

一个多项式计算器的实现

乔海燕

中山大学计算机学院

2015 年 8 月 26 日

§1 关于开发多项式计算器的对话

卡斯特模先生在工作中经常需要进行多项式的处理，包括进行多项式的加、减、乘、除和求值等计算。有一天，他突发奇想，能否找他的好友普官模先生给他做一个处理多项式的软件，既可以提高工作效率，又不会出错。普官模先生是一位学习程序设计的大一学生，已经具备开发小型应用程序的能力。他很有兴趣帮朋友这个忙。以下是两位的一段对话。

卡斯特模：我想请你帮我做个程序，协助我的工作。你知道，我经常要做多项式的加、减、乘、除和求值等计算。

普官模：没问题。我正好用这个问题练练手。

卡斯特模：听说现在计算机能听懂人的语言。我能不能对着计算机说：“一个多项式是 $x^2 + 1$ ，另一个是 $x^3 + 2x$ ，给我做个加法？”

普官模：这个技术上应该是可以的。但是我目前还没有这么大的能力。

卡斯特模：那么我能不能把这两个多项式写下来，然后让机器做加法？

普官模：我想这个技术上也是可行的，比如用可以写的屏幕，或者专用的手写设备，目前技术可以识别你写的东西。不过，这些我目前还不懂。

卡斯特模：看来没钱还是不好办事。

普官模：这样，我给你做个简单实用的软件如何？你不用任何设备投资，只用你现有的计算机键盘就可以完成你日常需要做的多项式处理。

卡斯特模：敢情！说说怎么做。

普官模：我可以做一些按钮，比如“加法”按钮，“乘法”按钮等。你需要的每个功能都给你显示一个按钮。

卡斯特模：那好啊。如果我想做加法，只有轻轻一按“加法”就好了？

普官模：是的。不过，为简单起见，我用1,2,3等数字表示这些按钮。用我们的官话就是给你显示一个按钮菜单，告诉你哪个数字对应哪个功能。比如，

1. 两个多项式相加

2. 两个多项式相乘

卡斯特模：那么我只要按数字键1就可以做多项式加法了？

普官模：是的。就这么简单。

卡斯特模：可是你的软件怎么知道我要做哪两个多项式的加法呢？

普官模: 这个问题很好。按完1键后, 我的软件接着提醒你输入两个多项式。

卡斯特模: 可是我怎么输入 $x^2 - 1$ 这样的多项式呢? 我可以键入x, 键入减号-, 键入1, 键入2, 可是怎么键入 x^2 呢?

普官模: 这个问题很好。这里涉及到如何用数据表示你的多项式。用我们的官话来讲, 我们需要做一个数据抽象。其实多项式 $x^2 - 1$ 说白了就是系数和指数对的序列, 也就是说, 多项式 $x^2 - 1$ 在数学上可以表示成(1,2)(-1,0)这样的二元组序列, 其中每个二元组的第一个分量表示系数, 第二个分量表示指数。

卡斯特模: 那就是说, 我只要敲入(1,2)(-1,0), 也就是先敲‘(’, 再敲1, 再敲‘,’ , 再敲2, 再敲‘)’ , 等等, 你的软件就知道是多项式 $x^2 - 1$ 了?

普官模: Yes.

卡斯特模: 哇, 你做的软件这么厉害!

普官模: 是的, 哥这一年没有闲着。

卡斯特模: 那么如果我想输入多项式 $5x^6 - 4x^3 + 6x$, 我只要键入“(5,6)(-4,3)(6,1)”就行了?

普官模: 是的。你也很厉害奥!

卡斯特模: 兄弟虽然没有考上大学, 但是数学是兄弟我的长项啦!

普官模: 至于这个多项式在我的软件中如何表示, 你就不必知道了。不过说来也无妨。我的软件内部会用`vector<pair<int, int> >`表示一个多项式。

卡斯特模: 厉害! 这个兄弟不想知道了。

普官模: 好吧。再返回多项式加法, 一旦你告诉我的软件是哪两个多项式相加, 我的软件就可以告诉你它们的和是什么。

卡斯特模: 这样是简单了。可是, 如果我下一次再用到同一个多项式, 那不是还得重复输入那个二元组序列?

普官模: 这个问题提得很好! 我可以把你过去输入的多项式记录下来, 也就是给这些多项式起个名字, 到时候你只要用这些名称就可以, 不需要重复输入。

卡斯特模: 这个好!

普官模: 我们做软件的一定要为客户考虑, 做到客户满意为止。将来我的衣食父母就是客户啦!

