Счеревский Виктор Максимович
Email: st077261@student.spbu.ru
Дисциплина: Алгебра и геометрия
Преподаватель: Балыкина Ю. Е.

Контрольная работа №2.3
Семестр: 2 (весна 2020)
Дата: 15 мая 2020 г.
Вариант 713

---

1. Линейное подпространство L задано как множество решений однородной системы линейных уравнений $\begin{cases} 2x_3 - 4x_2 - 5x_1 + 3x_4 - x_5 = 0, \\ 10x_3 - 18x_2 - 23x_1 + 13x_4 - 5x_5 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 2x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$ Построить систему однородных уравнений, задающих сопряженное подпространство L^*. Найти его базис.

Решение:

$$\begin{pmatrix} -5 & -4 & 2 & 3 & -1 \\ -23 & -18 & 10 & 13 & -5 \\ 4 & 3 & -2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 4 & 3 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_2 + 2x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x_1 = 2x_3 - x_4 - x_5 \\ x_2 = -2x_3 + 2x_4 + x_5 \\ x_3 = x_3 \\ x_4 = x_4 \\ x_5 = x_5 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} x_3 + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} x_4 + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} x_5$$

$$\Longrightarrow \begin{matrix} \overrightarrow{a_1} = \{2, -2, 1, 0, 0\} \\ \overrightarrow{a_2} = \{-1, 2, 0, 1, 0\} \\ \overrightarrow{a_3} = \{-1, 1, 0, 0, 1\} \end{matrix} \text{ - базис } L$$

$$L^* : \begin{cases} 2y_1 - 2y_2 + y_3 = 0 \\ y_1 - 2y_2 - y_4 = 0 \\ y_1 - y_2 - y_5 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} y_1 - y_2 - y_5 = 0 \\ y_2 + y_4 - y_5 = 0 \\ y_3 + 2y_5 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} y_1 = -y_4 + 2y_5 \\ y_2 = -y_4 + y_5 \\ y_3 = -2y_5 \\ y_4 = y_4 \\ y_5 = y_5 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} y_4 + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} y_5 \Longrightarrow \begin{matrix} \overrightarrow{b_1} = \{-1, -1, 0, 1, 0\} \\ \overrightarrow{b_2} = \{2, 1, -2, 0, 1\} \end{matrix} \text{ - базис } L^*$$

Ответ:

$$\begin{cases} 2y_1 - 2y_2 + y_3 = 0 \\ y_1 - 2y_2 - y_4 = 0 \\ y_1 - y_2 - y_5 = 0 \end{cases};$$

$$\overrightarrow{b_1} = \{-1, -1, 0, 1, 0\}$$
$$\overrightarrow{b_2} = \{2, 1, -2, 0, 1\}$$

---

2. Найти базис суммы и пересечения пространств $L_1: \begin{cases} x_2 - x_1 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - x_4 + x_5 = 0, \end{cases}$ и $L_2: b_1 = \{-1, 2, 1, 0, 2\}$, $b_2 = \{4, 0, 3, 0, -3\}$, $b_3 = \{-6, 1, -3, -1, 4\}$.

Решение:

$$L_1: \begin{cases} x_2 - x_1 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 - x_4 + x_5 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x_1 - x_4 + x_5 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x_1 = x_4 - x_5 \\ x_2 = -x_3 - x_4 \\ x_3 = x_3 \\ x_4 = x_4 \\ x_5 = x_5 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} x_3 + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} x_4 + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} x_5 \Longrightarrow \begin{array}{l} \overrightarrow{a_1} = \{0, -1, 1, 0, 0\} \\ \overrightarrow{a_2} = \{1, -1, 0, 1, 0\} \\ \overrightarrow{a_3} = \{-1, 0, 0, 0, 1\} \end{array} \text{ - базис } L_1$$

