

# ミクロ経済学B/現代経済学II

## 第14回 「外部性③」

法政大学経済学部

平井 俊行

# 公共財供給

- 公共財を主体間の自発的供給に任すと **過少供給**
- 大きな問題は、主体たちの **選好** がわからないこと。
  - わかれれば税金を徴収するなどして最適供給の可能性。
- 選好は本人たちにしかわからない。
- 本人たちに教えてもらうしかない。
- ただ、嘘についてもわからないのだから、正直に選好を表明する **インセンティフ** を与えなければならない。
- それを可能にするような制度はありえるのか？

## モデル

- 主体(プレイヤー)は1,2のふたり。
- 公共財は0,1,2の三段階でのみ供給可能とする。
  - 費用は $C(0) = 0, C(1) = 10, C(2) = 20$ とする。
- それぞれの主体が公共財から得られる効用は
  - $v_1(0) = 0, v_1(1) = 13, v_1(2) = 17$
  - $v_2(0) = 0, v_2(1) = 11, v_2(2) = 19$

## モデル(続き)

- この効用から支払った私的財の量を引いたものが最終的な利得。
  - 公共財の供給量を  $y$ 、それぞれのプレイヤーの支払額を  $p_1, p_2$  とすると、
  - $u_1(y, p_1) = v_1(y) - p_1$
  - $u_2(y, p_2) = v_2(y) - p_2$
  - 準線形効用
- 初期保有を考えず、配分は  $(p_1, p_2, y)$  のように書く。

# 公共財の効率的供給

- ・どの公共財供給量で全体の余剰が最大になるか？
- ・公共財供給量が $y$ のときの余剰は $v_1(y) + v_2(y) - C(y)$ 
  - $v_1(0) + v_2(0) - C(0) = 0$
  - $v_1(1) + v_2(1) - C(1) = 13 + 11 - 10 = 14$
  - $v_1(2) + v_2(2) - C(2) = 17 + 19 - 20 = 16$
- ・ $y = 2$ のときが最大。
- ・このような供給量を公共財の効率的供給量とよぶ。

# 自発的供給ゲーム

- 自発的供給ゲームで考えてみる。
- それぞれのプレイヤーが公共財供給への私的財の支払を自発的に決定。(戦略)
- 各プレイヤーの戦略を  $g_1, g_2 (\geq 0)$  とすると
  - $0 \leq g_1 + g_2 < 10$  ならば公共財供給量は 0
  - $10 \leq g_1 + g_2 < 20$  ならば公共財供給量は 1
  - $20 \leq g_1 + g_2$  ならば公共財供給量は 2
- そのときの各プレイヤーの利得は
  - $u_1(g_1, g_2) = v_1(y) - g_1$
  - $u_2(g_1, g_2) = v_2(y) - g_2$
  - ただし  $y$  は戦略の組  $(g_1, g_2)$  において供給される公共財の量。

# 自発的供給ゲーム

- このゲームでナッシュ均衡となるのは

$$g_1 + g_2 = 10 \text{ となる戦略の組 } (g_1, g_2) \text{ すべて}$$

- このような戦略において、両プレイヤーとも利得はプラス。
- 少なくとも一方のプレイヤーはプラスの私的財を支払っている。
  - このようなプレイヤーを*i*とする。
- プレイヤー*i*が私的財の支払いを減らすと利得が0以下になってしまい、利得減少。
- プレイヤー*i*が私的財の支払を増加して公共財供給量を2にしようとしても、 $v_i(2) - v_i(1) < 10$ なので利得減少。

# 自発的供給ゲーム

- ここでもナッシュ均衡では効率的供給量が達成されない。
- もし公共財を $\boxed{2}$ 単位供給する戦略の組 $(g'_1, g'_2)$ がナッシュ均衡だとすると、少なくとも一方のプレイヤーは $\boxed{10}$ 以上の私的財を支払っている。
  - そのようなプレイヤーを $i$ とする。
- $g''_i = g'_i - 10$ とする。
- このとき、公共財供給量は $\boxed{\square}$ になるが、 $v_i(2) - v_i(1) < 10$ より  
$$v_i(2) - g'_i < v_i(1) - g'_i + 10$$
- 利得減少

