

**Тема “Предел функции”**

Предложить пример функции, не имеющей предела в нуле и в бесконечностях.

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

Привести пример функции, не имеющей предела в точке, но определенной в ней.

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & x < 2 \\ 2 - x, & x \geq 2 \end{cases}$$

Исследовать функцию

$$f(x) = x^3 - x^2$$

по плану

- Область задания и область значений.

$$x \in (-\infty; +\infty), y \in (-\infty; +\infty)$$

- Нули функции и их кратность.

$$x^3 - x^2 = 0$$

$$x^2 \cdot (x - 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ (кратность 2)}$$

$$x = 1 \text{ (кратность 1)}$$

- Отрезки знакопостоянства.

$$f(x) < 0 \text{ при } (-\infty; 0) \cup (0; 1)$$

$$f(x) > 0 \text{ при } (1; +\infty)$$

- Интервалы монотонности.

$$f'(x) = 3x^2 - 2x = x(3x - 2)$$

$$x(3x - 2) = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 2/3$$

$f(x)$  монотонно возрастает при:

$$x \in (-\infty; 0) \cup (2/3; +\infty)$$

$f(x)$  монотонно убывает при:

$$x \in (0; 2/3)$$

- Чётность функции.

нечётная

- Ограниченность.

неограниченная

- Периодичность.

не периодичная

Найти предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 - 2x^2}{4x^2} = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - 2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1} = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1+x} + 1)(\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1)}{(\sqrt[3]{1+x} - 1)(\sqrt{1+x} + 1)(\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)}{\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1} = 1,5$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x}\right)^{4x+1} = (1)^\infty = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{4x+1} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{3}{x} - 1)(4x+1)} = e^{12}$$

Тема “Теоремы о пределах”

Найти предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{2 * 2x} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(x)} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\arcsin(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\arcsin(x))}{\arcsin(x)} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x+3}{4x-3} \right)^{6x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x-3+3+3}{4x-3} \right)^{6x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{6}{4x-3} \right)^{6x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{6}{4x-3} \right)^{\frac{(4x-3)6*6x}{6(4x-3)}} = e$$

