

Интеграл

Интеграл — некий аналог суммы для бесконечного числа бесконечно малых слагаемых.

Неопределенный интеграл (или первообразная)

$$F(x) = \int f(x) dx$$

$$F'(x) = f(x)$$

$$\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$$

$$\int \cos(x) dx = \sin(x) + C$$

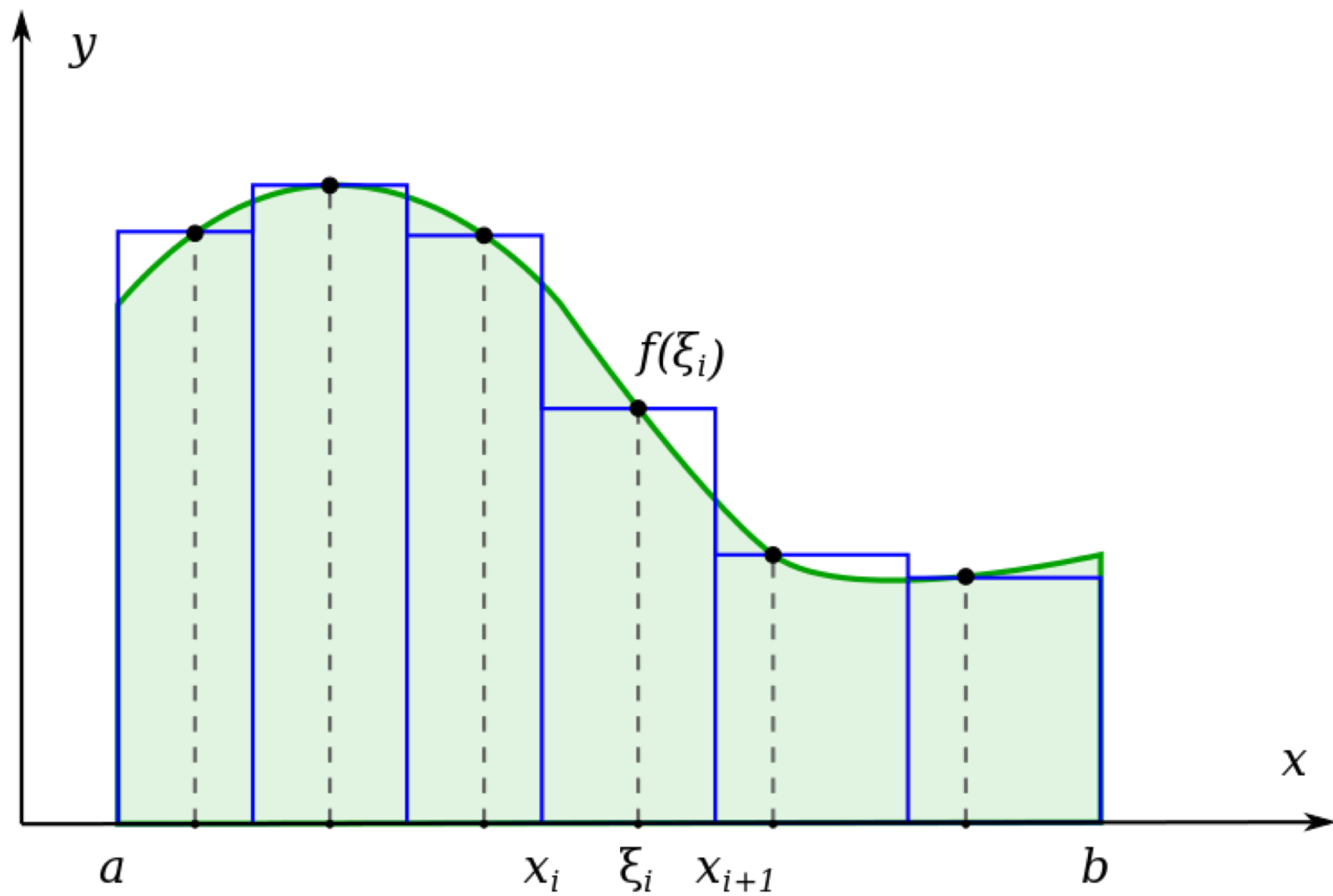
$$\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$$

