

# Семинар 11

Минский ШАД. Весна

3 мая 2015 г.

## 1 Не «опять», а «снова»

Дан массив из  $3n + 2$  целых чисел. Уникальных чисел в этом массиве ровно  $n + 1$ , причём  $n$  среди них встречаются ровно по 3 раза, а одно число — ровно два раза. Вам нужно детерминировано найти это число за  $\mathcal{O}(n)$ .

## 2 Манька дома — Ваньки нет

У вас есть реализованная структура Queue, которая выполняет операции «popfront» и «pushback» за  $\mathcal{O}(1)$ . Вам необходимо, используя один или несколько очередей, реализовать структуру Stack, которая позволяет делать операции «pushback», «popback». Постарайтесь оптимизировать одну из операций, если не получается обе сразу.

## 3 Пул

Дан прямоугольник с целыми измерениями  $w \times h$ . Он расположен левым нижним углом в точке  $(0, 0)$ , а правым верхним — в точке  $(w, h)$ . В точках  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  строго внутри прямоугольника расположены два шара (их можно считать точками). В момент времени 0 они начинают своё движение по вектору  $(1, 1)$ . Такой вектор они проходят за единицу времени. При столкновении со стенкой прямоугольника они меняют свой вектор движения по правилу «угол падения равен углу отражения». Найдите минимальный момент времени, когда два шара встретятся или скажите, что такого момента не существует. Алгоритм должен иметь сложность  $\bar{\mathcal{O}}(n^\varepsilon)$  для любого  $\varepsilon$ .

## 4 Без названия

Дан массив  $a$  из  $n$  целых неотрицательных чисел. Необходимо найти подотрезок с максимальной  $\oplus$ -суммой. Сложность алгоритм должна составлять  $\mathcal{O}(n \log \max_i a_i)$

## 5 Чётное деление

Дан  $(n, m)$ -граф. Необходимо покрасить все его вершины в два цвета таким образом, чтоб каждая белая вершина была связана с чётным числом белых вершин, а каждая чёрная — с чёрным числом чёрных.

## 6 Слабое звено

Дано дерево на  $n$  вершинах. После препроцесса необходимо как можно быстрее отвечать на запросы о самом тяжёлом ребре дерева на пути от  $A$  до  $B$ .