

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

### **Отчет о выполнении лабораторной работы 1.1.4**

Изучение статистических закономерностей на примере измерения фона космического  
излучения

Выполнил:  
Градовцев Святослав Алексеевич  
Б03-504

## 1 Введение

**Цель работы:** применение методов обработки экспериментальных данных для изучения статистических закономерностей при измерении интенсивности радиационного фона.

**В работе используются:** счётчик Гейгера—Мюллера (СТС-6), блок питания, компьютер с интерфейсом связи со счётчиком.

## 2 Теоретические сведения

Космические лучи можно обнаружить по ионизации, которую они производят. Для этого используется специальный прибор - счетчик Гейгера-Мюллера. Счетчик представляет собой наполненный газом сосуд с двумя электродами. Частицы космических лучей ионизируют газ, которым наполнен счетчик, а также выбивают электроны из его стенок. Образовавшиеся электроны, ускоряясь в сильном электрическом поле между электродами счетчика, соударяются с молекулами газа и выбивают из них новые вторичные электроны. В результате образуется целая лавина электронов, и через счетчик резко увеличивается ток. На рисунке 1 показана схема подключения счетчика.

Погрешности измерений потока частиц с помощью счетчиков Гейгера-Мюллера малы по сравнению с изменениями самого потока.

Регистрация частиц однородна по времени и каждое последующее событие не зависит от предыдущего, поэтому количество отсчетов в одном опыте подчиняются распределению Пуассона, которое при больших числах стремится к нормальному. Поэтому стандартная ошибка отдельного измерения через измеренное значение  $n$  определяется следующим образом:

$$\sigma = \sqrt{n} \quad (1)$$

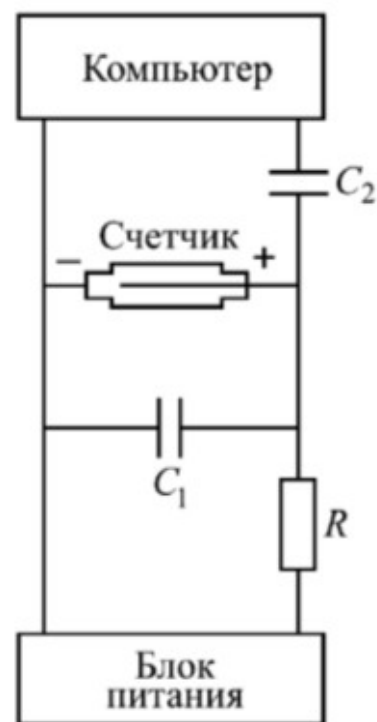


Рисунок 1.  
Схема подключения счетчика

Формула (1) показывает, что, как правило, измеренное число частиц  $n$  отличается от искомого среднего не более чем на  $\sqrt{n}$ . Результат измерений записывается так:

$$n_0 = n \pm \sqrt{n} \quad (2)$$

При  $N$  измерениях среднее значение числа сосчитанных за одно измерение частиц равно

$$\bar{n} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i \quad (3)$$

Стандартную ошибку отдельного измерения можно оценить по формуле:

$$\sigma_{om\partial} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (n_i - \bar{n})^2} \quad (4)$$

Ближе всего к значению  $\sigma_{om\partial}$  лежит величина  $\sqrt{\bar{n}}$ , т.е.  $\sigma_{om\partial} \approx \sqrt{\bar{n}}$ .

Величина  $\bar{n}$  не вполне точно совпадает с истинным значением  $n_0$  и является случайной величиной. Стандартная ошибка отклонения  $\bar{n}$  от  $n_0$  может быть определена так:

$$\sigma_{\bar{n}} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N (n_i - \bar{n})^2} = \frac{\sigma_{om\partial}}{\sqrt{N}} \quad (5)$$

Относительная ошибка отдельного измерения составляет:

$$\varepsilon_{om\partial} = \frac{\sigma_{om\partial}}{n_i} \approx \frac{1}{\sqrt{n_i}} \quad (6)$$

Аналогичным образом определяется относительная ошибка в определении среднего по всем измерения значения  $\bar{n}$ :

$$\varepsilon_{\bar{n}} = \frac{\sigma_{\bar{n}}}{\bar{n}} = \frac{\sigma_{om\partial}}{\bar{n} \sqrt{N}} \approx \frac{1}{\sqrt{\bar{n} N}} \quad (7)$$

### 3 Анализ данных демонстрационного задания

В ходе демонстрационного вопроса в зависимости от количества  $N$  собранных точек:

а Среднее число зарегистрированных частиц  $\bar{n}$ :

На *графике 2.3* видно, что выборочное среднее  $\bar{n}$  стабилизируется с увеличением числа измерений  $N$ , флуктуации уменьшаются.