Найдём базис $L_1 + L_2$:

$$\begin{array}{c} a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{array} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 3 & 0 & -3 \\ -6 & 1 & -3 & -1 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{array}{c} a_3 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{array} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Longrightarrow \begin{array}{l} \overrightarrow{a_1} = \{0, -1, 1, 0, 0\} \\ \overrightarrow{a_2} = \{1, -1, 0, 1, 0\} \\ \overrightarrow{a_3} = \{-1, 0, 0, 0, 1\} \\ \overrightarrow{b_1} = \{-1, 2, 1, 0, 2\} \end{array} \text{ - базис } L_1 + L_2$$

Найдём базис пересечения:

$\overrightarrow{x} \epsilon L_1, \ \overrightarrow{x} \epsilon L_2$

$\Longrightarrow \overrightarrow{x} = \alpha_1 \overrightarrow{a_1} + \alpha_2 \overrightarrow{a_2} + \alpha_3 \overrightarrow{a_3} = \beta_1 \overrightarrow{b_1} + \beta_2 \overrightarrow{b_2} + \beta_3 \overrightarrow{b_3}$

$$\Longrightarrow \alpha_1 \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \beta_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \beta_2 \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + \beta_3 \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 & -4 & 6 \\ -1 & -1 & 0 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 3 & -4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} \alpha_1 - \beta_1 - 3\beta_2 + 3\beta_3 = 0 \\ \alpha_2 + \beta_3 = 0 \\ \alpha_3 - 2\beta_1 + 3\beta_2 - 4\beta_3 = 0 \\ \beta_1 + \beta_2 - \beta_3 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 2\beta_2 - 2\beta_3 \\ \alpha_2 = -\beta_3 \\ \alpha_3 = -5\beta_2 + 6\beta_3 \\ \beta_1 = -\beta_2 + \beta_3 \\ \beta_2 = \beta_2 \\ \beta_3 = \beta_3 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \alpha_3\\ \beta_1\\ \beta_2\\ \beta_3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\ 0\\ -5\\ -1\\ 1\\ 0\end{pmatrix}\beta_2 + \begin{pmatrix}-2\\ -1\\ 6\\ 1\\ 0\\ 1\end{pmatrix}\beta_3$$

$$\overrightarrow{x_1} = 2\begin{pmatrix}0\\ -1\\ 1\\ 0\\ 0\end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix}-1\\ 0\\ 0\\ 0\\ 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\ -2\\ 2\\ 0\\ -5\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{x_2} = -2\begin{pmatrix}0\\ -1\\ 1\\ 0\\ 0\end{pmatrix} - 1\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 0\\ 1\\ 0\end{pmatrix} + 6\begin{pmatrix}-1\\ 0\\ 0\\ 0\\ 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-7\\ 3\\ -2\\ -1\\ 6\end{pmatrix}$$

Ответ:

$\overrightarrow{a_1} = \{0, -1, 1, 0, 0\}$
$\overrightarrow{a_2} = \{1, -1, 0, 1, 0\}$
$\overrightarrow{a_3} = \{-1, 0, 0, 0, 1\}$
$\overrightarrow{b_1} = \{-1, 2, 1, 0, 2\}$
- базис $L_1 + L_2$;

$\overrightarrow{x_1} = \{5, -2, 2, 0, -5\}$
$\overrightarrow{x_2} = \{-7, 3, -2, -1, 6\}$
- базис $L_1 \cap L_2$

---

3. Найти общее уравнение плоскости, проходящей через точку $A(0,\ 1,\ -1,\ 1,\ 0)$ в направлении подпространства с базисом $a_1 = \{-2, 2, -1, 0, 0\}$, $a_2 = \{3, 0, 2, 0, 0\}$, $a_3 = \{-1, 0, -1, 0, 0\}$.

