

# Динамическое программирование на деревьях

Минский ШАД. Осень

7 января 2015 г.

## 1 Тематические задачи

1. [1 балл] Дерево на  $n$  вершинах задано своим списком рёбер. На каждом ребре написан вес  $w_{a,b} \in \mathbb{R}$ . Необходимо за  $\mathcal{O}(n)$  предоставить вес самого тяжелого простого пути (вес пути — сумма весов рёбер). Вес пустого пути считается равным нулю.
2. [3 балла] По дереву на  $n$  вершинах определить сколько существует различных (с точностью до переименования цветов) способов раскрасить дерево в  $m$  цветов, при условии, что вершины одного цвета должны образовывать связное множество.

## 2 Задачи на повторение

3. [1 балл] Задано прямоугольное поле размерами  $n \times m$ . В клетке с координатами  $(i, j)$  находится ровно  $a_{i,j} \in \mathbb{N}$  котиков. Нужно найти такой путь из клетки  $(1, 1)$  в клетку  $(n, m)$ , что суммарное количество котиков на пути будет максимально. Двигаться по пути можно только вправо, либо только вниз (т.е. разрешённые ходы  $(i, j) \rightarrow (i + 1, j)$  либо  $(i, j) \rightarrow (i, j + 1)$ ). Время работы должно составлять  $\mathcal{O}(nm)$ .
4. Задано поле, как в предыдущей задаче. Путь из клетки  $(1, 1)$  в клетку  $(n, m)$ , двигаясь только вправо либо вниз, назовём «путём сильной и независимой женщины». Сильная независимая женщина может собрать в одной клетке не более одного кота. Надо сказать, сколько нужно минимум сильных независимых женщин, чтоб собрать всех котов с поля.
  - (a) [1 балл] Время решения должно быть  $\mathcal{O}(nm + \sum a_{i,j})$
  - (b) [2 балла] Время решения должно быть  $\mathcal{O}(nm)$

## 3 Практические задачи

5. [1 балл] Реализуйте решение задачи 1 (<http://unexisting/link/to/contest.yandex.ru>).
6. [1 балл] Реализуйте задачу бинаризации корневого дерева (<http://second/unexisting/link/to/contest.yandex.ru>).

Задание	1	2	3	4	5	6	Сумма
Баллы	1	3	1	3	1	1	10