

# Неразобранные задачи

Минский ШАД. Осень

2 марта 2015 г.

## 1 Динамическое программирование

## 2 Разное

1. [3 балла] Дан массив из  $n + 1$  числа, в котором содержатся целые числа от 1 до  $n$  (какие-то числа могут отсутствовать). Необходимо найти любое такое  $x$ , что  $x$  встречается в массиве как минимум дважды.
2. Дана матрица размером  $n \times m$ . Каждый элемент матрицы равен либо единице, либо нулю. Нужно преобразовать матрицу таким образом, чтоб элемент  $a_{i,j}$  был равен 1 тогда и только тогда, когда в строке  $i$  есть хотя бы одна единица или в столбце  $j$  есть хотя бы одна единица.
  - (a) [1 балл] Решение должно иметь сложность  $\mathcal{O}(nm)$
  - (b) [1 балл] Решение должно иметь сложность  $\mathcal{O}(nm)$  и использовать лишь константу дополнительной памяти (т.е. результат должен оказаться в исходной матрице). Каждый элемент матрицы занимает один бит.
3. [ $\frac{1}{2}$  балла] Дан массив, где каждое число, кроме одного, повторяется два раза, а одно число — встречается только один раз. Надо найти это число за 1 проход по массиву и  $\mathcal{O}(1)$  дополнительной памяти.
4. [ $1 \frac{1}{2}$  балла] Дан массив целых чисел, где каждое число, кроме  $x$  и  $y$ , встречается по два раза, а числа  $x$  и  $y$  — ровно по одному ( $x \neq y$ ). Надо найти эти числа за  $\mathcal{O}(n)$  времени и  $\mathcal{O}(1)$  памяти.

## 3 Геометрия

5. Дано  $n$  точек на плоскости. Необходимо сказать сколько треугольников на этих точках содержат точку  $(0, 0)$ .
  - (a) [ $\frac{1}{2}$  балла] Решение должно иметь сложность  $\mathcal{O}(n^3)$
  - (b) [ $\frac{1}{2}$  балла] Решение должно иметь сложность  $\mathcal{O}(n^2 \log n)$
  - (c) [1 балл] Решение должно иметь сложность  $\mathcal{O}(n \log n)$

## 4 Структуры данных

6. Предложить реализацию очереди, используя структуру данных стек. Разрешается использовать  $\mathcal{O}(1)$  стеков и  $\mathcal{O}(1)$  дополнительной памяти. Стек имеет две операции («push» и «pop»), очередь тоже.
  - (a) [ $\frac{1}{2}$  балла] Амортизированная стоимость операций должна быть  $\mathcal{O}(1)$

- (b) [2 балла] Стоимость операций должна быть  $\mathcal{O}(1)$  в худшем случае
7. Предложить реализацию стека, используя структуру данных очередь. Стек имеет две операции («push» и «pop»), очередь тоже. За  $n$  будем считать максимальное количество элементов, которые могут находиться в стеке в одно время.
- (a) [ $\frac{1}{2}$  балла] Разрешается использовать  $\mathcal{O}(n)$  дополнительной памяти
- (b) [ $\frac{1}{2}$  балла] Стоимость операции «push» должна быть  $\mathcal{O}(n)$ , а «pop» —  $\mathcal{O}(1)$ . Дополнительной памяти —  $\mathcal{O}(1)$
- (c) [ $\frac{1}{2}$  балла] Стоимость операции «pop» должна быть  $\mathcal{O}(n)$ , а «push» —  $\mathcal{O}(1)$
- (d) [2 балла] (Амортизированная) Стоимость обеих операций должна быть  $\bar{\mathcal{O}}(n)$
8. [ $1 \frac{1}{2}$  балла] Дан массив из  $n = 2^k$  различных целых чисел. Необходимо определить 2-ю порядковую статистику за не более, чем  $n + k - 2$  сравнения.