

Семинар 4

Минский ШАД. Весна

20 апреля 2015 г.

1 Комбинаторика

Дана failure table для некоторой строки T над алфавитом Σ . Необходимо найти, сколько существует строк S над этим же алфавитом таких, что T — подстрока S .

Бонус. Пусть про строку известно не failure table, а только спектр периодов, т.е. такие числа n_i , что $T_k = T_{k+n_i}$ для любых подходящих k . Можно ли до сих пор решить задачу?

2 Хорошо забытое

Дан массив из n чисел. Назовём «**ниндзя-парой**» пару индексов (x, y) , если $a_x = a_y$ и $x \neq y$. Стоимостью пары будем называть число $|x - y|$. Надо ответить на m запросов: дано l и r , надо найти стоимость самой дешёвой ниндзя-пары, такой что $l \leq x < y \leq r$.

- За $\mathcal{O}((n + m)\sqrt{n})$.
- За $\mathcal{O}(m \log n)$.
- Запросы даются в онлайн. Надо отвечать за $\mathcal{O}(\log n)$ на один запрос. Препроцесс за $\mathcal{O}(n \log n)$.
- Надо отвечать не стоимостью, а называть самую левую из самых дешёвых ниндзя-пар (запросы в онлайн). Надо отвечать за $\mathcal{O}(\log n)$ на один запрос. Препроцесс за $\mathcal{O}(n \log n)$.
- Надо отвечать не стоимостью, а называть такую ниндзя-пару, что a_x минимально (среди самых дешёвых ниндзя-пар). Надо отвечать за $\mathcal{O}(\log n)$ на один запрос (которые задаются в онлайн). Препроцесс за $\mathcal{O}(n \log n)$.

3 ДНК-комплектация

Вам дан стек символов из алфавита $\Sigma = \{A, C, G, T\}$ и изначально пустая строка S . За один ход можно достать символ с вершины стека и положить его либо в начало, либо в конец строки S . Необходимо узнать, какую минимальную лексикографически строку можно получить, полностью опустошив стек. Содержимое стека известно заранее. Алгоритм должен работать за $\mathcal{O}(n \log n)$, где n — размер стека.

4 Поиск подматрицы

Дана матрица числовая матрица $n \times m$. Также дан паттерн — числовая матрица $k \times l$. Необходимо найти все вхождения паттерна в матрицу. Сложность алгоритма должна быть $\mathcal{O}(nm)$. Алфавит считать константным.

Бонус. Пусть допускается одно различие. Как тогда решить задачу за такую же сложность?

5 Bubble shot

Дана строка длины n . За один ход можно удалить любое количество подряд идущих одинаковых символов. После этого строка схлопывается (т.е. после удаления центральной группы символов «а» строка «абаааааба» превращается в «abba»). Надо найти, за какое минимальное количество ходов можно убрать из строки все символы. Решение должно иметь сложность $\mathcal{O}(n^3)$.

Бонус: Как детерминировано решить задачу за $\overline{\mathcal{O}}(n^3)$?