Решение:

Пусть π - плоскость, L - направляющее подпространство π

$$\begin{pmatrix}-1 & 0 & -1 & 0 & 0\\ -2 & 2 & -1 & 0 & 0\\ 3 & 0 & 2 & 0 & 0\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}-1 & 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

$$\Longrightarrow L^* : \begin{cases} y_1 = 0\\ y_2 = 0\\ y_3 = 0\\ y_4 = y_4\\ y_5 = y_5\end{cases} \Longrightarrow \begin{pmatrix}y_1\\ y_2\\ y_3\\ y_4\\ y_5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\\ 1\\ 0\end{pmatrix} y_4 + \begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 1\end{pmatrix} y_5$$

$\Longrightarrow$ $\overrightarrow{b_1} = \{0, 0, 0, 1, 0\}$, $\overrightarrow{b_2} = \{0, 0, 0, 0, 1\}$ - базис L^*

$$\Longrightarrow L : \begin{cases} x_4 = 0\\ x_5 = 0\end{cases}$$ - общее уравнение L

Подставим A:

$$\pi : \begin{cases} x_4 = 1\\ x_5 = 0\end{cases}$$ - общее уравнение π

Ответ:
$\begin{cases} x_4 = 1 \\ x_5 = 0 \end{cases}$

---

4. В R^4 заданы две плоскости $\pi_1 : \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 4 = 0, \\ 2x_4 - 4x_2 - x_3 - x_1 + 8 = 0 \end{cases}$, а плоскость π_2 проходит через точку $A(1,\ 1,\ 0,\ 1)$ в направлении подпространства с базисом $a_1 = (1,\ 1,\ -1,\ 2)$, $a_2 = (1,\ -1,\ 1,\ 0)$. Установить их взаимное расположение.

Решение:

Пусть L_1 и L_2 - направляющие подпространства π_1 и π_2 соответственно

$\pi_1 : \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 4 = 0 \\ 2x_4 - 4x_2 - x_3 - x_1 + 8 = 0 \end{cases}$

Найдём базис L_1 и точку $B \epsilon \pi_1$:

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 = -4 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 - 2x_4 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 - 2x_4 = 8 \\ 2x_2 - x_4 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -x_3 \\ x_2 = \frac{1}{2}x_4 + 2 \\ x_3 = x_3 \\ x_4 = x_4 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Longrightarrow \begin{matrix} \overrightarrow{b_1} = \{-1, 0, 1, 0\} \\ \overrightarrow{b_2} = \{0, 1, 0, 2\} \end{matrix} \text{ - базис } L_1,\ B = (0, 2, 0, 0)$$

Сформируем D:

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Longrightarrow rank(D) = 3$$

$\overrightarrow{BA} = \{1, -1, 0, 1\}$

$$rank(D, \overrightarrow{BA}) = rank \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} = rank \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 4$$

$rank(D) \neq rank(D, \overrightarrow{BA}),\ rank(D) \neq 2$

$\Longrightarrow \pi_1$ и π_2 скрещиваются

Ответ:
π_1 и π_2 скрещиваются

---

5. Составить общее уравнение плоскости минимальной размерности, которой принадлежат одновременно плоскость, проходящая через точку $A = (-2, 0, -4, 6)$ в направлении подпространства с базисом $a_1 = \{1, 2, -4, 3\}$, $a_2 = \{-2, 0, -3, 0\}$, и плоскость с общим уравнением $\left\{\begin{array}{l} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 7 = 0, \\ 5x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 15 = 0 \end{array}\right.$

Решение:

Пусть L_1 и L_2 - направляющие подпространства π_1 и π_2 соответственно

$$\pi_2 : \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 7 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 15 = 0 \end{cases}$$

Найдём базис L_2 и точку $B \epsilon \pi_2$:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -7 \\ -x_2 + x_3 + x_4 = 5 \end{cases} \implies \begin{cases} x_1 = x_4 - 6 \\ x_2 = x_3 + x_4 - 5 \\ x_3 = x_3 \\ x_4 = x_4 \end{cases}$$

$$\implies \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} x_3 + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} x_4 + \begin{pmatrix} -6 \\ -5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\implies \begin{array}{c} \overrightarrow{b_1} = \{0, 1, 1, 0\} \\ \overrightarrow{b_2} = \{1, 1, 0, 1\} \end{array} \text{ - базис } L_2, \ B = (-6, -5, 0, 0)$$

