

Mandelbrot Set 的生成和探索

吴泓鹰

数学与应用数学 (强基计划) 3210101890

2022 年 6 月 30 日

摘要

关键词: Mandelbrot Set, Python

Mandelbrot Set 是什么东西呢? Mandelbrot Set 相信大家都很 (并不) 熟悉, 但是 Mandelbrot Set 到底是什么东西呢, 下面就让小编带大家一起了解吧。

1 问题背景

Mandelbrot Set 是一个几何图形, 曾被称为 “上帝的指纹”。这个点集均出自公式 $z_{n+1} = z_n^2 + c$, 对于非线性迭代公式 $z_{n+1} = z_n^2 + c$, 所有使得无限迭代后的结果能保持有限数值的复数 z 的集合 (也称该迭代函数的 Julia 集) 连通的 c , 构成 Mandelbrot Set。它是 Mandelbrot 教授在二十世纪七十年代发现的。[1]

迭代函数理论源于现实问题。种群增长的建模就是个例子。种群的当前规模决定了一个繁殖周期之后的规模。因此, 种群增长的数学模型可以用一个包含自变量 x 的函数进行描述。 x 代表当前种群规模, $f(x)$ 代表一个繁殖周期后的期望种群规模。要想算出多个繁殖周期后的种群规模, 就需要迭代该函数。由此, 生活实践引发了人们对迭代理论的研究。

这引出了迭代理论涉及的重要问题之一: 典型迭代轨迹的运动趋势如何? 收敛还是发散? 周期循环还是毫无规律可言? Mandelbrot Set 对此问题做了图形式的解答。[2]

2 生成与探索

在本节我们将介绍 Mandelbrot Set 生成的数学力量, 并且使用迭代算法对 Mandelbrot Set 进行绘制, 得到其在不同条件下的.png 图片。具体而言,

我将使用 Python 进行编程以实现以上要求 (源代码见[mandelbrot.txt](#))[3]。

2.1 数学理论

2.2 基本算法

2.3 数值算例

3 结论与思考

参考文献

- [1] 百度学术. 曼德勃罗集. [EB/OL]. <https://baike.baidu.com/item/%E6%9B%BC%E5%BE%B7%E5%8B%83%E7%BD%97%E9%9B%86/4888291>.
- [2] 遇见数学. “上帝的指纹” - 走进无限美妙的曼德博集合. [EB/OL]. <https://https://zhuanlan.zhihu.com/p/52303089>.
- [3] 陈少文. Mandelbrot set. [EB/OL]. <https://www.chenshaowen.com/blog/drawing-2d-fractal-graph-using-python.html>.