# VCGメカニズム

- メカニズムはある種の制度を **ゲーム** として表現したもの。
- ここで紹介するVCGメカニズムは戦略形ゲームで表現される。
- 各プレイヤーは戦略として、「それぞれの公共財の生産量に対していくらまでなら支払ってもよいか」という支払意思額を表明する。
  - $y = 0$  ならいくら、 $y = 1$  ならいくら、 $y = 2$  ならいくら、という形。
  - $x_1 = (x_1(0), x_1(1), x_1(2))$  や  $x_2 = (x_2(0), x_2(1), x_2(2))$  などと書く。
  - 正直に表明( $x_1 = (0, 13, 17)$ ,  $x_2 = (0, 11, 19)$ )してもいいし、嘘についてもよい。

# VCGメカニズム

- ここでVCGメカニズムは戦略の組が決まると
  - 公共財供給量と
  - 各プレイヤーの支払額
- を決める制度。
- 各プレイヤーから支払意思額(選好)の情報を収集して、配分を決定する。

# VCGメカニズム

- 戦略の組 $(x_1, x_2) = \left( (x_1(0), x_1(1), x_1(2)), (x_2(0), x_2(1), x_2(2)) \right)$ があたえられたとき、

$$x_1(y) + x_2(y) - C(y)$$

を最大にするような公共財供給量 $y$ を選択する。

- $y(x_1, x_2)$ とおく。

- 表明された支払意思額のもとで、社会的余剰を最大にするような公共財供給量を選ぶ。
- なので、もしそれぞれのプレイヤーが正直に支払意思額を表明しているのならば真の効率的供給量が選ばれる。

# VCGメカニズム

- 戦略の組 $(x_1, x_2)$ のもとで各プレイヤーの支払額は次のように決まる。
  - $p_1(x_1, x_2), p_2(x_1, x_2)$ と書く。
  - 式を短くするために、 $x = (x_1, x_2)$ とおいて $y(x) = y(x_1, x_2)$ と書く。

$p_1(x_1, x_2) = \frac{C(y(x))}{2} + \max_{y'=0,1,2} \left( x_2(y') - \frac{C(y')}{2} \right) - \left( x_2(y(x)) - \frac{C(y(x))}{2} \right)$
$p_2(x_1, x_2) = \frac{C(y(x))}{2} + \max_{y'=0,1,2} \left( x_1(y') - \frac{C(y')}{2} \right) - \left( x_1(y(x)) - \frac{C(y(x))}{2} \right)$

# VCGメカニズム

各自費用の  
を負担。

1が「もしいまかしたらこう」

2が得られた余剰

実際 2の余剰

$$p_1(x_1, x_2) = \frac{C(y(x))}{2} + \max_{y'=0,1,2} \left( x_2(y') - \frac{C(y')}{2} \right) - \left( x_2(y(x)) - \frac{C(y(x))}{2} \right)$$

1がいることによる 損失(迷惑料)

- ・プレイヤー1は、公共財の費用の  
**半分**と**迷惑料**を支払う。
- ・プレイヤー2についても同様。

# VCGメカニズム

戦略の組  $x = (x_1, x_2)$  のときの

- プレイヤー1の利得

$$v_1(y(x)) - \frac{C(y(x))}{2} - \max_{y'=0,1,2} \left( x_2(y') - \frac{C(y')}{2} \right) + \left( x_2(y(x)) - \frac{C(y(x))}{2} \right)$$

- プレイヤー2の利得

$$v_2(y(x)) - \frac{C(y(x))}{2} - \max_{y'=0,1,2} \left( x_1(y') - \frac{C(y')}{2} \right) + \left( x_1(y(x)) - \frac{C(y(x))}{2} \right)$$

# VCGメカニズム

- 各プレイヤーが正直に表明することで、公共財の効率的供給量を達成することができる。
- しかも、各プレイヤーは正直に表明するインセンティブがある。
  - VCGメカニズムでは、自身の公共財への効用(真の選好)を正直に表明することが弱支配戦略になっている。
  - 他のプレイヤーの戦略によらず、嘘の選好を表明することで利得を高くすることができます。
  - 耐戦略性
- プレイヤーたちが自発的に真の選好を表明してくれることが期待できる。

