ミクロ経済学B/現代経済学II 第３回「戦略形ゲーム②」

法政大学　経済学部　平井俊行

戦略形ゲームとナッシュ均衡

- 今日の目標は、戦略形ゲームの分析方法の基本を身に着けること。
- 戦略形ゲームの分析は多くの場合、ナッシュ均衡を求めることから始まる。
- ナッシュ均衡を考えるための重要な概念である最適反応戦略から始める。
- 後半に、特殊ケースとしての支配戦略・弱支配戦略が存在する場合を紹介する。

戦略形ゲームを「解く」

- プレイヤーの目的は より高い 利得を得ること。
- しかし、自分以外のプレイヤーの戦略によって自分の利得は変わってしまう。
- それでも、少なくとも自分以外のプレイヤーの戦略が一旦「固定」されたとしたならば、自身の利得を最大にするような戦略を選んでいるはず。

「最適反応戦略」 **という考え方**

最適反応戦略

- あるプレイヤーにとって、
- 自分以外のプレイヤーの戦略を $\boxed{\text{固定}}$ したときに、
- 自身の利得を $\boxed{\text{最大}}$ にするような戦略を、
- このプレイヤーのその戦略に対する $\boxed{\text{最適反応戦略}}$ という。
    - 「反応」だから何に反応しているかを明記すること！

最適反応戦略(一般的に書くと)

- プレイヤーiについて考える。
- i以外のプレイヤーの戦略を並べたものを$x_{-i} = (x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n)$とする。
  - i以外のプレイヤーの戦略が一旦固定されればiの利得は自身の戦略だけで決まる。
- i以外のプレイヤーがx_{-i}を選んでいるときに、iの利得を最大にするiの戦略を「プレイヤーiのx_{-i}に対する最適反応戦略」という。
  - 数式で書くと”iのすべての戦略y_iに対して、$u_i(x_i, x_{-i}) \geq u_i(y_i, x_{-i})$となる$x_i$が「プレイヤー$i$の$x_{-i}$に対する最適反応戦略」”.

最適反応戦略

1＼2	C	D
C	3, 3	0, 4
D	4, 0	1, 1

- プレイヤー1について
  - 2のCに対する最適反応戦略は$\boxed{D}$
  - 2のDに対する最適反応戦略は$\boxed{D}$
- プレイヤー2について
  - 1のCに対する最適反応戦略は$\boxed{D}$
  - 1のDに対する最適反応戦略は$\boxed{D}$

最適反応戦略

w \ h	H	N
H	2 2	3 1
N	1 3	0 0

- プレイヤーwについて
  - hのHに対する最適反応戦略は$\boxed{N}$
  - hのNに対する最適反応戦略は$\boxed{H}$
- プレイヤーhについて
  - wのHに対する最適反応戦略は$\boxed{N}$.
  - wのNに対する最適反応戦略は$\boxed{H}$.

最適反応戦略

1 \ 2	H	T
H	-1 1	1 -1
T	1 -1	-1 1

- プレイヤー1について
  - 2のHに対する最適反応戦略は$\boxed{H}$
  - 2のTに対する最適反応戦略は$\boxed{T}$
- プレイヤー2について
  - 1のHに対する最適反応戦略は$\boxed{T}$
  - 1のTに対する最適反応戦略は$\boxed{H}$

ナッシュ均衡

- 自分以外のプレイヤーが選ぶ戦略が「決まったならば」、自分が選ぶべき選択はそれに対する 最適反応戦略
- しかし、自分以外のプレイヤーが何を選ぶかはわからない。
- 自分以外のプレイヤーたちも 利得 を大きくしたい。
- 自分以外のプレイヤーたちも、そのプレイヤー以外のプレイヤーの戦略に対する 最適反応戦略 を選ぶ。
- すべてのプレイヤーが、自身以外のプレイヤーの戦略に対する 最適反応戦略 を選んでいるならば、どのプレイヤーも戦略を変更する動機をもたない。

ナッシュ均衡

- ナッシュ均衡とは、すべてのプレイヤーが他のプレイヤーたちの戦略に対する最適反応戦略を選んでいるような戦略の組。
  - ナッシュ均衡は、上記のようなある条件を満たした戦略の組！！

形式的に書くと、

- 戦略の組$x = (x_1, \dots, x_n)$がナッシュ均衡であるとは、すべてのプレイヤー$i = 1, \dots, n$について、x_iがx_{-i}に対する最適反応戦略になっていること。
  - $x_i = (x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n)$

ナッシュ均衡

- ナッシュ均衡は $\boxed{(D, D)}$.

1 \ 2	C	D
C	3, 3	0, 4
D	4, 0	1, 1

ナッシュ均衡

- ナッシュ均衡は $\boxed{(H, N), (N, H)}$.

w \ h	H	N
H	2 2	3 1
N	1 3	0 0

ナッシュ均衡

1 \ 2	H	T
H	-1 1	1 -1
T	1 -1	-1 1

- ナッシュ均衡はなし

ナッシュ均衡の解釈

あくまで「解釈」

- 合理的なプレイヤー同士による 読みあい によって達成される戦略の組。

- 拘束力のある合意ができない状況における 自己強制的合意

- 過去に起こった同様の状況からの 学習 によって到達する戦略の組。

どれが正しいかではなく、分析対象にあったものを選べばよい。

支配戦略

- 囚人のジレンマでは、プレイヤー1にとって、プレイヤー2のどちらの戦略に対してもDがただ一つの最適反応戦略だった。
  - プレイヤー２についても同様。
- このようにあるプレイヤーにとって、自分以外のプレイヤーたちのすべての戦略に対して常にただ一つの最適反応戦略であるような戦略を、そのプレイヤーの支配戦略という。
- 形式的に書くと、プレイヤーiにとって、戦略x_iが支配戦略であるとは、自分以外のプレイヤーたちのすべての戦略x_{-i}と自身のx_i以外のいかなる戦略y_iについても$u_i(x_i, x_{-i}) > u_i(y_i, x_{-i})$となること。

弱支配戦略

- 支配戦略を持っているプレイヤーは他のプレイヤーたちの戦略を考慮する必要がなく、$\boxed{\text{支配戦略}}$を選べばよい。
    - 他のプレイヤーがどの戦略を選んでも、そのもとで自身の利得を最大にするのは$\boxed{\text{支配戦略}}$
- しかし、支配戦略があるようなゲームはまれ。
- 一方、条件をもう少し弱めた概念である$\boxed{\text{弱支配戦略}}$は応用上重要になっている。
    - 注：以下で説明する$\boxed{\text{弱支配戦略}}$の定義は厳密にいうと少し違っているが、応用上便利なこちらの定義を用いる場合も増えているので採用している。

弱支配戦略

- あるプレイヤーにとって、自分以外のプレイヤーたちのすべての戦略に対して常に~~ただ１つの~~最適反応戦略であるような戦略を、そのプレイヤーの弱支配戦略という。
  - 他にも最適反応戦略があってもよい。

- 支配戦略が「必ず得する戦略」なら弱支配戦略は「絶対に損しない戦略」

(弱)支配戦略とナッシュ均衡

ある戦略形ゲームを考える。

- すべてのプレイヤーが支配戦略を持つならば、支配戦略の組は 唯一のナッシュ均衡 になる。
- すべてのプレイヤーが弱支配戦略を持つならば、弱支配戦略の組は ナッシュ均衡 になる。しかし、 他のナッシュ衡行 が存在する場合もある。

1 \ 2	A	B
A	1, 1	0, 0
B	0, 0	0, 0