)

Ο άνθρωπος αυτός έχει έναν αδερφό, ο οποίος δεν έχει σύζυγο καθώς είναι ανύπαντρος, έχει ένα παιδί αφού είναι γονιός, και δεν έχει εγγόνια.

**Ερώτημα 5:**

@base <http://ex.org/res/>

@prefix rdf: <http://www.w3.org/1999/02/22-rdf-syntax-ns#>

@prefix skos: <https://www.w3.org/2009/08/skos-reference/skos.html

@prefix xsd: <http://www.w3.org/2001/XMLSchema#>

1. ex: Island rdf: type rdfs: Class
   ex: Country rdf: type rdfs: Class
   <Crete> rdf: type ex: Island
   ex: Greece rdf: type ex: Country
   ex: belongsTo rdf: type rdfs: Property
   <Crete> <belongsTo> <Greece>

2. ex: Person rdf: type rdfs: Class
   ex: knowsThat rdf: type rdfs: Property
   ex: isHusbandOf rdf: type rdfs: Property
   ex: Eleni rdf: type ex: Person
   ex: Kostas rdf: type ex: Person
   ex: Eirini rdf: type ex: Person
   ex: s1 rdf:type rdf:Statement
   ex: s1 rdf:subject ex: Kostas
   ex: s1 rdf:predicate ex: isHusbandOf
   ex: s1 rdf:object ex: Eirini
   <Eleni> <knows> ex: s1
   <Eleni> <birthdate> “1980”^^xsd:date.

3. ex: TVstation rdf: type rdfs: Class
   ex: Show rdf: type rdfs: Class
   ex: broadcasts rdf: type rdfs: Property
   ex: Channel1 rdf: type ex: TVstation
   ex: News rdf: type ex: Show
   <Channel1> <broadcasts> _:b .
   _:b <Show > ex: News
   _:b <startTime> “20:00”^^xsd:time
   _:b <finishTime > “21:00”^^xsd:time

4. ex: University rdf: type rfds: Class
   ex: Organization rdf: type rdfs: Class
   ex: University rdfs: subClassOf ex: Organization

5. ex: State rdf: type rdfs: Class
   ex: Capital rdf: type rdfs: Class
   ex: isCapitalOf rdf: type rdfs: Property
   ex: isCapitalOf rdfs: range ex: State
   ex: isCapitalOf rdfs: domain ex: Capita

6. ex: Person rdf: type rdfs: Class
   ex: City rdf: type rdfs: Class
   ex: Region rdf: type rdfs: Class
   ex: livesIn rdf: type rdfs: Property
   ex: isLocatedIn rdf: type rdfs: Property
   ex: Giorgos rdf: type ex: Person
   ex: Maria rdf: type ex: Person
   ex: Athens rdf: type ex: City
   ex: Thessaly rdf: type ex: Region
   <Giorgos> <livesIn> ex: Athens
   <Maria> <livesIn> _:b
   _:b <isLocatedIn> ex: Thessaly

**Ερώτημα 6:**

Τριάδες:

@prefix ex:  <http://www.example.org/resource/> .

@prefix rdf:  <http://www.w3.org/1999/02/22-rdf-syntax-ns#>

@prefix rdfs:  <http://www.w3.org/2000/01/rdf-schema#> .

(1): ex:Laywer  rdfs:subClassOf ex:Person .

(2): ex:collaboratesWith rdfs:subPropertyOf  ex:knows  .

(3): ex:Mary  rdf:type  ex:Laywer .

(4): ex:Mary  ex:collaboratesWith ex:John .

Αξιώματα:

(a): rdfs: subClassOf rdfs: range rdfs: Class

(b): rdfs: subClassOf rdfs: domain rdfs: Class

(c): rdf: type rdfs: range rdfs: Class

(d): rdfs; subPropertyOf rdfs: domain rdfs: Property

(e): rdfs; subPropertyOf rdfs: range rdfs: Property

(1),(a) → ex: Person rdf: type ex: Class

(2),(d) → ex: collaboratesWith rdf: type rdfs: Property (5)

αλλιώς (4), RDF

(1),(3) → ex: Mary rdf: type ex: Person (6)

(2),(4) → ex: Mary ex: knows ex: John (7)

(2),(e) → ex: knows rdf: type rdfs: Property (8)

αλλιώς (7). rdfD

(8), RDFS → ex: knows rdfs: subPropertyOf ex: knows

αλλιώς (8), rdfs

(5), RDFS → ex: collaboratesWith rdfs: subPropertyOf ex: collaboratesWith

(1) → ex: Person rdf: type rdfs: Class (9)

(9), rdfs → ex: Person rdfs: sybClassOf rdfs: Resource

(9), rdfs → ex: Person rdfs: subClassOf ex: Person

(1),(b) → ex: Lawyer rdf: type ex: Class (10)

αλλιώς (3), (c)

(10), rdfs → ex: Lawyer rdfs: sybClassOf rdfs: Resource

(10), rdfs → ex: Lawyer rdfs: subClassOf ex: Lawyer