б Среднеквадратичное отклонение  $\sigma_n = \sqrt{\langle (n - \langle n \rangle)^2 \rangle}$ :

Среднеквадратичное отклонение  $\sigma_n$  со временем стремится к постоянному значению  $\sqrt{n}$  и стабилизируется, что видно на *графике 2.4*.

в Выполнение свойства распределения Пуассона  $\sigma = \sqrt{n}$ :

На *графике 2.1* видно, что с увеличением числа измерений  $N$  гистограмма приближается к распределению Пуассона.

г Погрешность среднего  $\sigma_{\langle n \rangle}$ :

На *графике 2.2* показано, как отклонение выборочного среднего от истинного значения уменьшается с ростом  $N$ . В двойном логарифмическом масштабе зависимость  $\log(\sigma_{\langle n \rangle})$  от  $\log(N)$  выглядит как линейный график с наклоном  $-1/2$ , что видно на *графике 2.5*.

д Общий вид гистограммы и величина флуктуаций отдельных столбцов:

При малом числе измерений гистограмма нерегулярна, а флуктуации отдельных столбцов велики. С увеличением числа измерений  $N$  гистограмма становится гладкой и приближается к теоретическому распределению Пуассона.

При изменении интервала группировки результатов  $\tau = 1; 10; 20; 80$  гистограммы принимают более плавный, округлый вид. Вид распределения меняется от пуассоновского к гауссовскому, что видно на *графиках 2.1, 3.1, 4.1 и 5.1*.

Рассмотрим как статистические характеристики зависят от интенсивности процесса:

Из *графиков 6.1 — 7.4* видно, что среднее значение  $\bar{n}$  линейно зависит от интенсивности  $\mu$ , среднеквадратичное отклонение  $\sigma_n$  растёт, погрешность среднего  $\sigma_{\langle n \rangle}$  уменьшается с ростом числа измерений  $N$ , вид распределения плавно меняется от пуассоновского к гауссовскому, а флуктуации отдельных измерений увеличиваются с ростом  $\mu$ . Эти результаты полностью соответствуют теории пуассоновских процессов: чем выше интенсивность, тем точнее измеряется среднее значение, и тем ближе распределение к нормальному.

#### 4 Обработка экспериментальных данных

Сгруппируем и просуммируем соседние данные с различными интервалами группировки  $\tau = 1; 10; 20; 80$ . Итоговые результаты для каждого значения  $\tau$  занесем соответственно в *Таблицу 1.1, Таблицу 2.1, Таблицу 3.1* и *Таблицу 4.1*. Для каждого разбиения вычислим частоты  $\omega_n$ , с которыми каждое число отсчетов  $n$  встречается среди результатов. Данные заносим соответственно в *Таблицу 1.2, Таблицу 2.2, Таблицу 3.2, Таблицу 4.2*.

Представим результаты распределений с различными интервалами группировки в виде гистограмм. Поверх гистограмм наложим распределение Пуассона, для сравнения полученных экспериментальных данных и теоретических результатов (*рис. 8*).

Для каждого  $\tau$  вычислим среднее число регистрируемых частиц  $\langle n \rangle$ , среднеквадратичное отклонение  $\sigma_n$ , погрешность среднего значения  $\sigma_{\langle n \rangle}$ , среднюю интенсивность регистрируемых частиц в секунду, которую можно рассчитать по формуле  $j = \frac{\langle n \rangle}{\tau}$ , и её погрешность  $\sigma_j$ . Данные занесем в *Таблицу 5*.

Таблица 5

	Среднее число частиц $\langle n \rangle$	Среднеквад ратичное отклонение $\sigma_n$	Погрешность среднего значения $\sigma_{\langle n \rangle}$	Средняя интенсивность частиц в секунду $j$ , част./с	Погрешность средней интенсивности $\sigma_j$
$\tau = 10$	11,598	3,406	1,077	1,160	0.02
$\tau = 20$	23,195	4,816	1,077	1,160	0.02
$\tau = 40$	46,390	6,811	1,077	1,160	0.02
$\tau = 80$	92,78	9,632	1,077	1,160	0.02

Из таблицы видно, что с ростом значений  $\tau$ , растет среднее число регистрируемых частиц  $\langle n \rangle$ , а также среднеквадратичное отклонение  $\sigma_n$ , что согласуется с формулами (1) и (5). Однако погрешность среднего значения  $\sigma_{\langle n \rangle}$  и средняя интенсивность регистрируемых частиц в секунду  $j$ , а также ее погрешность  $\sigma_j$  не меняются и остаются постоянными, так как не зависят от  $\tau$ .

После наложения распределения Пуассона на график гистограмм, можно заметить, что экспериментальные данные в пределах погрешностей соотносятся с теоретическими.

