

ミクロ経済学B/現代経済学II

第10回 「展開形ゲーム②」

法政大学経済学部

平井 俊行

部分ゲーム完全均衡

- ・展開形ゲームのナッシュ均衡には信憑性のない脅しを含むもの
が存在することが多い。
- ・そもそもナッシュ均衡は一般的に複数存在する。
- ・ナッシュ均衡の中で、より信頼度の高いものはどれか？
- ・ナッシュ均衡に追加的な条件を加えることで、より信頼度の高
いものを選び出す。
 - ・均衡の精緻化
- ・部分ゲーム完全均衡。

部分ゲーム完全均衡

- 部分ゲーム完全均衡では、信憑性のない脅しによるナッシュ均衡を排除することができる。

すべての部分において
ナッシュ均衡には必ずしも脅威の組

部分ゲーム

- ・部分ゲームとは、雑にいようと元のゲームの **一部分** であるようなゲーム。
- ・元のゲームは必ず **1つのゲーム**

部分ゲーム

1. 以下の条件を満たす点を任意に1つ選ぶ。

- 終点以外
- この点を含む情報集合は、この点以外を含まない。

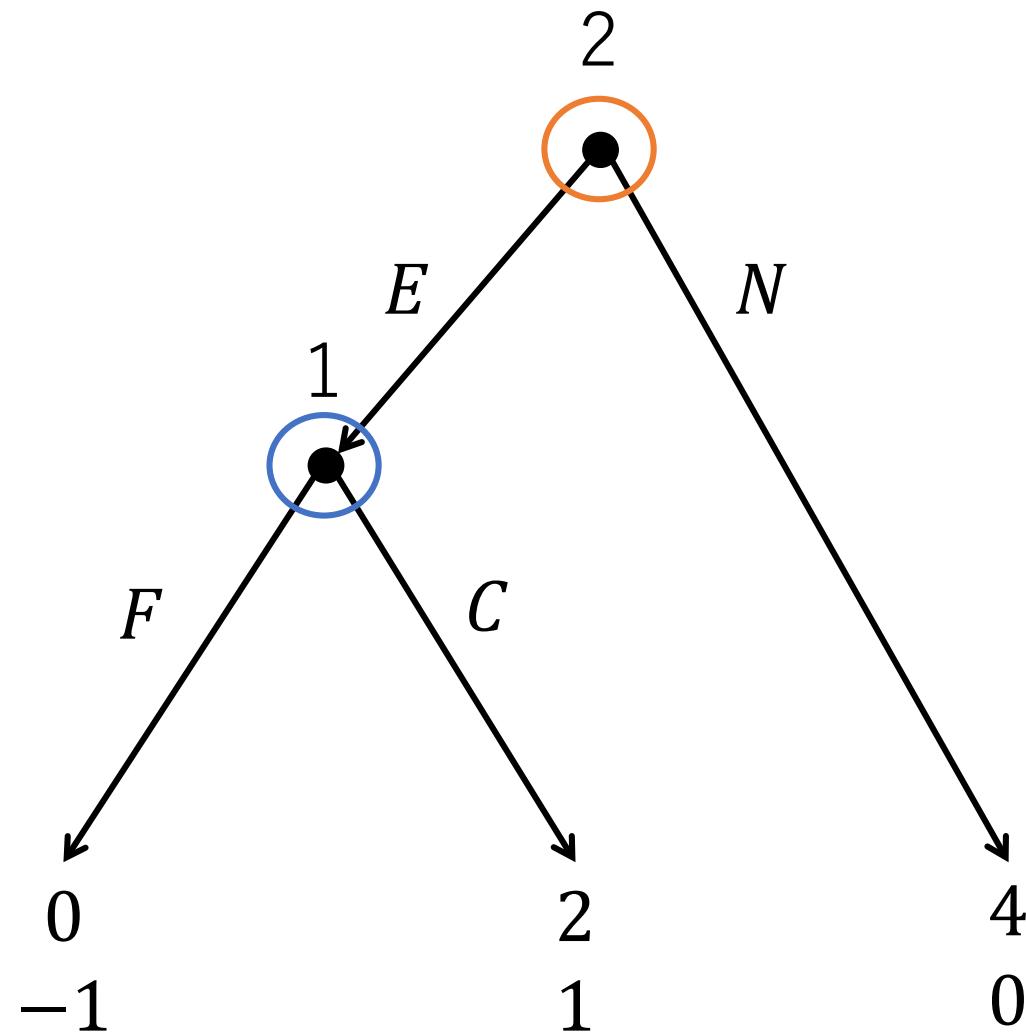
2. その点から到達可能な点と矢印をすべて取ってくる。

- 直接到達可能なものも取ってくる。
- 終点にはついている矢印も取ってくる。

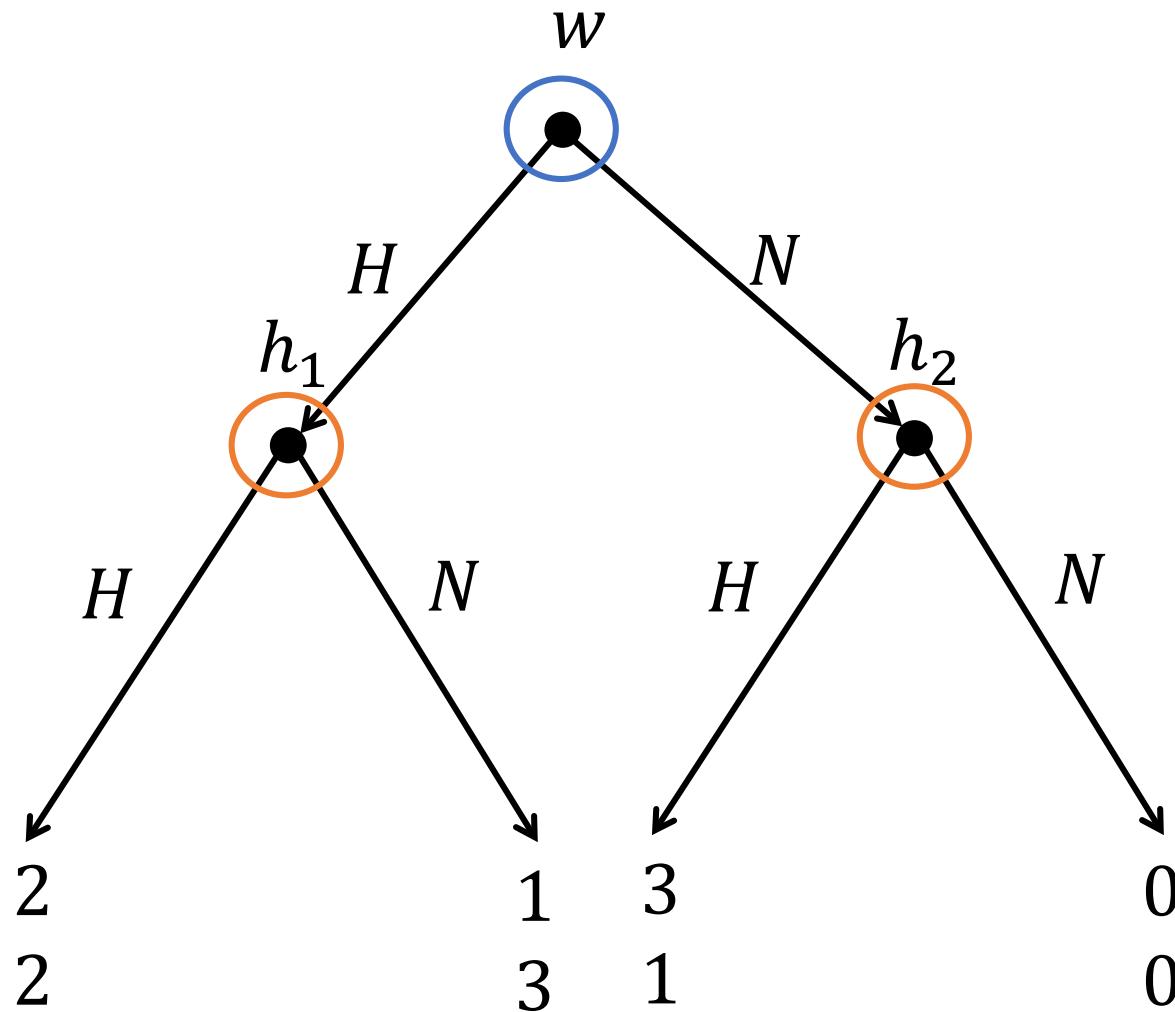
3. このとき、2で取ってきた点を含むような情報集合が、2で取ってきた点以外を除むれば、部分ゲーム。