卡斯特模: 读了大学就是不一样。多日不见, 要刮目相看了!

普官模: 我们说办就办。我给你做一个专门的输入多项式“按钮”, 你一按这个键, 软件会提醒你输入一个多项式。

卡斯特模: 我还是用以前的方式输入吗?

普官模: 是的。不过, 为了让软件记着这个多项式, 这次给多项式起个名。比如, 你可以输入“p=(2,1)(-1,0)”, 这里p就是这个多项式的名字。

卡斯特模: 那么下次我要用这个多项式, 就可以用p代替了。

普官模: 是的。比如, 你按了“加法”按钮, 软件提醒你输入两个多项式。如果你以前已经输入了两个多项式, 例如“p=(2,1)(-1,0)”和“q=(5,6)(-

4,3)(1,0)”,那么你就可以直接输入“p+q”,让计算器做这两个多项式的加法。我的软件会告诉你它们的和是 $5x^6 - 4x^3 + 2x$ 。

卡斯特模: 好厉害! 那么我能把这个多项式和也记下来吗? 我之后可能还会用到它。

普官模: 这个也可以。你在求和的时候,我可以让我的软件允许你输入“r = p+q”,也就是说软件会把这个和记下来,并给他起个名字r。

卡斯特模: That's great!

普官模: 兄弟英语这么厉害! 佩服! 佩服!

卡斯特模: Of course! 兄弟每天和老外打交道。比如,你将来的职业是什么“普官模”?

普官模: 兄弟厉害! 你是哥的第一个Customer。

卡斯特模: Sure!

普官模: 为了便于你了解你的多项式计算器里已经存储了哪些多项式,我可以再增加一个按钮,让你显示一个多项式,或者显示所有的多项式。

卡斯特模: 那么你怎么显示一个多项式,显示成“(2,1)(-1,0)”,还是 $x^2 - 1$?

普官模: 我不会显示成“(2,1)(-1,0)”,这是软件的表示方法,不友好。不过,显示成 $x^2 - 1$ 我也有点困难。

卡斯特模: 还能怎样显示呢?

普官模: 这样,我把多项式 $x^2 - 1$ 显示成 x^2-1 怎么样? 其中 x^2 表示 x^2 。

卡斯特模: That's great! Thank you!

普官模: You are welcome!

普官模: 我们差不多已经完成了这个多项式计算器的需求分析了,或者the specification of the software。

卡斯特模: 你们做普官模的必须和我们卡斯特模一起才能完成这个需求分析了?

普官模: 是的。你们Customer提出你们的功能需求,我们programmer根据我们的技术知识看看这些功能是否可以实现,还有用户想如何操作这个软件。

卡斯特模: 还需要我做什么吗?

普官模: 我们一起来把需求说明写得更清楚细致一点,将来我用这个说明把软件交付给你,你按这个说明验收软件。

卡斯特模: That's great! Thank you!

普官模: You are welcome!

卡斯特模、普官模: Let's do it!

§2 整系数多项式计算器的需求说明

计算器使用简单的菜单与用户交互,完成用户的请求。

计算器显示的功能菜单如下:

1. 输入一个多项式
2. 显示一个多项式

3. 两个多项式相加
9. 退出系统
0. 显示菜单

用户选择1时, 系统提示用户用二元组序列的形式输入一个多项式。例如, 用户想输入多项式 $3x^4 + 2x + 5$, 只需按照降幂形式输入 $p = (3,4)(2,1)(5,0)$, p 是多项式的名称。这里允许用户在分隔符间留空格。假定用户可以使用任何小写字母命名一个多项式。用户键入回车后, 系统检查输入是否合法。如果输入合法, 系统显示用户输入的多项式, 并提示用户输入下一个操作。如果用户输入不合法, 包括格式错误, 如 $p=(3,2))(4)$, 或者不是合法的多项式, 包括指数是负数, 或者不是降幂排列, 系统会提示用户重新输入。

用户选择2时, 系统提示用户键入要显示的多项式名称, 或者键入"all"显示系统存储的所有多项式。多项式用降幂排列。例如, 多项式 $3x^4 + 2x + 5$ 显示为 $3x^4 + 2x + 5$ 。多形式必须用合理的形式表示, 例如, 不可以有形如 $1x^2 + -2x^1$ 的显示。

用户选择3时, 系统提示用户键入如 $p+q$, 或者 $r = p+q$, 前者将显示两个多项式相加的结果, 后者将结果赋给 r 。系统查找相应多项式, 完成相加, 并显示两个多项式及其和给用户。如果不存在这样的多项式 p 或者 q , 或者输入不合法, 系统提示用户重新输入。

