ミクロ経済学B/現代経済学II
第２回「戦略形ゲーム①」

法政大学　経済学部　平井俊行

ゲーム理論

- 相互に利害が$\boxed{\text{関連}}$しあっている
- $\boxed{\text{複数}}$の意思決定主体の
- $\boxed{\text{意志決定}}$

について分析するための理論。

身近な例：

じゃんけん、PK、オークション、値下げ競争、など。

ゲーム理論

ゲーム的状況における結果は、

- 自身の意思決定だけでなく、
- 他の主体の意思決定にも依存して決まる。

例：じゃんけん・・・勝ち負けは自分の出した手だけでなく、他の人の出した手にも依存して決まる。

ゲーム理論

- von Neumann and Morgenstern (1944) “Theory of Games and Economic Behavior” Princeton University Pressが端緒。
  - もちろん、論文はこれ以前に出ている。
- ミクロ経済学Aで考えたような完全競争市場の枠組みでは分析できない状況をとらえられるようになる。
- 完全競争市場では、それぞれの経済主体は価格に応じて自身の意思決定（需要量・供給量）を選んでおけば、市場が均衡するように価格が調整されていた。
- ゲーム的状況では、他の意思決定主体の行動を考慮に入れたうえで自身の意思決定をおこなう必要がある。
  - 他のプレイヤーも同じことを考えている。

ゲーム理論の用語

- 意思決定主体のことをプレイヤーという。
- プレイヤーが選択できる「行動の予定表」のことを戦略という。
    - 各プレイヤーはどの戦略を選ぶかの意思決定をおこなう。
- 各プレイヤーが選んだ戦略によって決まるゲームの結果に対する選好は利得によってあらわされる。
    - 利得は数であらわされ、より大きいほうがより好ましいことを意味する。
    - フォンノイマン＝モルゲンシュテルン(vNM)効用。

vNM効用

vNM効用について詳細には踏み込まないが、vNM効用を考えることによって以下の利点がある。

- 期待利得（利得の期待値）を考えることができる。
- (期待利得を考えても)利得関数を正アフィン変換しても同じものとみなすことができる。
  - どちらも必要になったところで改めて説明する。

戦略形ゲーム

- それぞれのプレイヤーが $\boxed{\text{「同時に」}}$ 戦略を選ぶようなゲーム。
  - 同時とは、物理的に同時であることは必ずしも不必要で、各プレイヤーは他のプレイヤーがどの戦略を選んだかを知る前に自身の戦略を選ぶ、ということ。
- 戦略形ゲームは
  - $\boxed{\text{プレイヤー}}$
  - 各プレイヤーが選べる $\boxed{\text{戦略（の集合）}}$,
  - 各プレイヤーが、選ばれた $\boxed{\text{戦略の組}}$ から得られる利得を表す利得関数

  によって構成される。

戦略形ゲームの例(1)

囚人のジレンマ

- ２人の強盗犯(1と2)。証拠はないが微罪で別件逮捕。強盗を立証するには自白が必要。
- 共犯者なのでどちらか一方が自白すればよい。
- 両方黙秘した場合は微罪で懲役１年ずつ。
- 両方自白した場合は強盗で懲役３年ずつ。
- 一方のみが自白した場合は、自白した方は司法取引で懲役なし、黙秘した方は懲役が重くなり４年。

戦略形ゲームの例(1)

囚人のジレンマ

- プレイヤー：１と２
- 各プレイヤーの戦略は黙秘する(C)、自白する(D)。
- プレイヤー1の利得関数は、
  - $u_1(C,C)=-1,\ u_1(C,D)=-4,\ \ u_1(D,C)=0,\ u_1(D,D)=-3,$
- プレイヤー2の利得関数は、
  - $u_2(C,C)=-1,\ u_2(C,D)=0,\ \ u_2(D,C)=-4,\ u_2(D,D)=-3,$

  ただし、利得関数のカッコの中身はどちらのプレイヤーも(プレイヤー1の戦略,プレイヤー2の戦略)の順で書いているので注意すること。

戦略形ゲームの例(2)

家事分担ゲーム(チキンゲーム)

- 夫婦間での家事分担(妻をw、夫をhであらわす)。
- 家事がきちんとおこなわれると家の中が清潔で整理されるのでそれぞれ３の利得を得る。
- 一方、家事の負担は利得-2だけとする。
- 家事はどちらか一方がおこなった場合この負担を一手に引き受けるが、両者で分担すると負担は半分ずつになる。
- どちらも家事をしないと互いに利得0.