部分ゲーム 자체が1つのゲームになっている。

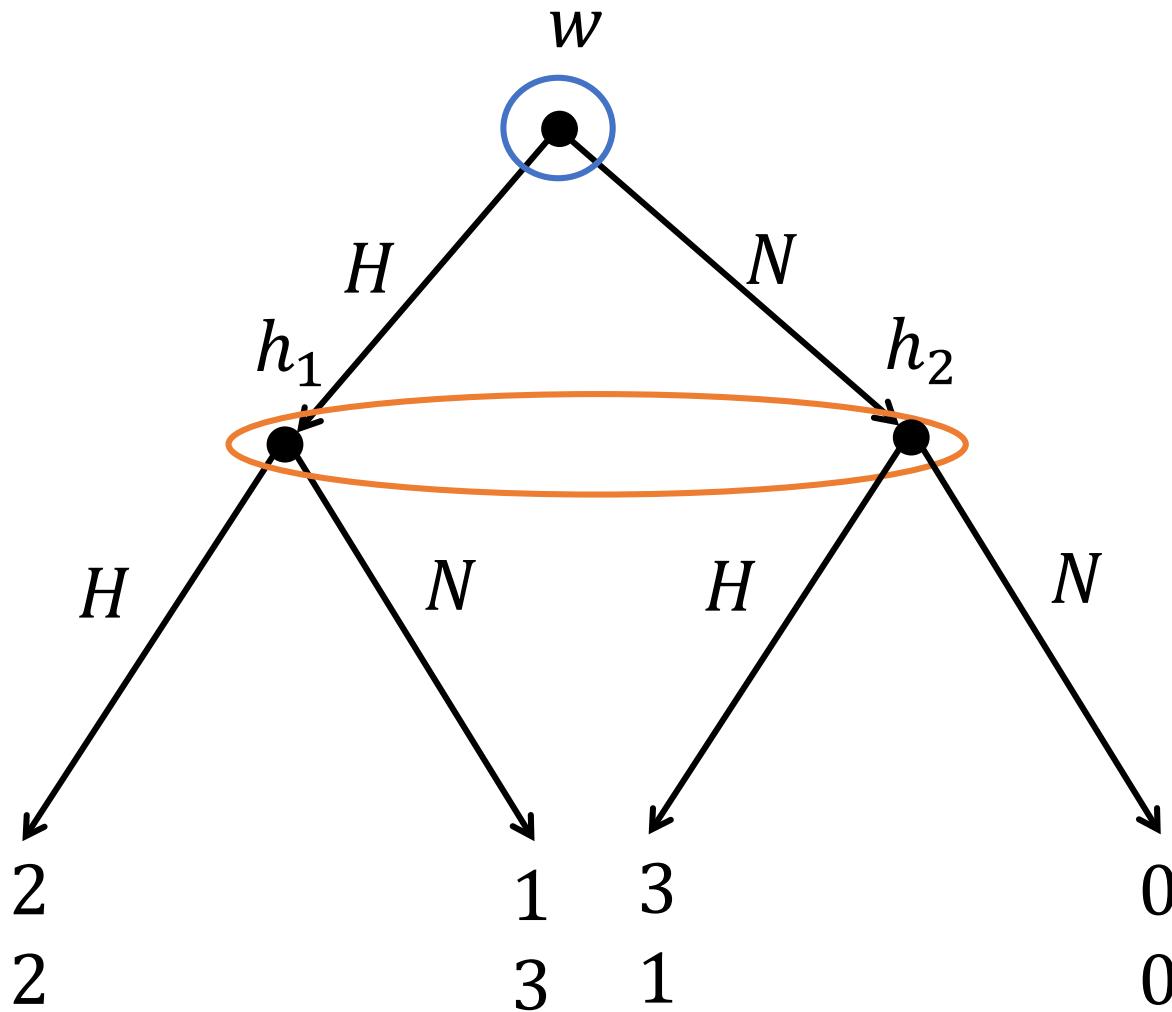
新規参入ゲームの部分ゲーム



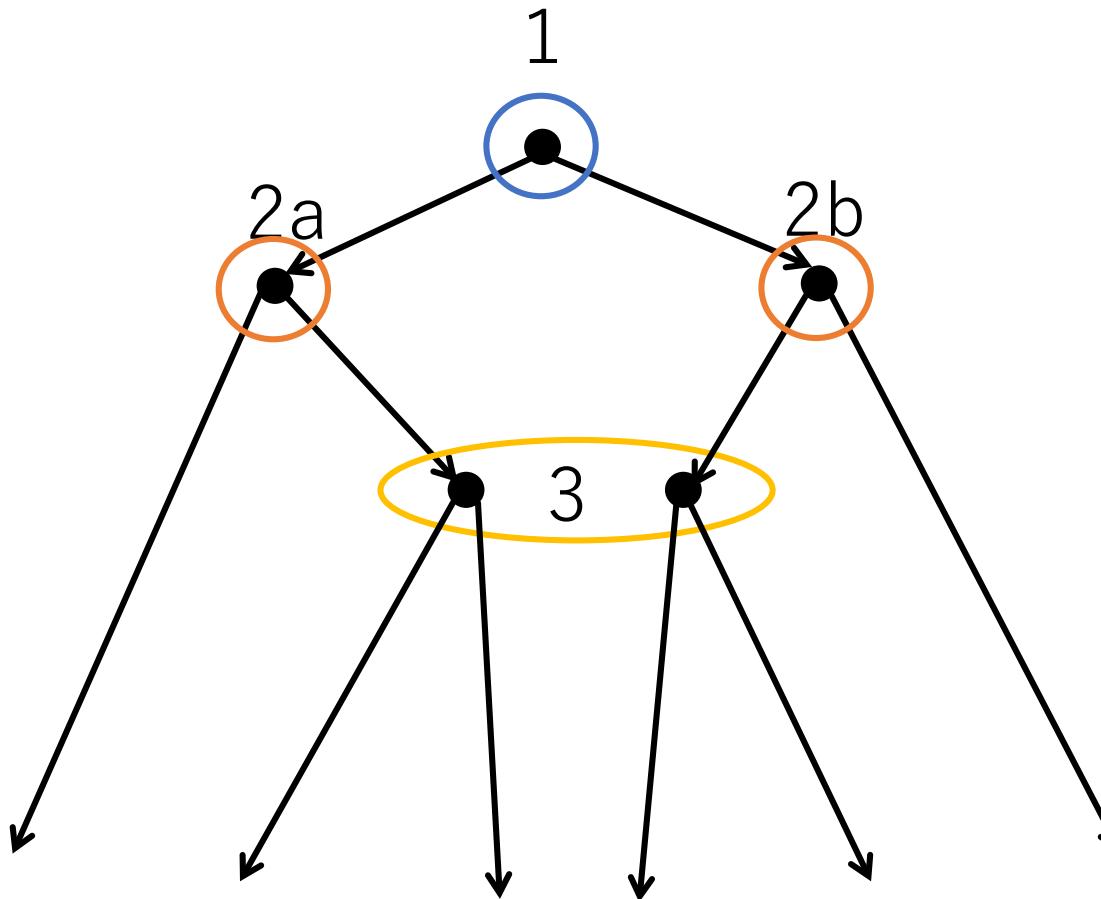
妻優位な家事分担ゲームの部分ゲーム



家事分担ゲームの部分ゲーム



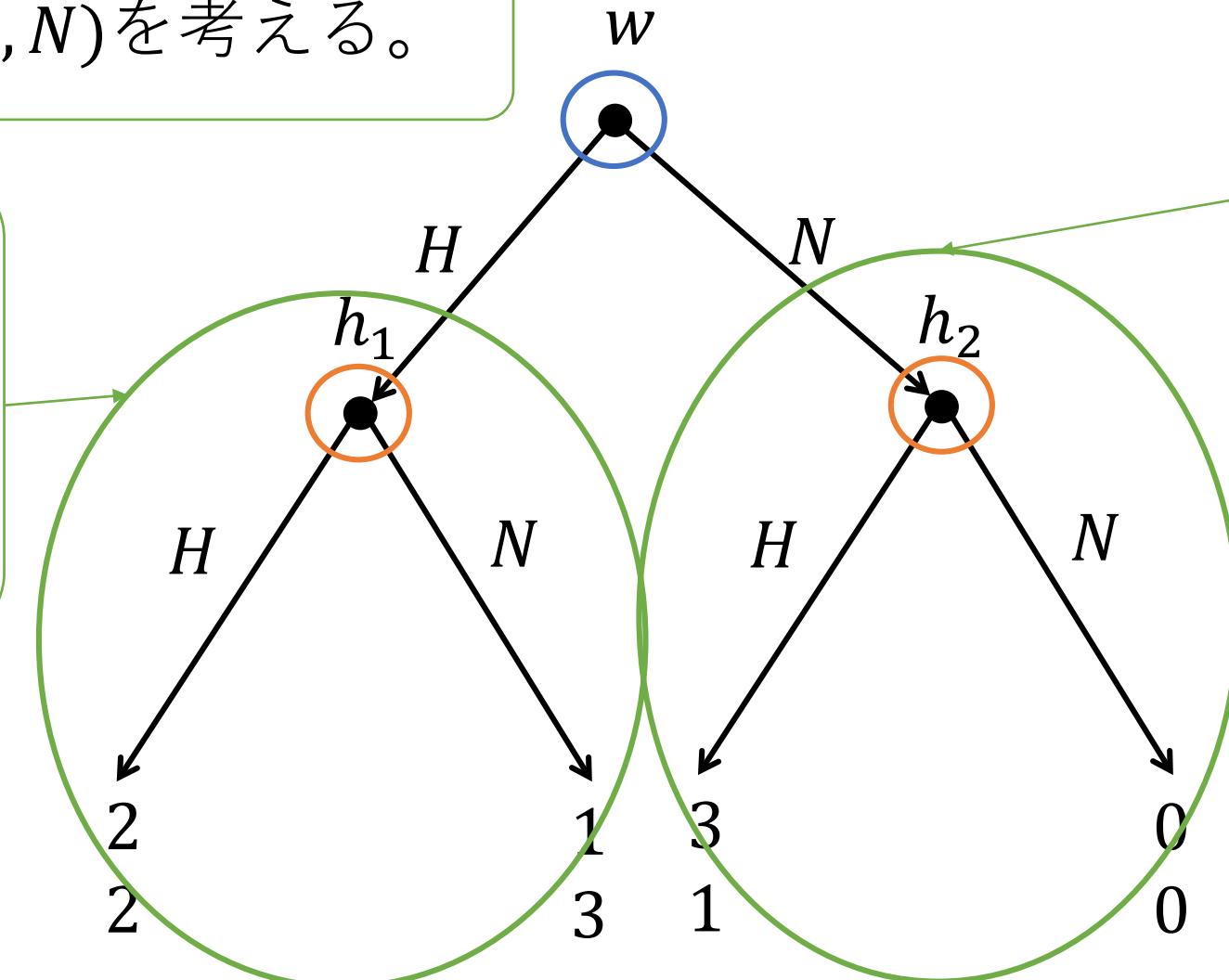
部分ゲーム：注意



部分ゲームにおける戦略

h の戦略(H, N)を考える。

この部分ゲームでは、 \boxed{H} という戦略を、