$\overrightarrow{BA} = \{4, 5, -4, 6\}$

Пусть $\overrightarrow{BA}$ - базис L_3

Найдём базис $L = L_1 + L_2 + L_3$:

$$\begin{array}{c} \overrightarrow{a_1} \\ \overrightarrow{a_2} \\ \overrightarrow{b_1} \\ \overrightarrow{b_2} \\ \overrightarrow{BA} \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 & 3 \\ -2 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & -4 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \implies \begin{array}{c} \overrightarrow{c_1} = \{1, 1, 0, 1\} \\ \overrightarrow{c_2} = \{0, 1, 1, 0\} \\ \overrightarrow{c_3} = \{0, 0, -5, 2\} \end{array} \text{ - базис } L$$

$$L^* : \begin{cases} y_1 + y_2 + y_4 = 0 \\ y_2 + y_3 = 0 \\ 5y_3 - 2y_4 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} y_1 = -\frac{3}{5} y_4 \\ y_2 = -\frac{2}{5} y_4 \\ y_3 = \frac{2}{5} y_4 \\ y_4 = y_4 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} \\ -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} \\ 1 \end{pmatrix} y_4 \implies \overrightarrow{d_1} = \{-3, -2, 2, 5\} \text{ - базис } L^*$$

$\implies L: \ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 5x_4 = 0$- общее уравнение L

Подставим B:

$3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 5x_4 = -28$ - общее уравнение π

Ответ:

$3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 5x_4 = -28$

6. Найти общее решение системы неравенств $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_2 - x_4 \leq 2 \\ x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_4 \leq 4 \end{cases}$

Решение:

$$M : \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4 & \text{нж} \\ x_2 - x_4 \leq 2 & \text{нж} \\ x_3 - x_4 = 2 & \text{ж} \\ x_1 - x_4 \leq 4 & \text{нж} \end{cases}$$

$\sigma = 1$ - ранг подсистемы жёстких ограничений

$\rho = dim(M) = n - \sigma = 3$

$$r = rank(A) = rank \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = rank \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = 4$$

$dim(\Gamma_{min}) = n - r = 0$ - регулярный случай

$\Gamma_{max} = M \Longrightarrow dim(\Gamma_{max}) = 3$

Найдём вершину, заменив 3 неравенства на равенства:

$$\xi_1 : \begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_2 - x_4 = 2 \\ x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_4 = 4 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x_1 - x_4 = 4 \\ x_2 + x_4 = 0 \\ x_3 - x_4 = 2 \\ x_4 = -1 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 1 \\ x_4 = -1 \end{cases} \Longrightarrow \xi_1 = (3, 1, 1, -1)$$

Найдём рёбра, последовательно заменяя по 2 неравенства на равенства:

$$\Gamma_1^1 : \begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_2 - x_4 = 2 \\ x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_4 \leq 4 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{b_1} : \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_4 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{b_1} = \{-1, 1, 1, 1\}$$

$$\Gamma_1^2 : \begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_2 - x_4 \leq 2 \\ x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_4 = 4 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{b_2} : \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_2 - x_4 \leq 0 \\ x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{b_2} = \{1, -1, 1, 1\}$$

$$\Gamma_1^3 : \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_2 - x_4 = 2 \\ x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_4 = 4 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{b_3} : \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{b_3} = \{-1, -1, -1, -1\}$$

$\xi_1 \epsilon \Gamma_1^1, \Gamma_1^2, \Gamma_1^3$

Получаем общее решение системы:

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \mu_1 + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \mu_2 + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \mu_3 \\ \mu_1, \mu_2, \mu_3 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \mu_1 + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \mu_2 + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \mu_3 \\ \mu_1, \mu_2, \mu_3 \geq 0 \end{cases}$$

---

7. Найти общее решение системы неравенств $\begin{cases} 8x_2 - x_1 - 3x_3 + 2x_4 \geq 1 \\ x_1 - 8x_2 + 3x_3 - 2x_4 \geq -7 \\ 3x_2 - x_3 + x_4 \geq 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \geq 1 \end{cases}$

Решение:
