

Сочетание с повторениями.
Сочетание без повторений

Сочетание (из n по k) – неупорядоченный набор из k различных элементов из некоторого множества различных n элементов

$$U = \{a, b, c, d, e\}$$

$$(a, b, c)$$

Важная особенность сочетания – порядок НЕ имеет значение

Сочетание без повторений. Такие сочетания, где элементы не повторяются.

$$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k! (n - k)!}$$

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k = (1+x)^n$$

A 10x5 grid of red and white squares, flanked by large parentheses and vertical ellipses, representing a binary matrix. The grid is as follows:

Red	Red	Red	White	White
Red	Red	White	Red	White
Red	Red	White	White	Red
Red	White	Red	Red	White
Red	White	Red	White	Red
Red	White	White	Red	Red
White	Red	Red	Red	White
White	Red	Red	White	Red
White	Red	White	Red	Red
White	White	Red	Red	Red

1	2	3
1	2	4
1	2	5
1	3	4
1	3	5
1	4	5
2	3	4
2	3	5
2	4	5
3	4	5

Сочетания с повторениями. Такие сочетания, где элементы могут повторяться.

$$\overline{C_n^k} = C_{(n)}^k = \left(\binom{n}{k} \right) = \binom{n+k-1}{n-1} = \binom{n+k-1}{k} = (-1)^k \binom{-n}{k} = \frac{(n+k-1)!}{k! \cdot (n-1)!}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{-n}{k} x^k = (1-x)^{-n}$$

Пример. В олимпиаде по программированию может участвовать команда из трех студентов группы. Сколько возможностей составить команду, если в группе 20 студентов?

Пример. В олимпиаде по программированию может участвовать команда из трех студентов группы. Сколько возможностей составить команду, если в группе 20 студентов?

Решение.

Для решения этой задачи нужно подсчитать число сочетаний из 20 по 3

$C(20, 3) = \frac{20!}{(3! \cdot (20-3)!)} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17!}{(3! \cdot 17!)} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{(3 \cdot 2)} = 1140$. Т.е. возможны 1140 вариантов команд студентов.

Пример. На почте пять видов открыток к Новому году. Сколькими способами из них можно выбрать семь открыток?

Пример. На почте пять видов открыток к Новому году. Сколькими способами из них можно выбрать семь открыток?

Решение.

$$C^{\wedge}(n, k) = (n+k-1)! / (k! * (n-1)!) = (5+7-1)! / (7! * (5-1)!) = 11! / (7! * 4!) = 11 * 10 * 9 * 8 / (4 * 3 * 2) = 330.$$