この部分ゲームでは、 \boxed{N} という戦略を導出する。

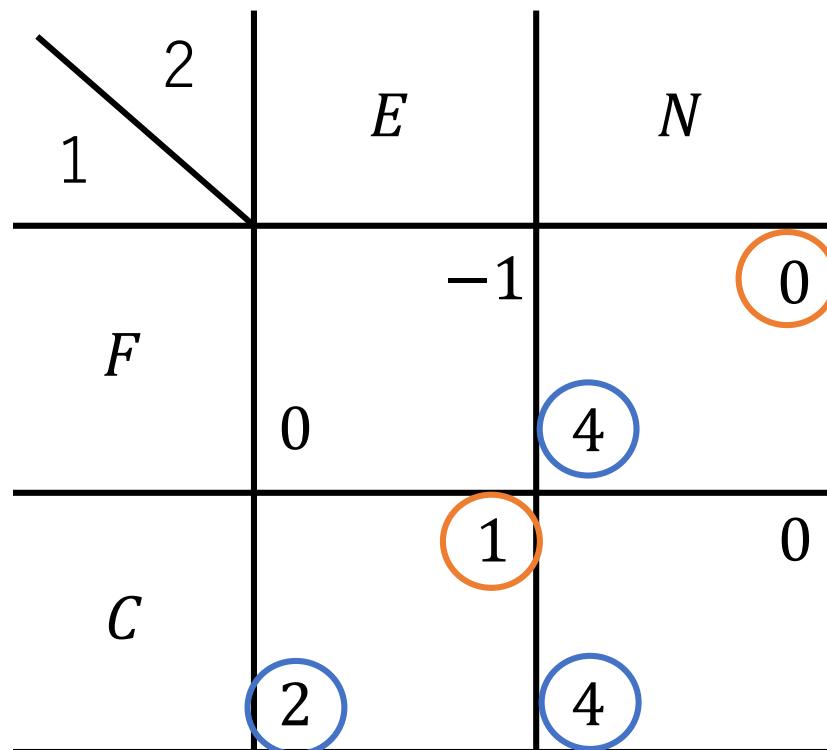
元のゲームで対応する $\boxed{\text{情報集合}}$ で選ぶ予定だった行動をそのまま選ぶような戦略になる。

部分ゲーム完全均衡(復習)

部分ゲーム完全均衡とは、すべての部分ゲームにおいてナッシュ均衡になるような戦略を導出するような戦略の組。

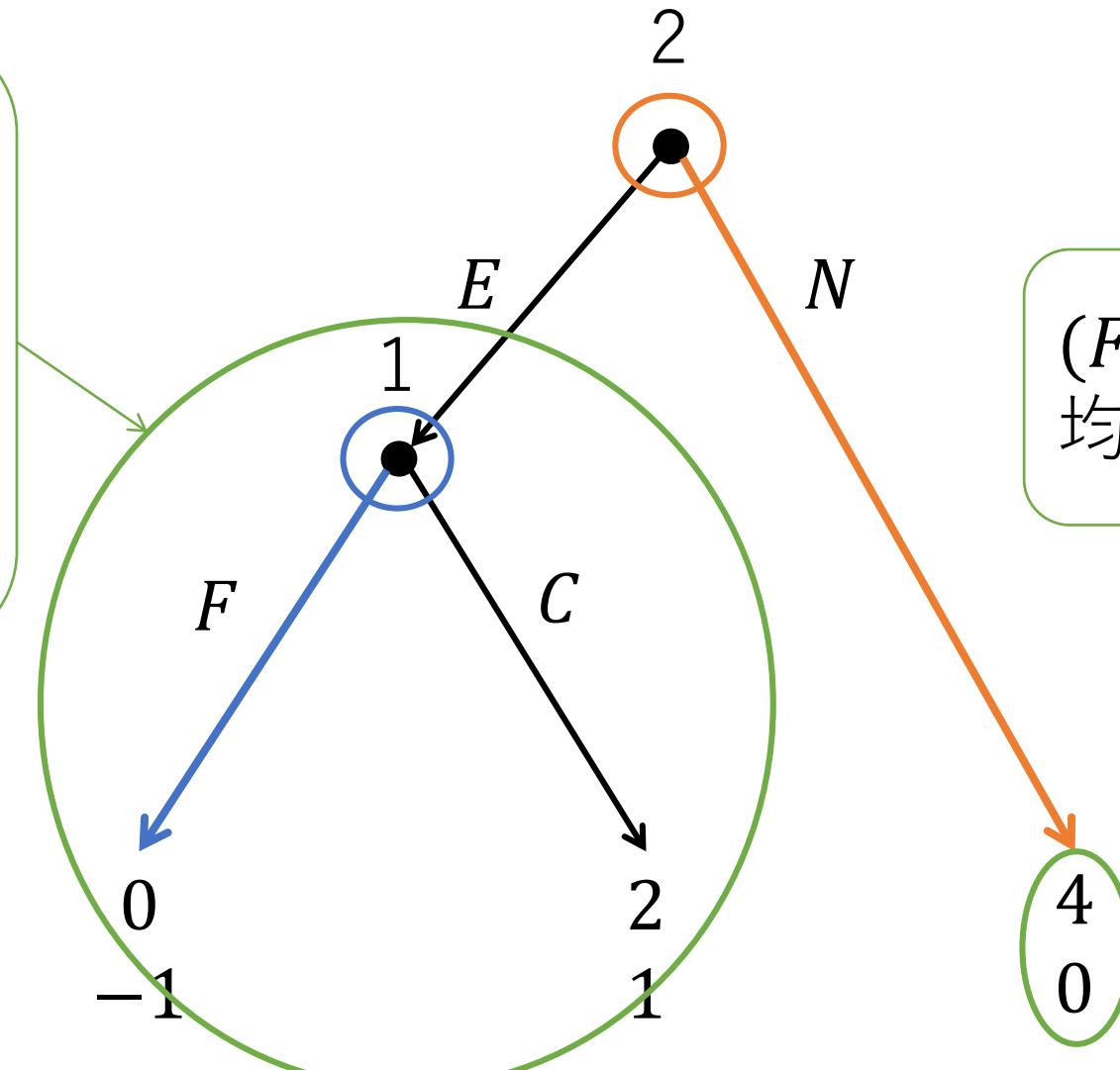
新規参入ゲームの戦略形表現(再掲)

