Семинар 12

Минский ШАД. Весна

11 мая 2015 г.

1 Ровный

Вам предоставлена функция random, которая возвращает вещественное число, равномерно распределённое на $[0, 1)$.

На вход алгоритму подаётся n неотрицательных чисел p_i, $\sum\limits_{i=1}^{n} p_i = 1$. Вам разрешается произвести некоторый препроцесс, а после этого нужно отвечать на вопрос «вернуть случайное число в диапазоне от 1 до n». Число i должно возвращаться вашей функцией с вероятностью p_i.

1. Препроцесс за $\mathcal{O}(n)$, ответ за $\mathcal{O}(\log n)$
2. Пусть все вероятности имеют вид $\frac{a_i}{kn}$, где k — некоторая константа (во всех остальных пунктах это не так). Препроцесс за $\mathcal{O}(n)$, ответ за $\mathcal{O}(1)$
3. Препроцесс за $\mathcal{O}(n \log n)$, ответ за $\mathcal{O}(1)$ в ожидаемом среднем
4. Препроцесс за $\mathcal{O}(n \log n)$, ответ за $\mathcal{O}(1)$

2 Солнечный круг

Дан неотрицательно взвешенный (n, m)-граф, причём известно, что в каждой его компоненте рёбер максимум на единицу больше, чем вершин. Необходимо после препроцесса за $\mathcal{O}(\log n)$ отвечать длину кратчайшего пути между любыми двумя вершинами.

3 Флатландия

Дано n точек на плоскости своими координатами и константа c. Между двумя точками есть отрезок, если и только если для них выполняется $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| \leqslant c$. Необходимо найти количество компонент связности в данном графе.

4 Цветная задача

Дано n натуральных чисел, максимум из которых имеет порядок $\mathcal{O}(n)$. Тройка из этих чисел является хорошей, если все три числа в тройке попарно взаимно просты, либо попарно не взаимно просты. Ваша задача посчитать количество хороших троек за $\mathcal{O}(n \log n)$.

5 Хорошо

Есть n пастбищ. За w_i тугриков на i-м пастбище можно выкопать колодец. За $P_{i,j}$ тугриков можно между i-м и j-м пастбищем прорыть канал. Ваша задача за минимальное количество тугриков сделать так, чтоб на каждом пастбище была вода (либо из колодцев, либо существовал путь по каналом до колодца). Сложность должна составлять $\mathcal{O}(n^2)$.