## 耐戦略性

- プレイヤー1について考える。
- $x_1^* = (v_1(0), v_1(1), v_1(2))$  (正直 表明の戦略)
- $x'_1 = (x'_1(0), x'_1(1), x'_1(2))$  (嘘 表明の戦略)
- $x_2 = (x_2(0), x_2(1), x_2(2))$  プレイヤー2の戦略 (なんでもよい)とする。

## 耐戦略性

- 戦略の組が  $(x_1, x_2) = ((x_1(0), x_1(1), x_1(2)), (x_2(0), x_2(1), x_2(2)))$  のときのプレイヤー1の利得を書き直してみる。 $(y(x) = y(x_1, x_2))$

$$v_1(y(x)) - \frac{C(y(x))}{2} - \max_{y'=0,1,2} \left( x_2(y') - \frac{C(y')}{2} \right) + \left( x_2(y(x)) - \frac{C(y(x))}{2} \right)$$

$$= \boxed{V_1(\gamma(x)) + x_2(\gamma(x)) - C(\gamma(x))} - \boxed{\max_{y'=0,1,2} \left( x_2(y') - \frac{C(y')}{2} \right)}$$

プレイヤー2の効用を  $x_2 = (x_2(0), x_2(1), x_2(2))$   
としたときの 社会的余剰

1の戦略はここに関係ない

# 耐戦略性

- $(x_1^*, x_2)$  のときのプレイヤー1の利得

$$v_1(y(x_1^*, x_2)) + x_2(y(x_1^*, x_2)) - C(y(x_1^*, x_2))$$

$x_1^*$  は正直表明なので、 $y(x_1^*, x_2)$  はここを最大にする。

$$\max_{y'=0,1,2} \left( x_2(y') - \frac{C(y')}{2} \right)$$

1の戦略はここに関係ない

- $(x'_1, x_2)$  のときのプレイヤー1の利得

$$v_1(y(x'_1, x_2)) + x_2(y(x'_1, x_2)) - C(y(x'_1, x_2))$$

$$\max_{y'=0,1,2} \left( x_2(y') - \frac{C(y')}{2} \right)$$

# VCGメカニズムのデメリット

- 支払額の合計は、一般的には費用を起える
  - 必ず支払額の合計 = 費用となるような制度を考えるのは難しい。
  - 余った分は税収(政府の余剰)とすれば社会的余剰は減らない。
- プレイヤーたちの利得が準線形でないと耐戦略性は保証されない。
- 場合によっては、利得0(公共財供給量0、支払0)より悪い結果になってしまうプレイヤーがいる。
  - 参加するイセント"がない。

# VCGメカニズムについての補足

- ここで紹介したのは厳密にはクラークメカニズム(Clarke, 1971)と呼ばれるもの(のさらに特殊ケース)。
- Groves (1973)はより一般的な形のメカニズムを提唱。
  - グローヴスメカニズム
- Vickrey (1961)による第2価格オークションもグローブスメカニズムの特殊ケースであることが知られている。

**V**ickrey=**C**larke=**G**roves メカニズム

# メカニズムデザイン

- 主体たちの選好がわからず「よい」資源分配が難しいときに、主体たちに自身の選好を正直に表明するインセンティブを与えることで、「よい」資源分配を達成できる制度を設計すること。
- 公共財供給だけでなく広範な問題で考えられている。
  - オーバン, 不可分財交換, スイッチ, etc
- 弱支配戦略だけでなくナッシュ均衡で達成できるような場合など多様な方法が提案されている。
- 今でも研究が盛んにおこなわれている分野
- マーケットデザイン

# 公共財と温暖化ガス削減

- ・ 温暖化ガス削減(温暖化防止)は地球全体での公共財。
- ・ 現在の技術だと、ある国が温暖化ガスを削減するためにはある程度自国の経済を犠牲にせざるをえない。
- ・ 各国が自発的に削減するだけでは温暖化を防止できない。
  - ・ 公共財の過ウ供給
- ・ 国同士で協定を結んでも、宇宙の国（強制力がない） やそもそも参加しない国 がでてくる。
  - ・ パリ協定、京都議定書。