Проверим справедливость основного свойства Пуассона  $\sqrt{\langle n \rangle} \approx \sigma_n$ :

$$\text{Для } \tau = 10 \text{ с: } \sqrt{11,598} \approx 3,401$$

$$\text{Для } \tau = 20 \text{ с: } \sqrt{23,195} \approx 4,816$$

$$\text{Для } \tau = 40 \text{ с: } \sqrt{46,390} \approx 6,811$$

$$\text{Для } \tau = 80 \text{ с: } \sqrt{92,780} \approx 9,632$$

Данные равенства выполняются с точностью до сотых значений, что еще раз подтверждает однородность процесса регистрации частиц, а также подчинение этого процесса распределению Пуассона.

Определим доли случаев, когда отклонение числа отсчётов  $n$  от среднего значения не превышает (по модулю) одного, двух и трёх стандартных отклонений:

Для  $\tau = 10$  с:

Таблица 6

*Отклонение числа отсчетов  $n$  от среднего значения для  $\tau = 10$  с*

	Экспериментальная	Теоретическая
Доля случаев, когда $ n - \langle n \rangle  \leq \sigma_n$	0,718	0,680
Доля случаев, когда $ n - \langle n \rangle  \leq 2\sigma_n$	0,965	0,950
Доля случаев, когда $ n - \langle n \rangle  \leq 3\sigma_n$	0,998	1,000

Для  $\tau = 20$  с:

Таблица 7

*Отклонение числа отсчетов  $n$  от среднего значения для  $\tau = 20$  с*

	Экспериментальная	Теоретическая
Доля случаев, когда $ n - \langle n \rangle  \leq \sigma_n$	0,630	0,680
Доля случаев, когда $ n - \langle n \rangle  \leq 2\sigma_n$	0,965	0,950
Доля случаев, когда $ n - \langle n \rangle  \leq 3\sigma_n$	0,995	1,000

Для  $\tau = 40$  с:

Таблица 8

*Отклонение числа отсчетов  $n$  от среднего значения для  $\tau = 40$  с*

	Экспериментальная	Теоретическая
Доля случаев, когда $ n - \langle n \rangle  \leq \sigma_n$	0,700	0,680
Доля случаев, когда $ n - \langle n \rangle  \leq 2\sigma_n$	0,970	0,950
Доля случаев, когда $ n - \langle n \rangle  \leq 3\sigma_n$	0,990	1,000

Для  $\tau = 80$  с:

Таблица 9

Отклонение числа отсчетов  $n$  от среднего значения для  $\tau = 80$  с

	Экспериментальная	Теоретическая
Доля случаев, когда $ n - \langle n \rangle  \leq \sigma_n$	0,680	0,680
Доля случаев, когда $ n - \langle n \rangle  \leq 2\sigma_n$	0,960	0,950
Доля случаев, когда $ n - \langle n \rangle  \leq 3\sigma_n$	1,000	1,000

Исходя из данных в *Таблице 6*, *Таблице 7*, *Таблице 8* и *Таблице 9*, можно сделать вывод, что при достаточно больших  $\langle n \rangle$  распределение Пуассона приближается к нормальному распределению.

## 5 Вывод

В ходе работы были исследованы статистические закономерности потока частиц, регистрируемых с течением времени. Было установлено, что средняя интенсивность регистрируемых частиц остается постоянной величиной и не зависит от длительности интервала измерения  $\tau$  и общего количества точек наблюдения  $N = \frac{t}{\tau}$ . Это свидетельствует о стационарности исследуемого процесса. Проведенный статистический анализ показывает, что процесс регистрации космических частиц демонстрирует свойства, характерные для пуассоновского распределения. Относительные погрешности определения параметров распределения невелики, что указывает на хорошую сходимость экспериментальных данных с теоретической моделью.



## Приложение №1. Таблицы

Таблица 1.1

Число срабатывания счетчика за 10 с

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	18	10	9	6	7	16	20	6	14	11	14	10	19	13	11	9	10	13	15	6
10	14	16	8	14	14	11	14	14	18	10	13	8	11	11	12	16	11	15	14	7
20	20	18	18	12	12	7	10	12	13	15	16	8	11	16	12	10	7	9	16	18
30	11	9	5	12	8	16	5	8	13	5	11	11	10	12	7	13	12	14	13	6
40	14	6	11	7	7	9	15	8	12	9	13	10	14	5	13	14	14	15	10	7
50	14	8	11	18	7	18	8	16	14	9	7	11	5	23	8	14	11	15	7	18
60	10	17	14	16	10	14	13	9	8	10	11	9	8	15	9	12	15	8	4	16
70	9	16	11	9	22	10	14	14	8	16	13	13	11	17	11	13	10	15	6	12
80	14	12	9	6	14	22	11	11	9	9	14	11	10	6	10	11	15	11	13	16
90	8	17	14	14	11	5	12	10	13	11	8	13	16	15	7	12	10	16	14	13
100	11	10	14	11	14	9	10	11	9	12	17	12	6	7	8	10	8	11	11	17
110	11	10	10	10	6	9	9	17	14	11	14	13	7	9	7	15	13	9	10	16
120	10	15	12	11	10	21	8	13	14	14	12	6	11	5	7	17	15	8	5	10
130	11	7	6	13	12	11	14	13	12	10	13	3	10	16	14	7	16	14	8	10
140	11	7	18	13	9	17	10	12	10	14	11	14	15	9	10	11	7	10	12	14
150	8	14	11	7	15	12	12	15	7	7	12	8	21	9	9	10	11	9	13	11
160	13	14	22	7	10	10	13	9	11	5	7	11	12	12	21	9	9	8	21	8
170	17	7	18	16	17	8	11	6	17	12	16	11	8	14	12	16	11	10	9	10
180	14	14	17	12	8	9	6	17	13	11	17	6	9	13	8	15	14	13	11	5
190	14	11	12	8	15	10	11	19	12	17	13	8	11	12	7	6	13	12	11	15

