Найти область определения функции.

$$z = \sqrt{1 - x^3} + \ln(y^2 - 1)$$
$$1 - x^3 \geq 0$$
$$1 \geq x^3$$
$$x \leq 1;$$
$$y^2 - 1 > 0$$
$$y^2 > 1$$
$$y_1 > 1, y_2 < -1$$

Найти производные 1-го порядка функции.

$$z = (1 + \frac{\ln x}{\ln y})^3$$
$$z'_x = \frac{3(1 + \frac{\ln(x)}{\ln(y)})^2}{x \ln(y)}$$
$$z'_y = -\frac{3 \ln(x)(1 + \frac{\ln(x)}{\ln(y)})^2}{y \ln^2(y)}$$

Найти полный дифференциал функции в точке (1;1).

$$z = \sqrt{2xy + \cos \frac{x}{y}}$$
$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$
$$\frac{\partial z}{\partial x} dx = \frac{1}{2} \frac{(2y - sin(\frac{x}{y}))}{\sqrt{2xy + \cos \frac{x}{y}}} \frac{1}{y} = \frac{y - \frac{sin \frac{x}{y}}{2y}}{\sqrt{2xy + \cos \frac{x}{y}}}$$
$$\frac{\partial z}{\partial y} dy = \frac{1}{2} \frac{(2x - sin(\frac{x}{y}))}{\sqrt{2xy + \cos \frac{x}{y}}} \frac{-x}{y^2} = \frac{x + \frac{x sin \frac{x}{y}}{2y^2}}{\sqrt{2xy + \cos \frac{x}{y}}}$$
$$dz(1;1) = \frac{1 - \frac{sin 1}{2}}{\sqrt{2 + \cos 1}} dx + \frac{1 + \frac{sin 1}{2}}{\sqrt{2 + \cos 1}} dy$$

Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$$

$$z'_x = 2x + y - 6$$

$$z'_y = x + 2y - 9$$

$$\begin{cases} 2x + y - 6 = 0 \\ x + 2y - 9 = 0 \end{cases}$$

$$x = -2y + 9$$

$$2(-2y + 9) - 6 + y = 0$$

$$y = 4$$

$$x = 1$$

$$z = -21$$

$$\Delta \begin{bmatrix} z''_{xx} & z''_{xy} \\ z''_{yx} & z''_{yy} \end{bmatrix} = \Delta \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = 3 > 0$$

Экстремумы есть

Минимум в точке (1; 4; -21)