- ナッシュ均衡は $(F, N), (C, E)$



新規参入ゲームのナッシュ均衡(F, N)

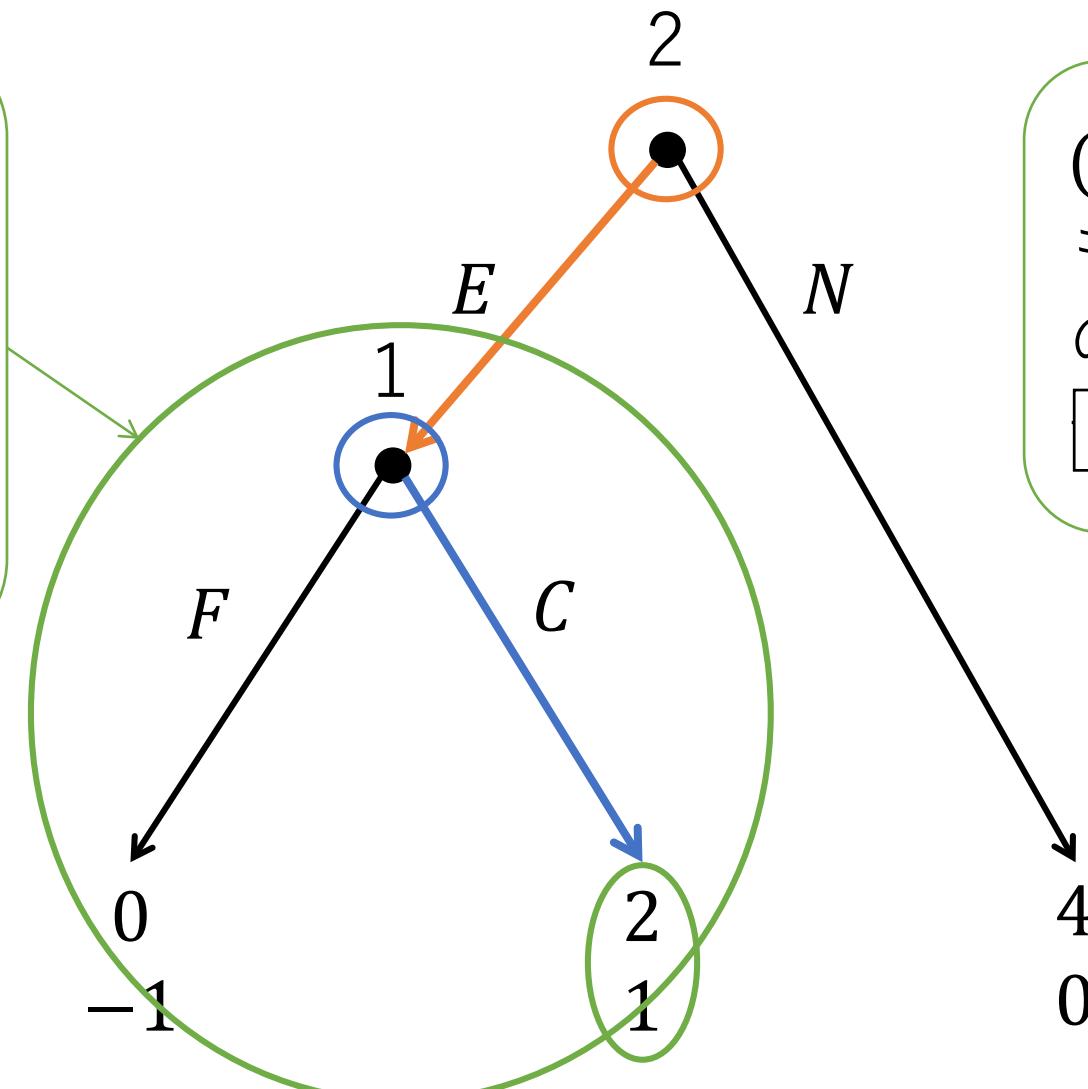
この部分ゲーム(1人ゲーム)におけるナッシュ均衡は C
 (F, N) はこのナッシュ均衡を導出 しない



(F, N) は部分ゲーム完全均衡に ない

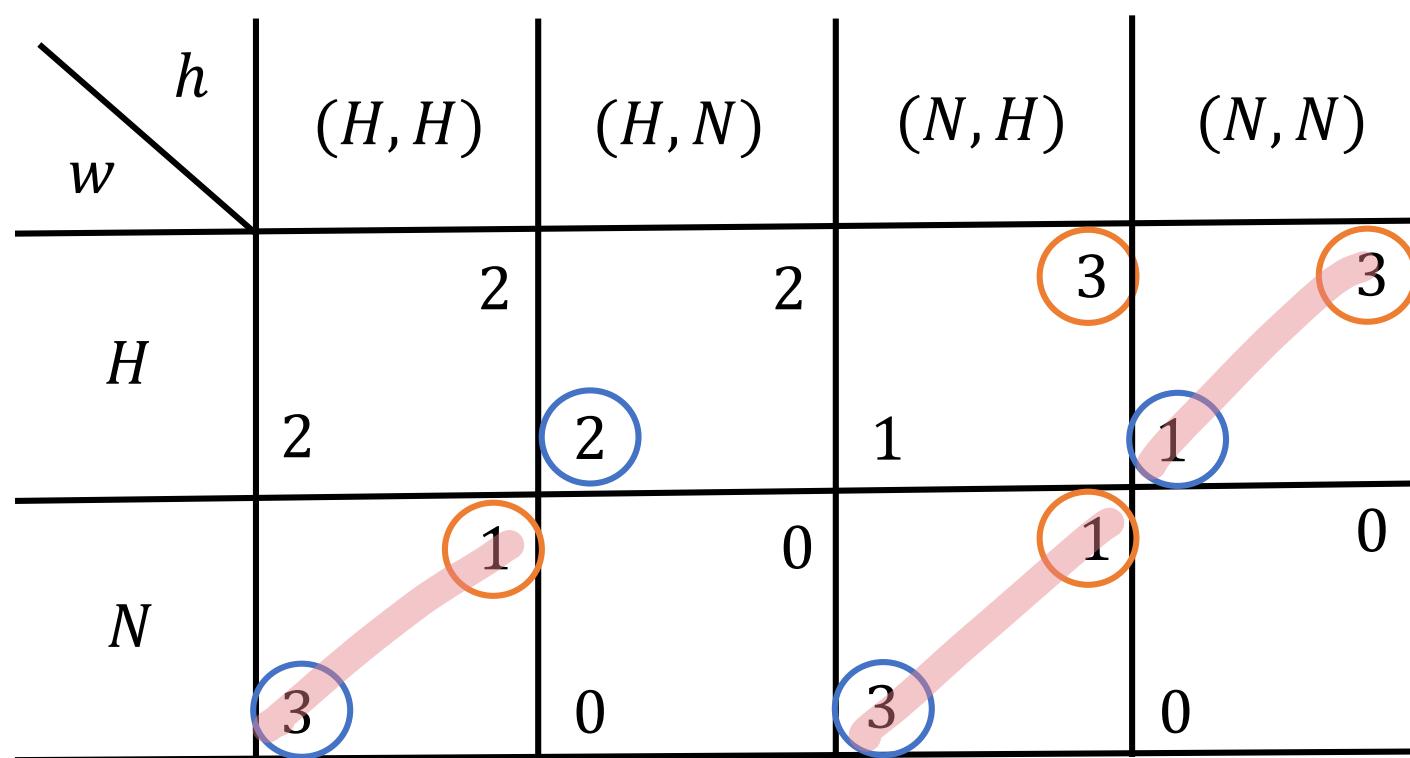
新規参入ゲームのナッシュ均衡(C, E)