Таблица 1.2

Данные для построения гистограммы распределения числа срабатывания счетчика за 10 с

Число импульсов $n_i$	3	4	5	6	7	8	9
Число случаев	1	1	10	16	27	30	32
Доля случаев $\omega_n$	0,003	0,003	0,025	0,040	0,068	0,075	0,080

Число импульсов $n_i$	10	11	12	13	14	15	16
Число случаев	41	53	34	32	45	20	21
Доля случаев $\omega_n$	0,102	0,133	0,085	0,080	0,113	0,050	0,052

Число импульсов $n_i$	17	18	19	20	21	22	23
Число случаев	15	10	2	2	4	3	1
Доля случаев $\omega_n$	0,037	0,025	0,005	0,005	0,010	0,007	0,003

Таблица 2.1

Число срабатывания счетчика за 20 с

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	28	15	23	26	25	24	32	20	23	21	30	22	25	28	28	21	22	28	26	21
10	38	30	19	22	28	24	27	22	16	34	20	17	24	13	18	22	22	20	26	19
20	20	18	16	23	21	23	19	27	29	17	22	29	25	24	23	18	28	22	26	25
30	27	30	24	22	18	20	23	21	23	20	25	20	32	28	24	26	28	24	25	18
40	26	15	36	22	18	25	16	21	26	29	25	28	16	22	24	21	31	19	26	27
50	21	25	23	21	21	29	13	18	19	28	21	20	15	26	25	27	16	22	22	26
60	25	23	31	21	28	18	16	24	23	15	18	19	23	27	22	16	26	21	30	18
70	18	31	26	22	24	25	24	21	17	26	22	18	27	27	14	20	30	19	20	24
80	27	29	20	22	16	18	24	30	17	29	24	34	25	17	29	27	22	28	21	19
90	28	29	17	23	24	23	22	23	27	16	25	20	25	30	29	21	23	13	25	26

Таблица 2.2

Данные для построения гистограммы распределения числа срабатывания счетчика за 20 с

Число импульсов $n_i$	13	14	15	16	17	18	19	20
Число случаев	3	1	4	9	6	13	8	12
Доля случаев $\omega_n$	0,015	0,005	0,020	0,045	0,030	0,065	0,040	0,060

Число импульсов $n_i$	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Число случаев	16	19	15	15	16	14	11	13	9
Доля случаев $\omega_n$	0,080	0,095	0,075	0,075	0,080	0,070	0,055	0,065	0,045

Число импульсов $n_i$	30	31	32	33	34	35	36	37	38
Число случаев	7	3	2	0	2	0	1	0	1

Доля случаев $\omega_n$	0,035	0,015	0,010	0	0,010	0	0,005	0	0,005
-------------------------	-------	-------	-------	---	-------	---	-------	---	-------

Таблица 3.1

Число срабатывания счетчика за 40 с

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	43	49	49	52	44	52	53	49	50	47
10	68	41	52	49	50	37	37	40	42	45
20	38	39	44	46	46	51	49	41	50	51
30	57	46	38	44	43	45	60	50	52	43
40	41	58	43	37	55	53	38	45	50	53
50	46	44	50	31	47	41	41	52	38	48
60	48	52	46	40	38	37	50	38	47	48
70	49	48	49	45	43	40	54	34	49	44
80	56	42	34	54	46	58	42	56	50	40
90	57	40	47	45	43	45	55	50	36	51

Таблица 3.2

Данные для построения гистограммы распределения числа срабатывания счетчика за 40 с

Число импульсов $n_i$	31	32	33	34	35	36	37
Число случаев	1	0	0	2	0	1	4
Доля случаев $\omega_n$	0,010	0	0	0,020	0	0,010	0,040

Число импульсов $n_i$	38	39	40	41	42	43	44
Число случаев	6	1	5	5	3	6	5
Доля случаев $\omega_n$	0,060	0,010	0,050	0,050	0,030	0,060	0,050