用户选择9时, 系统退出。

用户在任何时候都可以选择退回到主菜单。

系统应该具有足够的健壮行, 即对于用户的非法输入具有合理的反应, 而不应该崩溃。

§3 扩展系统, 添加如下功能

扩展你的系统, 添加下列功能:

4. 两个多项式相减
5. 两个多项式相乘
6. 判断两个多项式是否相等
7. 求多项式的导数
8. 求多项式代入某点的值

用户选择4时, 允许用户键入 $p-q$ 或者 $r=p-q$ 求两个多项式的差。前者将显示两个多项式以及相减的结果, 后者将结果赋给 r , 并显示两个多项式及其差。如果输入不合法, 系统提示重新输入。用户也可输入0, 表示退回到主菜单。

用户选择5时, 允许用户键入 $p*q$ 或者 $r=p*q$ 求两个多项式的积。前者将显示两个多项式及其相乘的结果, 后者将结果赋给 r , 并显示两个多项式及其乘积。如果输入不合法, 系统提示重新输入。用户也可输入0, 表示退回到主菜单。

用户选择6时, 允许用户键入 $p==q$, 如果两个多项式 p 和 q 相等, 则系统显示两个多项式及"true", 否则系统显示两个多项式及"false"。如果输入不合法, 系统提示重新输入。

用户选择7时, 允许用户键入p ‘或者 $r=p$ ’ 求多项式p的导数。前者将显示多项式的导数, 后者将结果赋给r. 如果输入正确, 系统显示该多项式及其倒数, 然后等待用户的下一个命令。如果输入不合法, 系统提示重新输入。用户也可输入0, 表示退回到主菜单。

用户选择8时, 允许用户键入 $p[x=3]$ 。如果输入合法, 系统显示该多项式及将 $x=3$ 代入多项式p后的结果, 然后等待用户的下一个命令。如果输入不合法, 系统提示重新输入。用户也可输入0, 表示退回到主菜单。

§4 进一步将系统升级, 并用简单的命令语言进行多项式计算。

例如,

- 输入多项式, 用命令如 $p=(3,4)(2,1)(3,0)$
- 输出多项式, 用命令如`print p` 或者 `print all`
- 多项式运算, 如 $p+q$, $p-q$, $p*q$, $p==q$, p' , $p[x=3]$, $p*(q+r)-s$ 等
- 帮助命令, 如`help`
- 退出: `quit`.

§5 评分说明

- 正确完成基本要求得15.
- 正确完成扩展得20.
- 完成升级得25.

§6 提交说明

- 截止日期: (待定)。
- 独立完成, 并在截止日期前提交源程序、可运行程序和实验报告。
- 提交方式: 电子版和纸质版一同提交。电子版包括源程序、可运行程序和实验报告。纸质版包括实验报告。

附录: 实验报告参考格式

(标题) 一个交互式多项式计算器的实现

(完成人信息) 正确06006 zhengque@sysu.edu.cn 实用06009 shiyong@sysu.edu.cn

摘要 简明扼要说明问题, 解决方法和主要结论。

一 **问题说明** 简要说明要解决的问题，解决问题的目的和意义，并简述解决方法。

二 **设计与实现** 介绍你如何设计系统，使用了什么数据结构和算法。

- 介绍系统整体框图，或者模块框图；
- 关键模块说明，或者关键函数说明，包括输入、输出形式，使用的数据结构，算法的描述；
- 主要类的说明，类之间关系的说明。
- 对于关键的算法，应对正确性进行说明，并对算法的时间和空间性能进行分析。

注意，不要把代码拷贝在这部分。本节应力求读者明白你的解决方法是正确的、合理的和高效的。

三 **程序使用和测试说明** 说明如何使用你的程序，你进行了哪些测试。

- 说明用户应该如何安装和使用程序；
- 说明你进行了那些测试，读者应该能够运行你的程序，重复你的测试。本节要让读者明白，你对程序进行了较系统的测试，以增加读者对你的程序的正确性信心。
- 如果程序存在问题，也请说明程序仍然存在bugs, 或者其他问题。

四 **总结和讨论** 简要总结和体会

- 说明你是否按照要求完成了任务，如果没有，存在什么困难和问题。
- 说明你的实现有什么特色，是否还存在什么问题，或者还可以做那些改进。
- 通过这次实验，你有那些教训，取得了那些收获。

五 **致谢和参考文献** 对你得到的帮助表示谢意，并说明参考了那些书本、文章或者网页。