この部分ゲーム(1人ゲーム)におけるナッシュ均衡は C
 (C, E) はこのナッシュ均衡を導出する



(C, E) は元のゲームでもナッシュ均衡だったので、 (C, E) は
部分ゲーム完全均衡

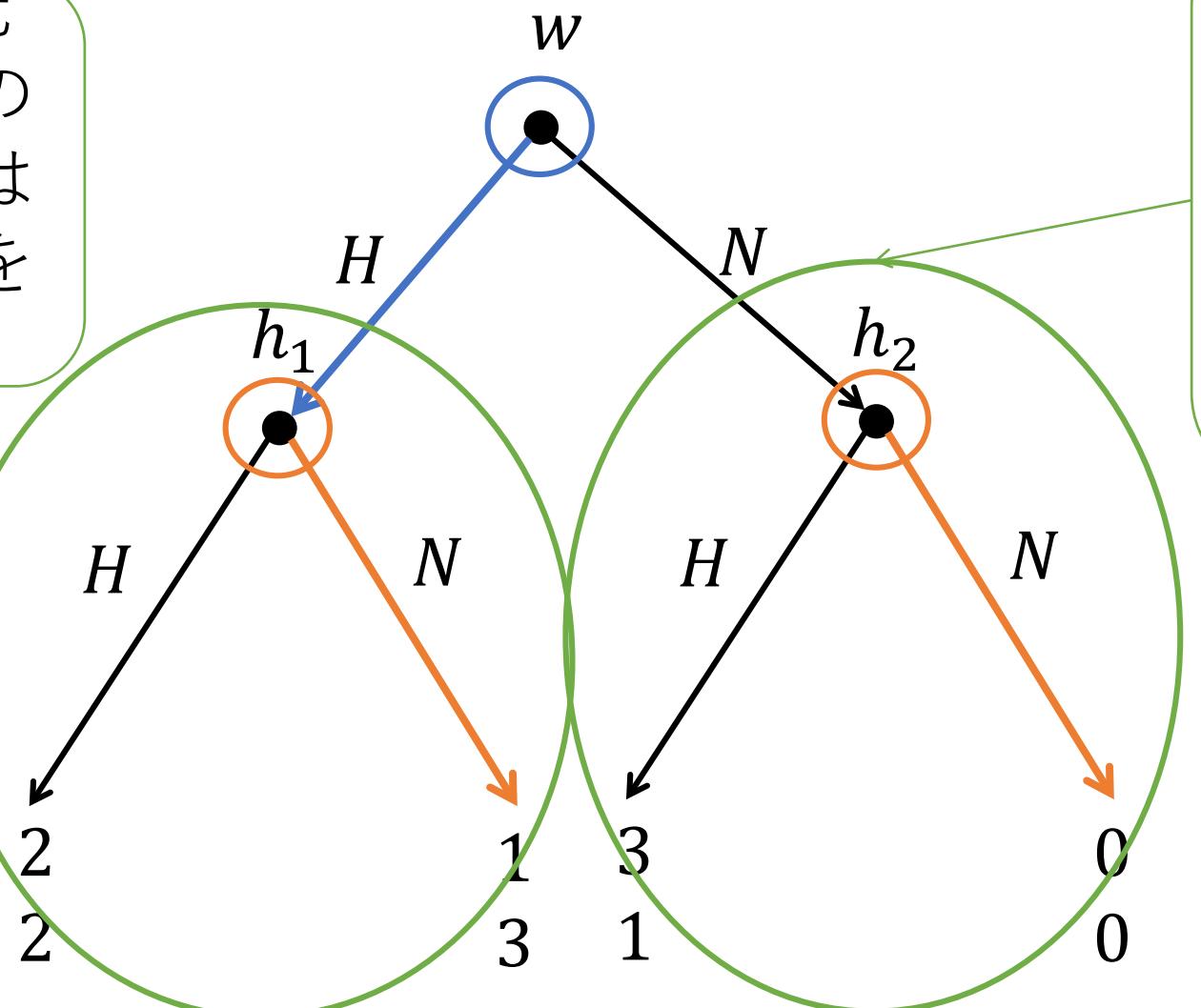
妻優位な家事分担ゲームの戦略形表現(復習)



- ナッシュ均衡は $(H, (N, N))$, $(N, (H, H))$, $(N, (N, H))$

妻優位な家事分担ゲームのナッシュ均衡 $(H, (N, N))$

$(H, (N, N))$ は元のゲームとこの部分ゲームではナッシュ均衡を導出する

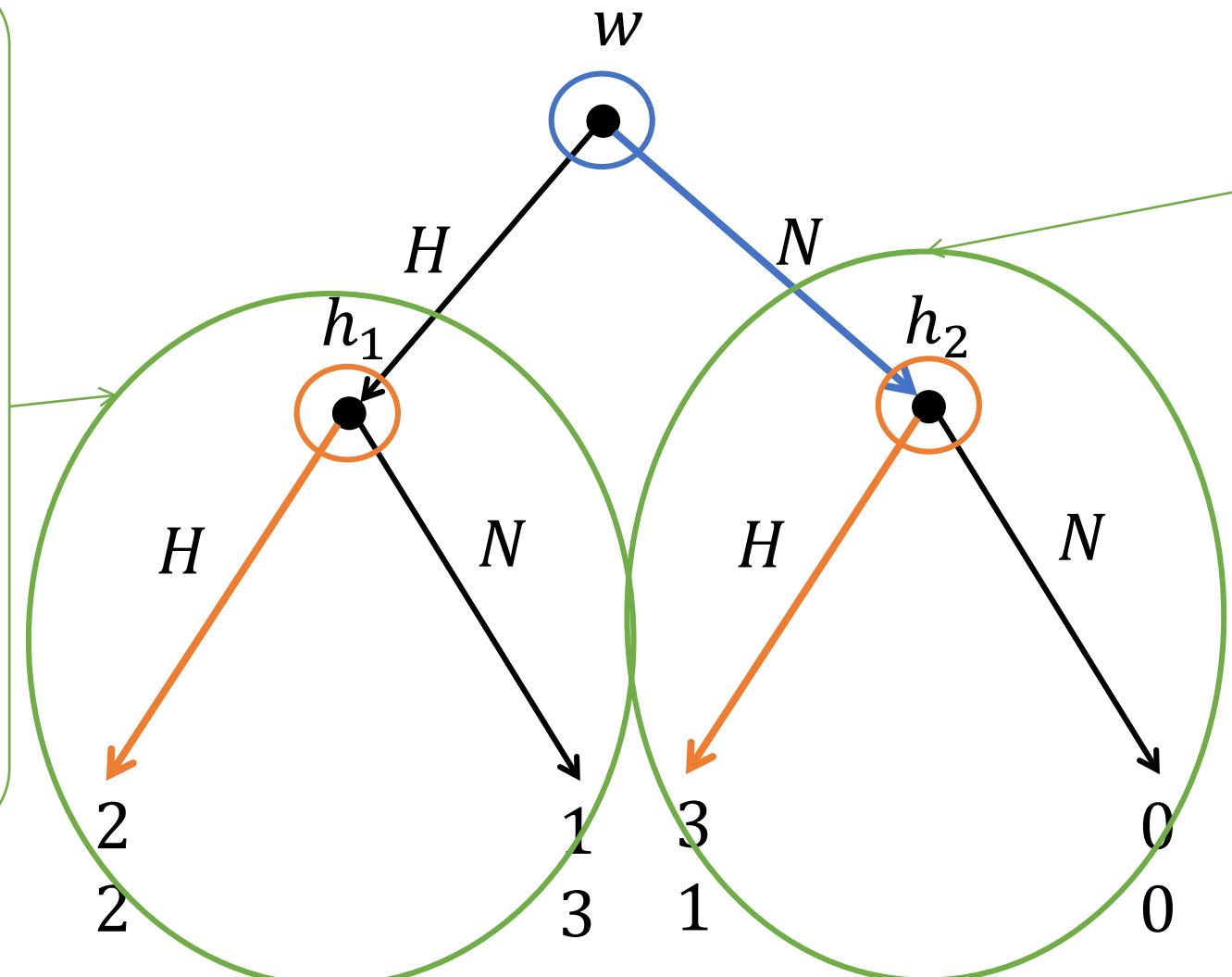


この部分ゲームでは、夫は H を選択することで利得 1 を獲得できるのでナッシュ均衡を導出しない

$(H, (N, N))$ は部分ゲーム完全均衡ではない

妻優位な家事分担ゲームのナッシュ均衡 $(N, (H, H))$

この部分ゲームでは N を選ぶことで利得が $\boxed{3}$ に増えるのでナッシュ均衡を導出
【証明】



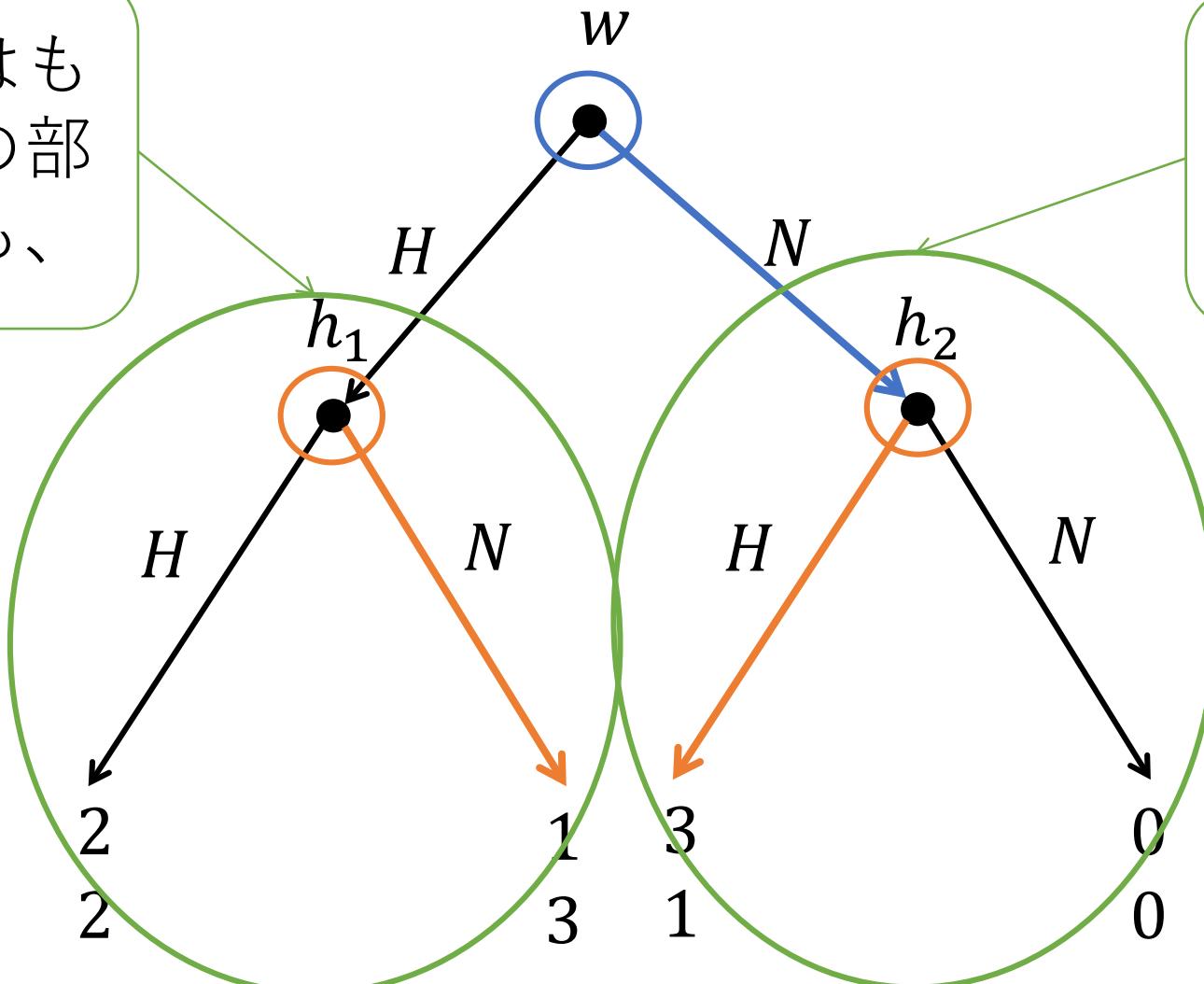
$(N, (H, H))$ は元のゲームとこの部分ゲームではナッシュ均衡を
【導出する】

$(N, (H, H))$ は部分ゲーム完全均衡
【ではない】

妻優位な家事分担ゲームのナッシュ均衡 $(N, (N, H))$

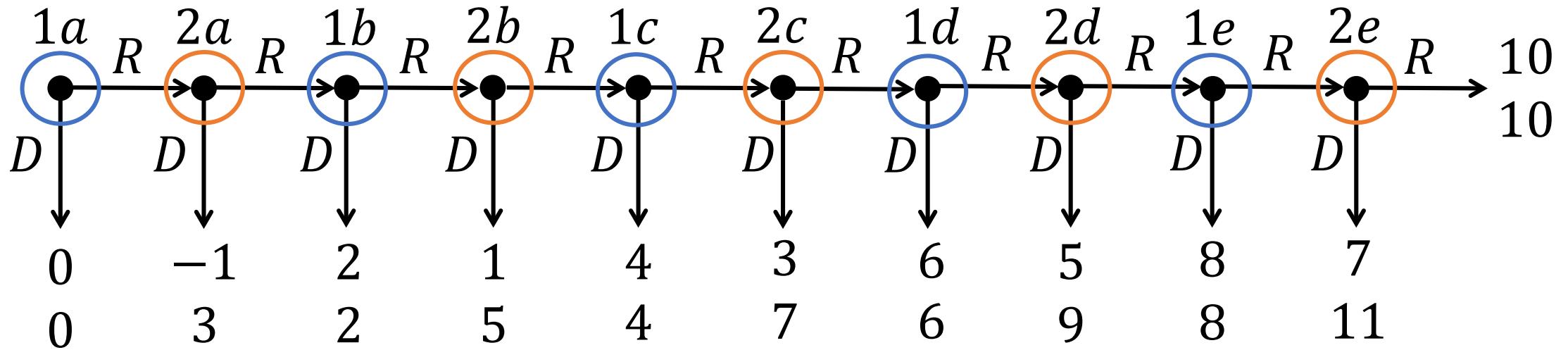
元のゲームはも
ちろん、この部
分ゲームでも、

この部分ゲームでも、
 $(N, (N, H))$ はナッシュ
均衡を 導出する



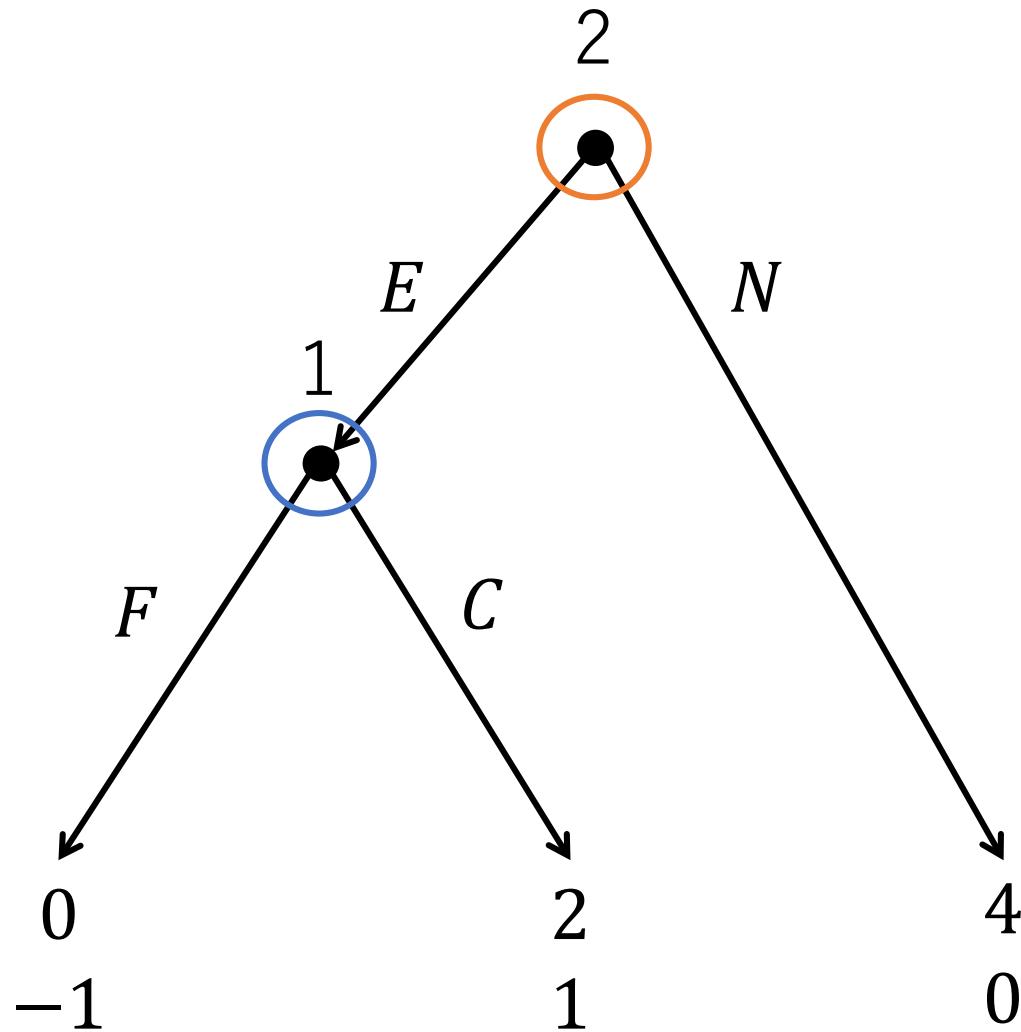
$(N, (N, H))$ は
部分ゲーム完全均衡

ムカデゲーム

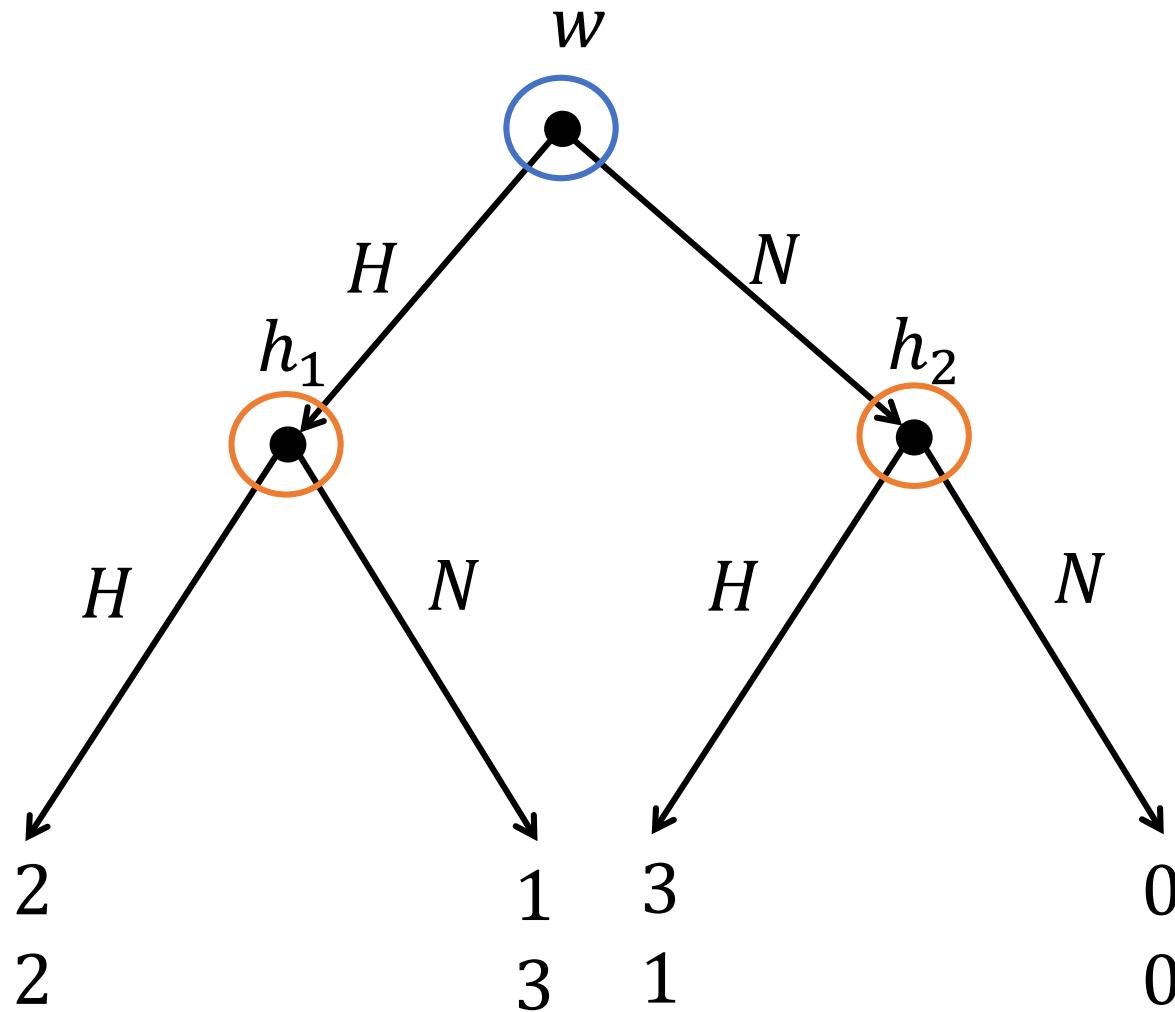


- 部分ゲームの数は 10
- 元のゲームの戦略の数はそれぞれ $2^5 = 32$ 個
- これまで通りの方法で部分ゲーム完全均衡を求めるのは大変。
- 後ろ向き帰納法

後向き帰納法(例)



後向き帰納法(例)



後向き帰納法

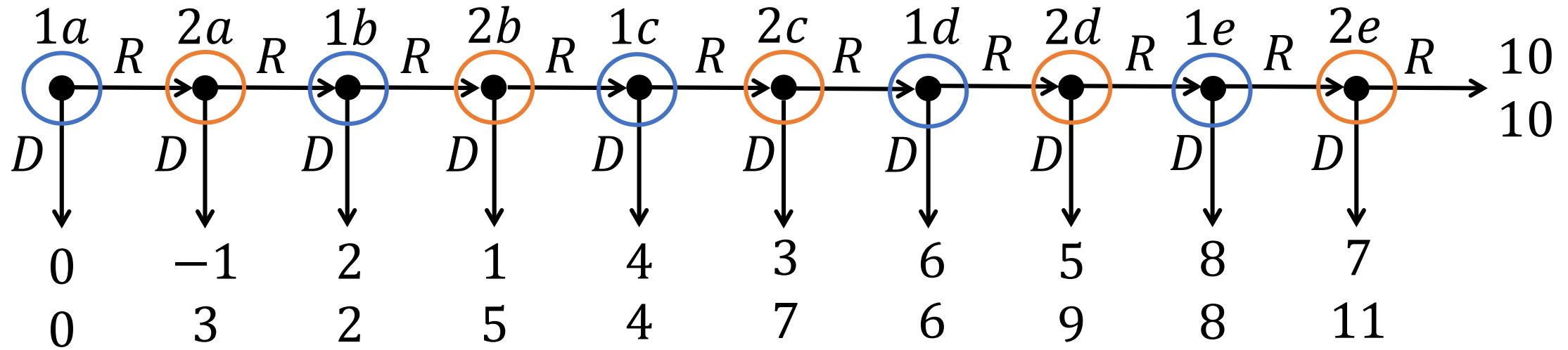
ここでは、点の数が有限であるような完全情報ゲームに限定。
(情報集合を点と同一視できる)