Число импульсов $n_i$	45	46	47	48	49	50	51	52
Число случаев	6	6	4	4	8	9	3	6
Доля случаев $\omega_n$	0,060	0,060	0,040	0,040	0,080	0,090	0,030	0,060

Число импульсов $n_i$	53	54	55	56	57	58	59	60
Число случаев	3	2	2	2	2	2	0	1
Доля случаев $\omega_n$	0,030	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0	0,010

Число импульсов $n_i$	61	62	63	64	65	66	67	68
Число случаев	0	0	0	0	0	0	0	1
Доля случаев $\omega_n$	0	0	0	0	0	0	0	0,010

Таблица 4.1

Число срабатываний счетчика за 80 с

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	92	109	77	103	99	90	100	97	98	97
10	101	101	90	82	80	81	86	94	88	92
20	96	87	97	88	108	88	75	83	104	88
30	102	77	90	110	83	93	88	88	98	105
40	97	87	101	95	103	86	95	93	90	87

Таблица 4.2

Данные для построения гистограммы распределения числа срабатывания счетчика за 80 с

Число импульсов $n_i$	75	76	77	78	79	80	81	82	83
Число случаев	1	0	2	0	0	1	1	1	2
Доля случаев $\omega_n$	0,020	0	0,040	0	0	0,020	0,020	0,020	0,040

Число импульсов $n_i$	84	85	86	87	88	89	90	91	92
Число случаев	0	0	2	3	6	0	4	0	2
Доля случаев $\omega_n$	0	0	0,040	0,060	0,120	0	0,080	0	0,040

Число импульсов $n_i$	93	94	95	96	97	98	99	100	101
Число случаев	2	1	2	1	4	2	1	1	3
Доля случаев $\omega_n$	0,040	0,020	0,040	0,020	0,080	0,040	0,020	0,020	0,060

Число импульсов $n_i$	102	103	104	105	106	107	108	109	110
Число случаев	1	2	1	1	0	0	1	1	1
Доля случаев $\omega_n$	0,020	0,040	0,020	0,020	0	0	0,020	0,020	0,020