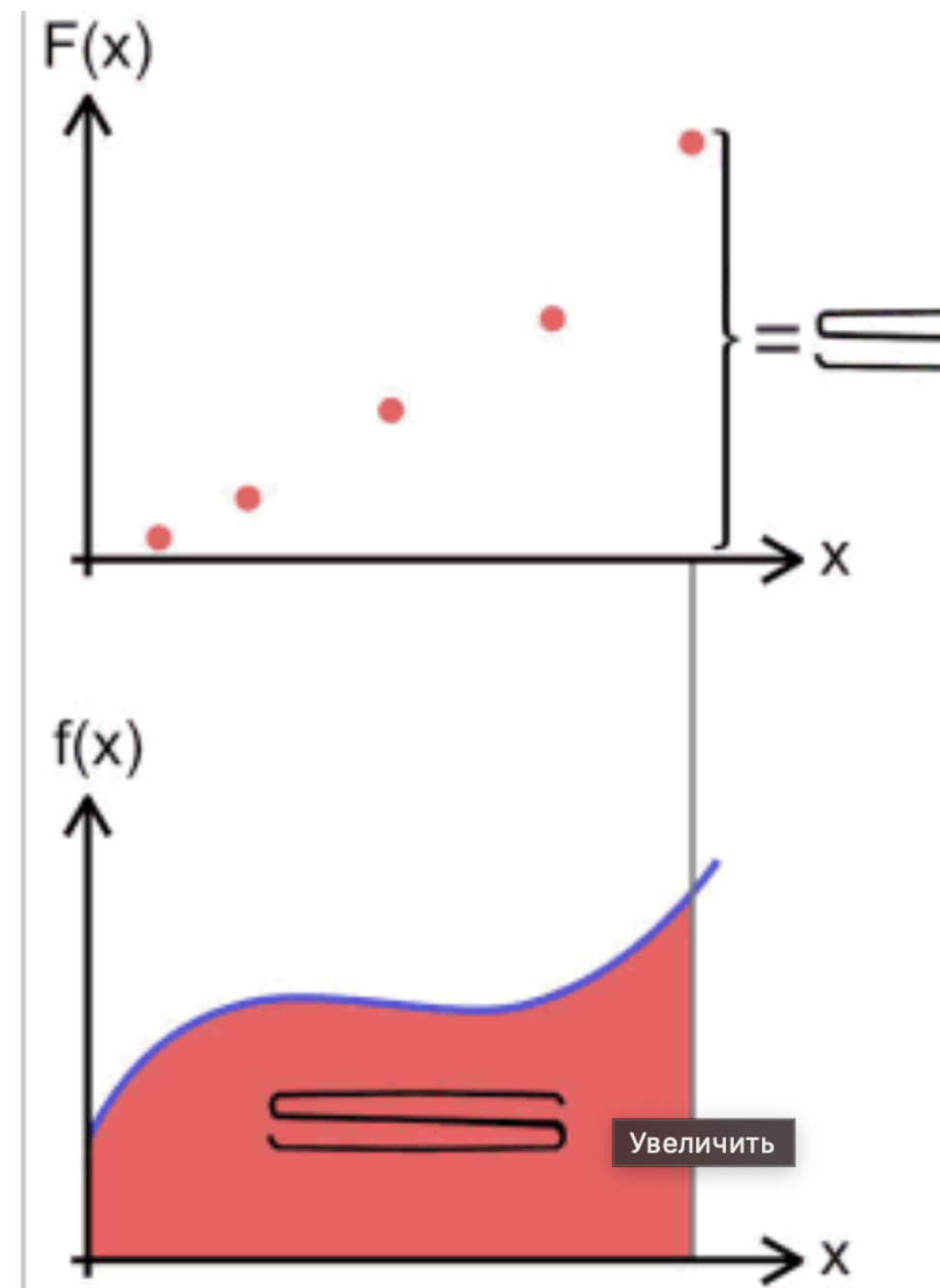
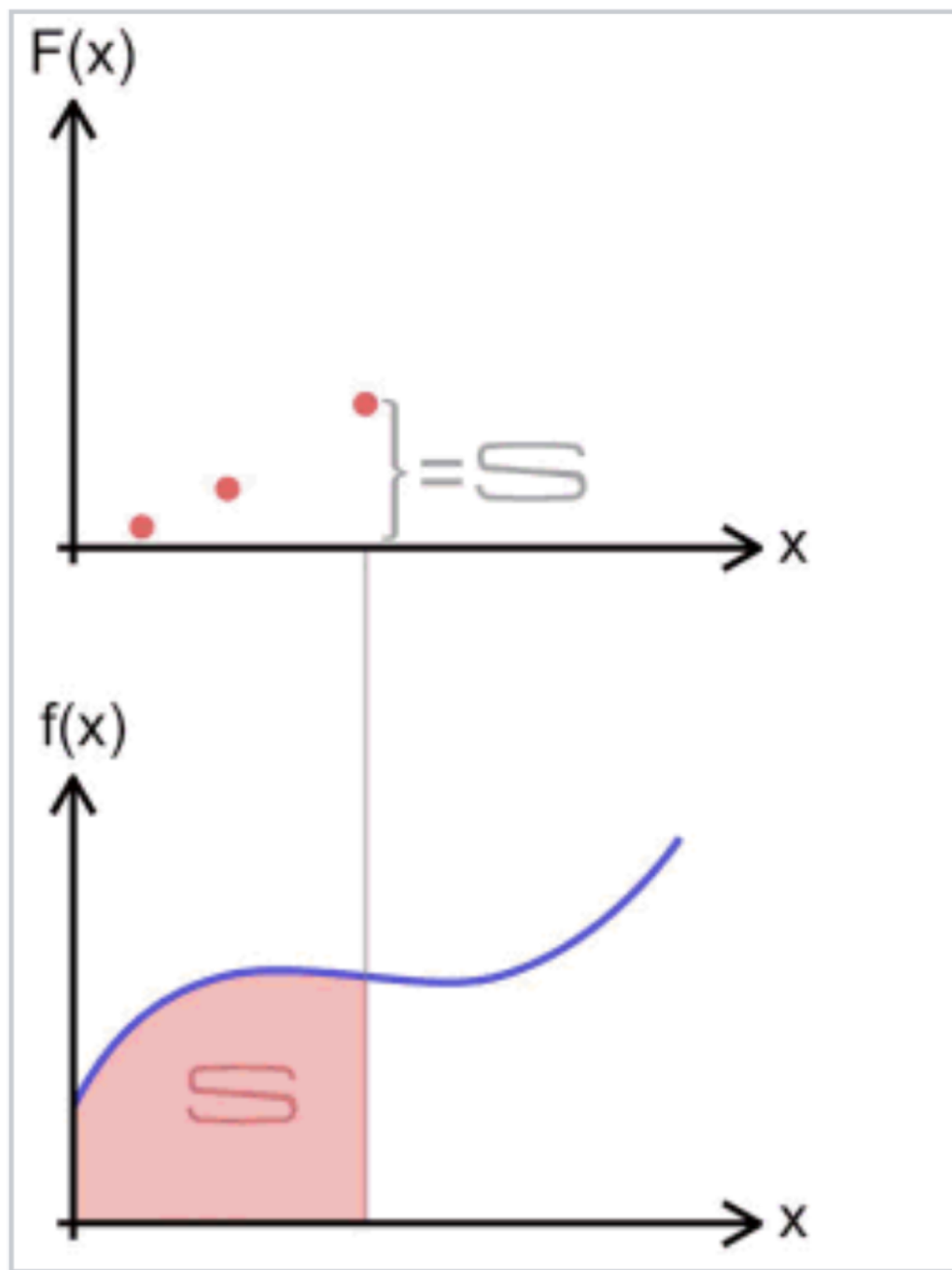
$$\int \frac{df(x)}{dx} dx = f(x) + C$$