戦略形ゲームの例(2)

家事分担ゲーム(チキンゲーム)

- プレイヤー：wとh
- 各プレイヤーの戦略は家事をする(H)と家事をしない(N).る。
- プレイヤーwの利得関数は、
  - $u_w(H,H)=2,\ u_w(H,N)=1,\ \ u_w(N,H)=3,\ u_w(N,N)=0,$
- プレイヤーhの利得関数は、
  - $u_h(H,H)=2,\ u_h(H,N)=3,\ \ u_h(N,H)=1,\ u_2(N,N)=0,$
  ただし、利得関数のカッコの中身はどちらのプレイヤーも(プレイヤーwの戦略,プレイヤーhの戦略)の順で書いているので注意すること。

戦略形ゲームの例(3)

コイン合わせゲーム

- ２人のプレイヤー(1と2)が１枚ずつコインを持っている。
- 同時に表か裏を出す。
- 出した面が同じであればプレイヤー１の勝ち。
- 出した面が違っていればプレイヤー２の勝ち。
- 勝った方が負けたほうからコインをもらえる。

戦略形ゲームの例(3)

コイン合わせゲーム

- プレイヤー：1と2
- 各プレイヤーの戦略は表を出す(H)と裏を出す(T)。
- プレイヤー1の利得関数は、
  - $u_1(H,H)=1,\ u_1(H,T)=-1,\ u_1(T,H)=-1,\ u_1(T,T)=1,$
- プレイヤー2の利得関数は、
  - $u_2(H,H)=-1,\ u_2(H,T)=1,\ u_2(T,H)=1,\ u_2(T,T)=-1,$

  ただし、利得関数のカッコの中身はどちらのプレイヤーも(プレイヤー1の戦略,プレイヤー2の戦略)の順で書いているので注意すること。

利得関数の正アフィン変換

- 囚人のジレンマのように利得がマイナスだと見づらい、という人もいるかもしれない。
- 利得関数を$u(\cdot)$とすると、

$$\boxed{\bar{u}(\cdot) = \alpha u(\cdot) + \beta}$$

(ただし、$\alpha > 0$)は同等の利得関数とみなすことができる。

- どのような２つの戦略の組についても、得られる利得の大小関係が変わらないということ。

利得関数の正アフィン変換

- $\alpha = 1, \beta = 4$とおくと先ほどの囚人のジレンマの利得関数は、
- プレイヤー1の利得関数は、
  - $u_1(C,C) = 3,\ u_1(C,D) = 0,\ u_1(D,C) = 4,\ u_1(D,D) = 1,$
- プレイヤー2の利得関数は、
  - $u_2(C,C) = 3,\ u_2(C,D) = 4,\ u_2(D,C) = 0,\ u_2(D,D) = 1.$

利得関数の正アフィン変換

- αは利得の尺度、βは利得の基準点を変更している。
- 次のような例を考えるとわかりやすい。
- 利得をお金で考える。
- 今100万円持っていて、Aを選ぶと100万円のまま、Bを選ぶと200万円に増える。
  - 簡単化のため１人ゲームを考える。
- 利得は$u(A) = 100, u(B) = 200.$

利得関数の正アフィン変換

- α =1、$\beta = -100$とすると、
- $\bar{u}(A) = \boxed{0}, \bar{u}(B) = \boxed{100}$
- 持っているお金から、お金がどれだけ増えたかというとらえ方になっただけ。
- 基準点が０から100万円へ変化。
- $\alpha = \frac{1}{100}$、β =0とすると、
- $\hat{u}(A) = \boxed{1}, \hat{u}(B) = \boxed{2}$
- 利得を円換算からドル換算へ変化(単純化のため1ドル＝100円としている。）

戦略形ゲームの行列表現

- プレイヤーが２人で戦略の数が有限個の場合は、戦略形ゲームを表であらわすことができる。
  - ３人以上でもできないことはないし、３人までなら以下のような表を応用してあらわされることも多い。
  - 戦略の数も実質的には3~4個までしか扱わない場合が多い。

確認

- 戦略形ゲームは$\boxed{\text{プレイヤー}}$、$\boxed{\text{戦略(の集合)}}$、$\boxed{\text{利得関数}}$で構成される。これらを余すことなく表現できている必要がある。

囚人のジレンマの行列表現

2 1	C	D
C	3 3	4 0
D	0 4	1 1

家事分担ゲームの行列表現

w \ h	H	N
H	2 2	3 1
N	1 3	0 0

コイン合わせゲームの行列表現

1 \ 2	H	T
H	-1 1	1 -1
T	1 -1	-1 1

一般的な戦略形ゲーム

- 戦略形ゲームは、$(N, (X_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$であらわされる。ただし、
- $N = \{1, \dots, n\}$: プレイヤーの集合、
- X_i:プレイヤーiの戦略の集合、
- u_i: プレイヤーiの利得関数。

- 各プレイヤーの戦略を１つずつ選んで並べたもの$x = (x_1, \dots, x_n)$を
戦略の組という。
  - 囚人のジレンマの戦略の組: $(C, C), (C, D), (D, C), (D, D)$
  - 家事分担ゲームの戦略の組: $(H, H), (H, N), (N, H), (N, N)$
  - コイン合わせゲームの戦略の組: $(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)$