Неразобранные задачи

Минский ШАД. Осень

11 января 2015 г.

1 Динамическое программирование

1. [1 балл] На прямой своими координатами задано n точек. В этих точках расположеные гвоздики. Два гвоздика, находящихся в позициях x_i и x_j можно соединить ниткой длиной $|x_i - x_j|$ саженей. Необходимо натянуть нитки между гвоздями таким образом, чтоб к каждому гвоздю была присоединена как минимум одна нитка, а суммарная длина нитей была минимальна. Сложность алгоритма должна составлять $\mathcal{O}(n \log n)$.

Решение: Отсортируем все гвоздики по координате и будем считать, что они пронумерованы в порядке увеличения координаты. Очевидно, что гвоздик стоит соединять только с соседним гвоздём (иначе можно считать что рассматриваемый гвоздь соединён с промежуточным, а промежуточный — с изначальным соседом). Тогда введём величину f_i — ответ на задачу, если бы было задано только первых i гвоздей. Тогда:

$$f_i = \min(f_{i-1}, f_{i-2}) + |x_i - x_{i-1}|$$

Последний гвоздь мы обязаны соединить с предпоследним. Мы выбираем из двух вариантов: первый соответствует случаю, когда мы соединяем гвоздь i-1 с гвоздём i-2, а второй — нет. Итого $\mathcal{O}(n\log n)$ на сортировку и $\mathcal{O}(n)$ на вычисление ответа.

$2 \quad \text{KM}\Pi$

2. [1 балл] Для каждой позиции строки S вычислить значение a_i — длину максимальной подстроки, которая начинается в i и совпадает с некоторым суффиксом строки S. Решение должно иметь сложность $\mathcal{O}(n)$

Решение:

Развернём строку и посчитаем префикс-функцию. Если мы развернём обратно массив, содержащий значения префикс-функций, то можно заметить, что это и есть ответ на задачу.