

Неразобранные задачи

Минский ШАД. Осень

23 марта 2015 г.

1 Динамическое программирование

2 Разное

1. [3 балла] Дан массив из $n + 1$ числа, в котором содержатся целые числа от 1 до n (какие-то числа могут отсутствовать). Необходимо найти любое такое x , что x встречается в массиве как минимум дважды.
2. Дана матрица размером $n \times m$. Каждый элемент матрицы равен либо единице, либо нулю. Нужно преобразовать матрицу таким образом, чтоб элемент $a_{i,j}$ был равен 1 тогда и только тогда, когда в строке i есть хотя бы одна единица или в столбце j есть хотя бы одна единица.
 - (a) [1 балл] Решение должно иметь сложность $\mathcal{O}(nm)$
 - (b) [1 балл] Решение должно иметь сложность $\mathcal{O}(nm)$ и использовать лишь константу дополнительной памяти (т.е. результат должен оказаться в исходной матрице). Каждый элемент матрицы занимает один бит.
3. [$\frac{1}{2}$ балла] Дан массив, где каждое число, кроме одного, повторяется два раза, а одно число — встречается только один раз. Надо найти это число за 1 проход по массиву и $\mathcal{O}(1)$ дополнительной памяти.
4. [$1 \frac{1}{2}$ балла] Дан массив целых чисел, где каждое число, кроме x и y , встречается по два раза, а числа x и y — ровно по одному ($x \neq y$). Надо найти эти числа за $\mathcal{O}(n)$ времени и $\mathcal{O}(1)$ памяти.

3 Геометрия

5. Дано n точек на плоскости. Необходимо сказать сколько треугольников на этих точках содержат точку $(0, 0)$.
 - (a) [$\frac{1}{2}$ балла] Решение должно иметь сложность $\mathcal{O}(n^3)$
 - (b) [$\frac{1}{2}$ балла] Решение должно иметь сложность $\mathcal{O}(n^2 \log n)$
 - (c) [1 балл] Решение должно иметь сложность $\mathcal{O}(n \log n)$

4 Структуры данных

6. Предложить реализацию очереди, используя структуру данных стек. Разрешается использовать $\mathcal{O}(1)$ стеков и $\mathcal{O}(1)$ дополнительной памяти. Стек имеет две операции («push» и «pop»), очередь тоже.
 - (a) [$\frac{1}{2}$ балла] Амортизированная стоимость операций должна быть $\mathcal{O}(1)$

- (b) [2 балла] Стоимость операций должна быть $\mathcal{O}(1)$ в худшем случае
7. Предложить реализацию стека, используя структуру данных очередь. Стек имеет две операции («push» и «pop»), очередь тоже. За n будем считать максимальное количество элементов, которые могут находиться в стеке в одно время.
- (a) [$\frac{1}{2}$ балла] Разрешается использовать $\mathcal{O}(n)$ дополнительной памяти
- (b) [$\frac{1}{2}$ балла] Стоимость операции «push» должна быть $\mathcal{O}(n)$, а «pop» — $\mathcal{O}(1)$. Дополнительной памяти — $\mathcal{O}(1)$
- (c) [$\frac{1}{2}$ балла] Стоимость операции «pop» должна быть $\mathcal{O}(n)$, а «push» — $\mathcal{O}(1)$
- (d) [2 балла] (Амортизированная) Стоимость обеих операций должна быть $\bar{\mathcal{O}}(n)$
8. [$1 \frac{1}{2}$ балла] Дан массив из $n = 2^k$ различных целых чисел. Необходимо определить 2-ю порядковую статистику за не более, чем $n + k - 2$ сравнения.