

# Семинар 6

Минский ШАД. Весна

20 апреля 2015 г.

## 1 Великая победа Альянса

Мир Флатландии состоит из  $n$  государств. Каждое из них представляется выпуклым многоугольником. Две страны считаются соседними, если они имеют общую границу.

Альянс решил подчинить себе все остальные страны. Но по правилам ведения войны нельзя идти в атаку, не имея хороших шансов на победу. Поэтому страну  $X$  можно захватить только если Альянс имеет площадь хотя бы в  $C$  раз больше, чем страна  $X$ , и страна  $X$  является соседней для Альянса.

Если эти условия выполнены, то победа неминуема и страна полностью присоединяется к Альянсу.

Ваша задача: определить, может ли Альянс захватить все страны мира и, если да, то в каком порядке это стоит делать.

## 2 Крашу, крашу я заборы

Дан граф с  $n$  вершинами и  $m$  рёбрами. Каждая вершина покрашена ровно в один из трёх цветов (каждая в свой). Ваша задача перекрасить каждую вершину в другой цвет (один из двух оставшихся) так, чтобы никакая пара смежных вершин не была покрашена в один цвет. Время работы  $\mathcal{O}(n + m)$ .

## 3 Никто и не заметил

Дан  $(n, m)$ -граф. Ваша задача найти количество таких пар вершин  $(a, b)$ , что:

- Нет пути между  $a$  и  $b$
- Одновременное удаление этих вершин из графа не меняет количество компонент связности

## 4 Изи

Для каждого ребра ациклического графа найти количество путей, которые через него проходят.

## 5 Неожиданное путешествие

Дано дерево на  $n$  вершинах. Пусть  $f(x)$  — самая далёкая (по количеству рёбер в простом пути) вершина в дереве для вершины  $x$  (любая, если таких несколько). Доказать, что путь от  $f(x)$  до  $f(f(x))$  является самым длинным путём в дереве для любого  $x$ .

## 6 Большой огромный коллаيدر

Дан связный  $(n, n)$ -граф. Нужно найти длину самого длинного пути в нём.