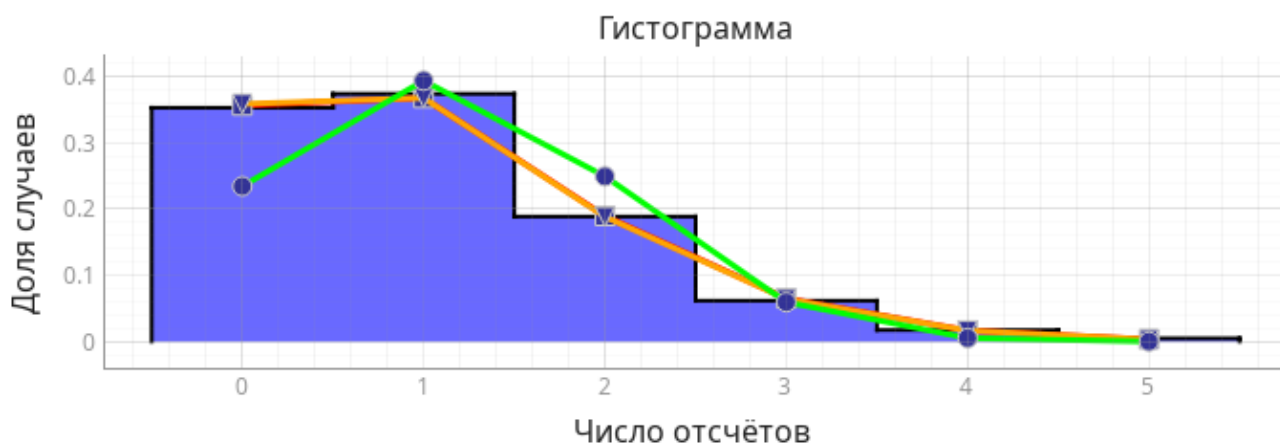


График 2.1. Гистограмма для демонстрационного задания  $\tau = 1$  с

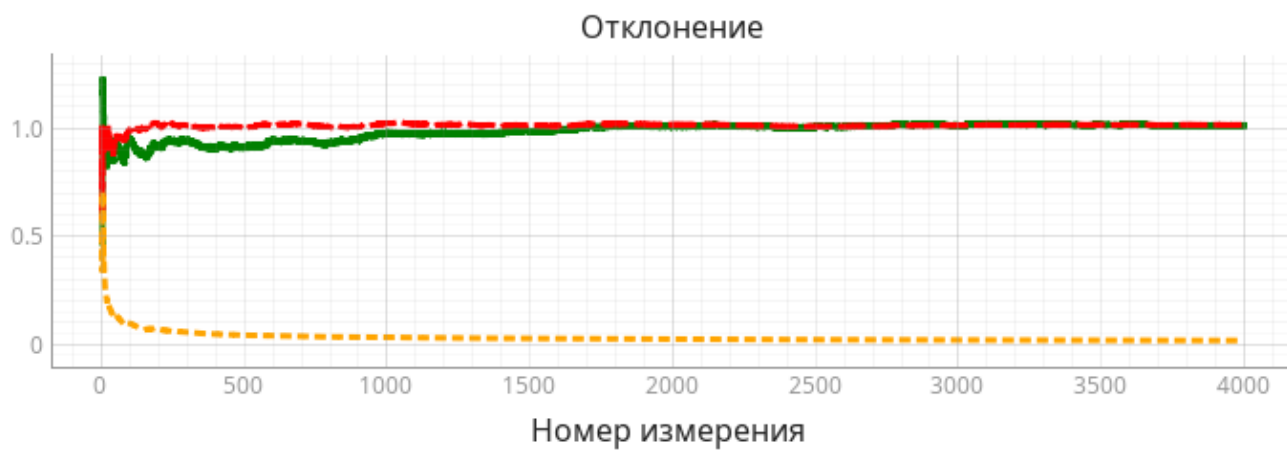


График 2.2. График отклонения для демонстрационного задания  $\tau = 1$  с

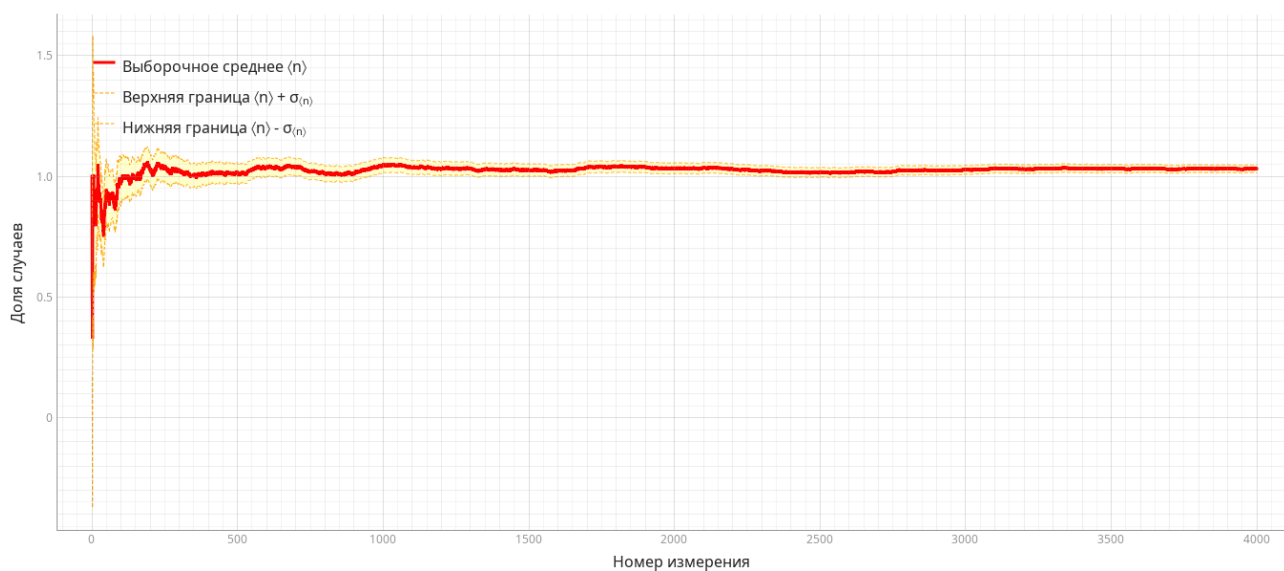


График 2.3. График выборочного среднего для демонстрационного задания  $\tau = 1$  с