1. そこから出ている矢印がすべて「利得の決まった点」に直接到達するような  を選ぶ。
2. 1で選んだ点において意思決定するプレイヤーの利得を最大にするような  を選び、その矢印の先での(全プレイヤーの)利得をこの点における  決める
3. すべての点で利得が決まつたら、各点における意思決定を集めて各プレイヤーの  を作り終了。そうでなければ1へ戻る。

後向き帰納法と部分ゲーム完全均衡

- 点の数が有限であるような 完全情報ゲームにおいて、
 - 後向き帰納法は必ず 実行可能 であり、
 - 選びだされた戦略の組は 部分ゲーム完全均衡 になっている。
- さらに、各プレイヤーについて、終点で得られる利得が他の終点で得られる利得と常に違うならば、部分ゲーム完全均衡はただ 一つに定まる

△カテゲー△

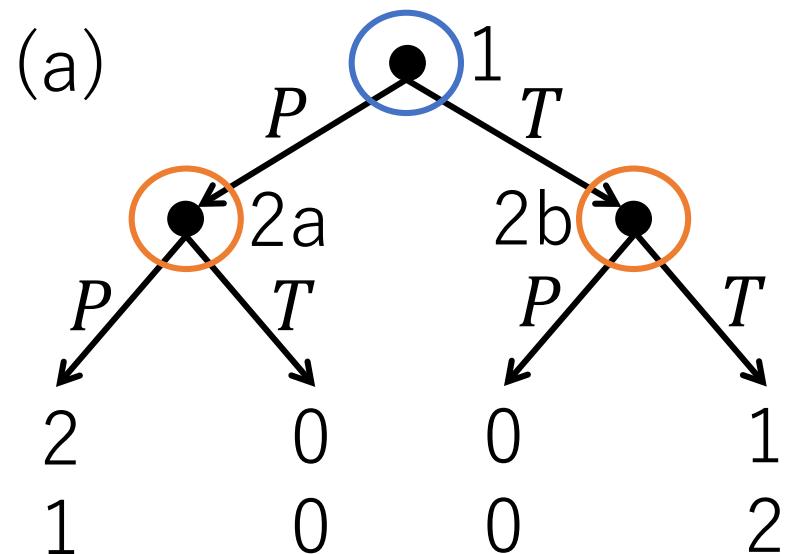


$((0,0,0,0,0)(0,0,0,0,0))$ が部分マップ完全拘束

練習問題

問題5. 以下のようなゲームの木であらわされている展開形ゲームについて、

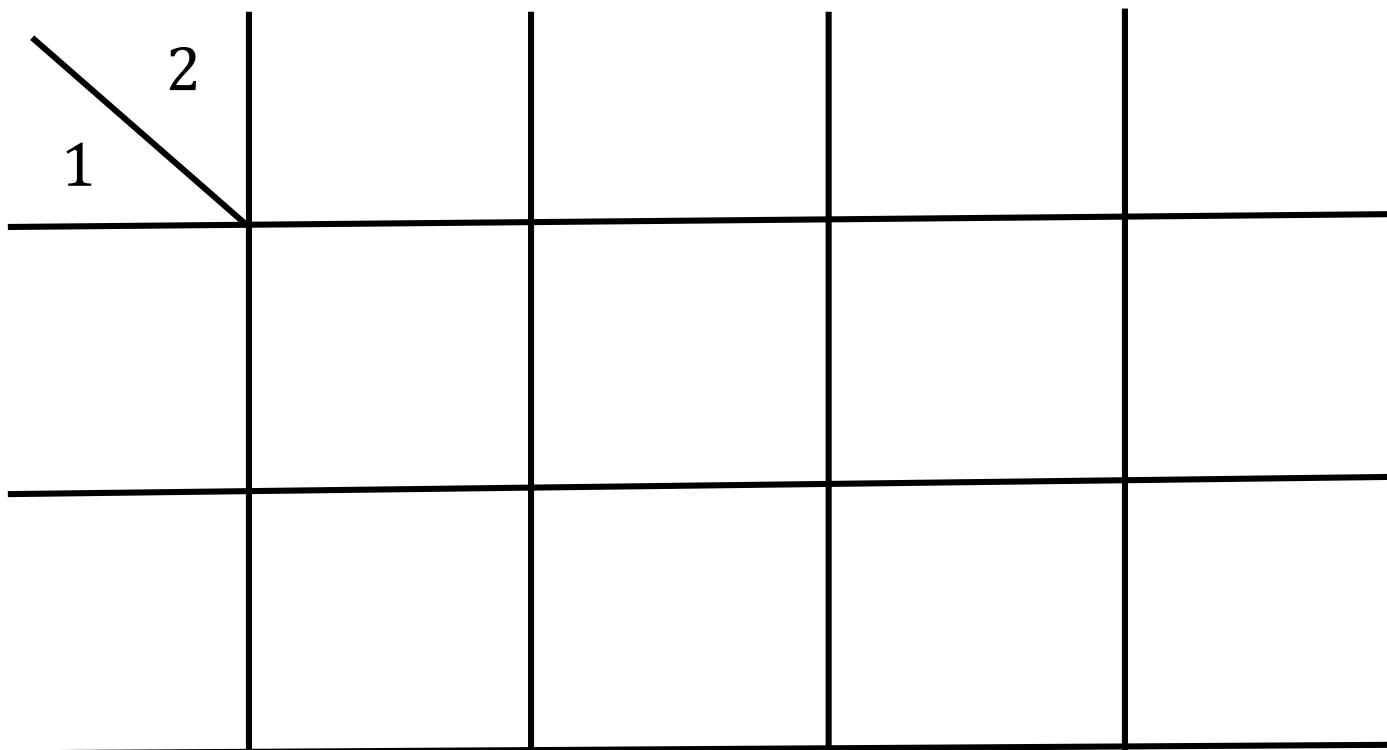
- (i) 戰略形ゲームの行列表現を用いて純粹戦略ナッシュ均衡をすべて求めなさい。
- (ii) 後向き帰納法を用いて部分ゲーム完全均衡を求めなさい。



問題5(i)

・プレイヤー1の戦略は、

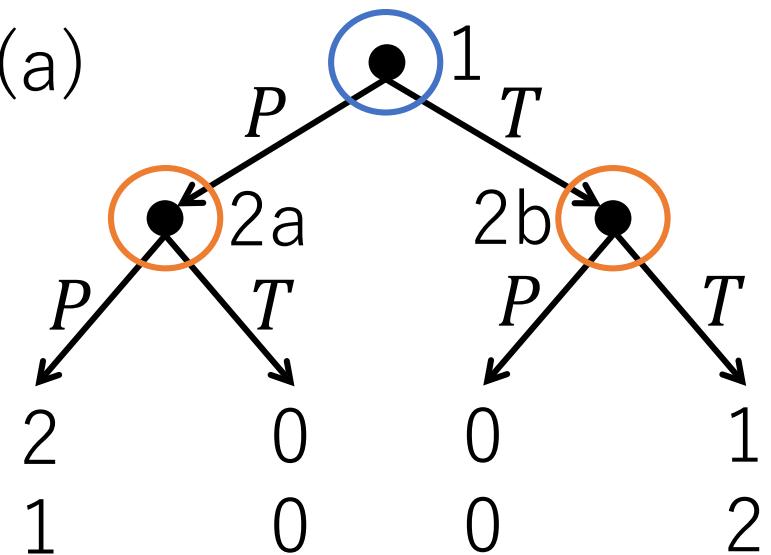
・プレイヤー2の戦略は、



ナッシュ均衡は

問題5(ii)

(a)



部分ゲーム完全均衡は

