

Семинар 7

Минский ШАД. Весна

20 апреля 2015 г.

1 Двудольность

Дан двудольный (n, m) -граф. Необходимо покрасить его вершины в белый и чёрный цвет, чтоб никакие две смежные вершины не были одного цвета. Стоимость раскраски — $C_w \times C_b$, где C_w — количество белых вершин, а C_b — количество чёрных.

- Предложите алгоритм нахождения минимальной по стоимости раскраски за $\mathcal{O}(n + m)$.
- Предложите алгоритм нахождения максимальной по стоимости раскраски за $\mathcal{O}(n^2)$.
- Предложите алгоритм нахождения максимальной по стоимости раскраски за $\mathcal{O}(n\sqrt{n} + m)$.

2 Динамическая связность оффлайн

Дан изначально пустой граф на n вершинах. Также оффлайн даны q запросов одного из трёх типов:

1. Добавить в граф ребро (a, b) .
2. Удалить в графе уже добавленное ребро (a, b) .
3. Проверить, есть ли в графе путь между вершинами a и b .

Необходимо ответить на все запросы за время $\mathcal{O}(m\sqrt{m} + n)$.

3 Трон

Дан набор из n точек. Каждая точка задана четырьмя числами x_i, y_i, dx_i, dy_i . Точка расположена в координатах (x_i, y_i) . Мы можем задать точке вектор движения (dx_i, dy_i) либо $(-dx_i, -dy_i)$. После задания векторов точки начинают движения, причём каждая точка за секунду проходит ровно одну условную единицу расстояния по направлению своего вектора движения. Действо останавливается, когда впервые пересекутся две траектории движения.

- Предложить алгоритм для нахождения самого короткого действия за $\mathcal{O}(n^2)$.
- Предложить алгоритм для нахождения самого длинного действия за $\mathcal{O}(n^2 \log n)$.

4 Ой ли ppp

Дан алфавит Σ , причём $|\Sigma| = n$. Составить самую короткую такую строку, что в качестве её подстрок встречаются все n^2 упорядоченных пар (c_1, c_2) , $c_1, c_2 \in \Sigma$. Например, для алфавита $\Sigma = \{a, b, c\}$ такая строка «aabbccasba».

Бонус: найти минимальную лексикографически такую строку.