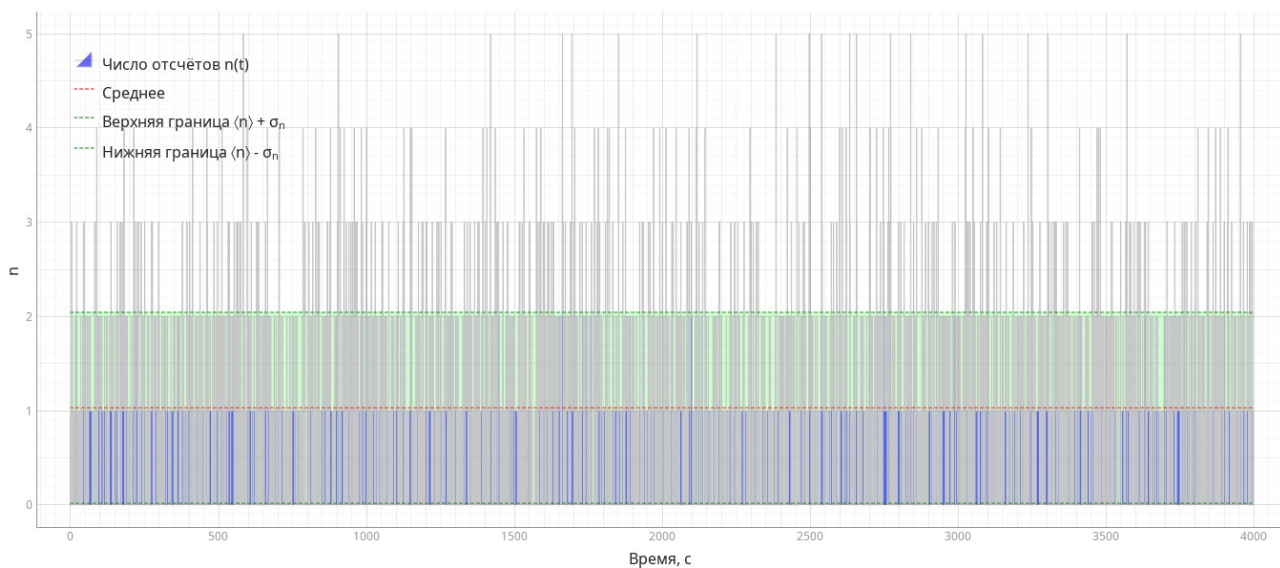


График 2.4. График числа отсчетов для демонстрационного задания  $\tau = 1$  с

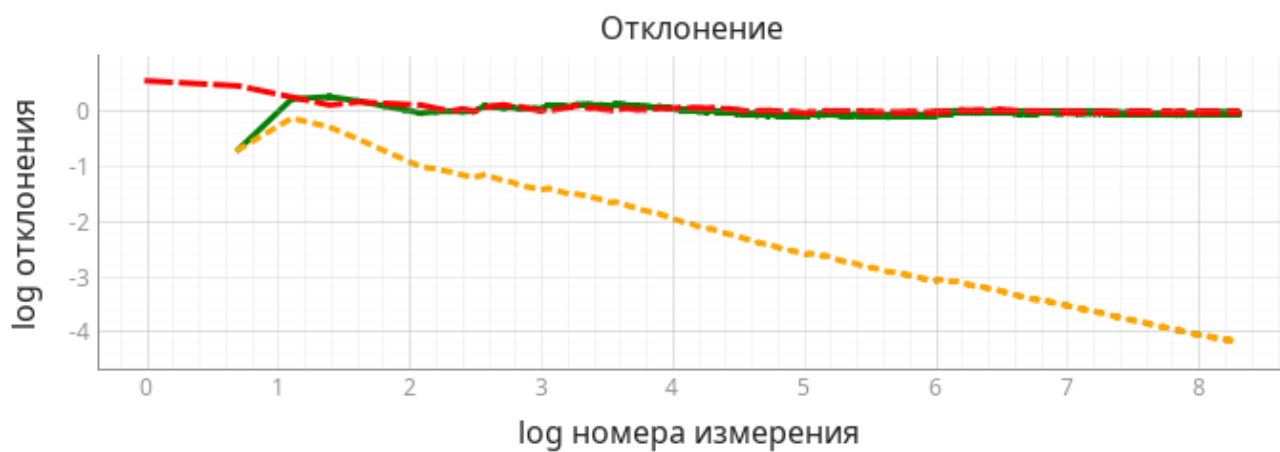


График 2.5. График отклонения для демонстрационного задания в двойном логарифмическом масштабе  $\tau = 1$  с