Определенный интеграл применяется тогда, когда мы собираемся найти площадь под кривой.

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$





$$1. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1. \quad 9. \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C.$$

$$2. \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C. \quad 10. \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C.$$

$$3. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C. \quad 11. \int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + C.$$

$$4. \int e^x dx = e^x + C. \quad 12. \int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + C.$$

$$5. \int \sin x dx = -\cos x + C. \quad 13. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C.$$

$$6. \int \cos x dx = \sin x + C. \quad 14. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 + a^2} \right| + C$$

$$7. \int \operatorname{tg} x dx = -\ln|\cos x| + C \quad 15. \int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C.$$

$$8. \int \operatorname{ctg} x dx = \ln|\sin x| + C. \quad 16. \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C.$$

$$\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x}}$$

$$\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x}} = \int x^{-\frac{7}{2}} dx = \frac{x^{-\frac{7}{2}+1}}{-\frac{7}{2}+1} + c = -\frac{2}{5} x^{-\frac{5}{2}} + c = -\frac{2}{5x^2 \sqrt{x}} + c$$

$$\int \left(1 - \frac{1}{x}\right)^3 dx$$

$$\begin{aligned}\int \left(1 - \frac{1}{x}\right)^3 dx &= \int \left(1 - 3 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right) dx = \int dx - 3 \int \frac{dx}{x} + 3 \int \frac{dx}{x^2} - \int \frac{dx}{x^3} = \\ &= \int dx - 3 \int \frac{dx}{x} + 3 \int x^{-2} dx - \int x^{-3} dx = x - 3 \ln |x| + 3 \frac{x^{-1}}{-1} - \frac{x^{-2}}{-2} + c = \\ &= x - 3 \ln |x| - \frac{3}{x} + \frac{1}{2x^2} + c.\end{aligned}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{9-4x^2}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{9-4x^2}} = \int \frac{dx}{2\sqrt{\frac{9}{4}-x^2}} = \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2-x^2}} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{x}{\frac{3}{2}} + c = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2x}{3} + c.$$