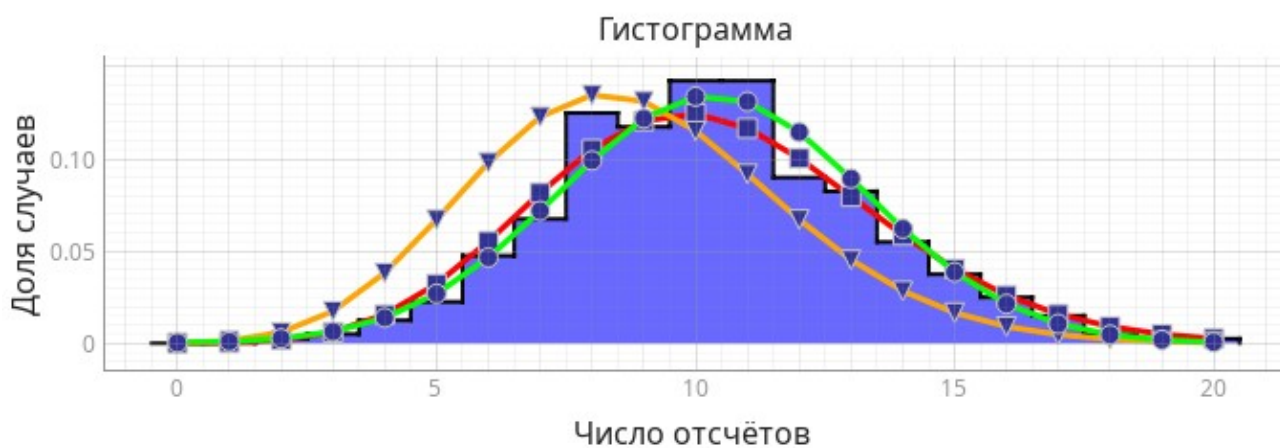


График 3.1. Гистограмма для демонстрационного задания  $\tau = 10$  с



График 3.2. График отклонения для демонстрационного задания  $\tau = 10$  с

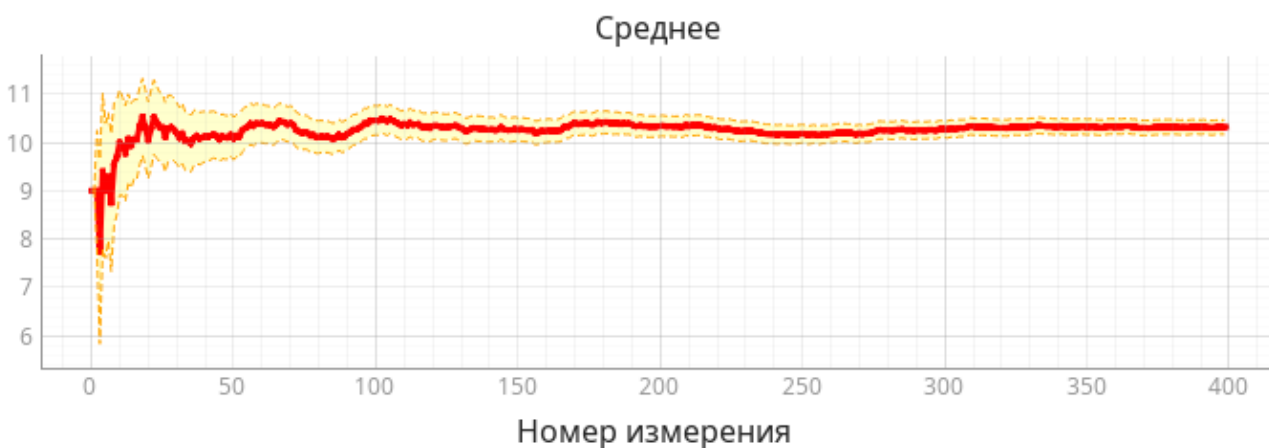


График 3.3. График выборочного среднего для демонстрационного задания  $\tau = 10$  с

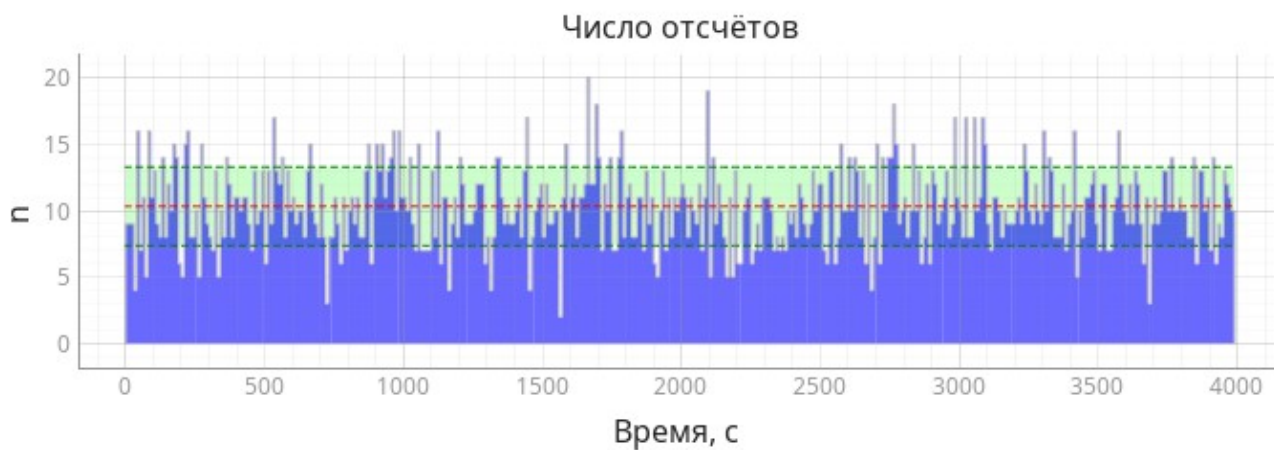


График 3.4. График числа отсчетов для демонстрационного задания  $\tau = 10$  с

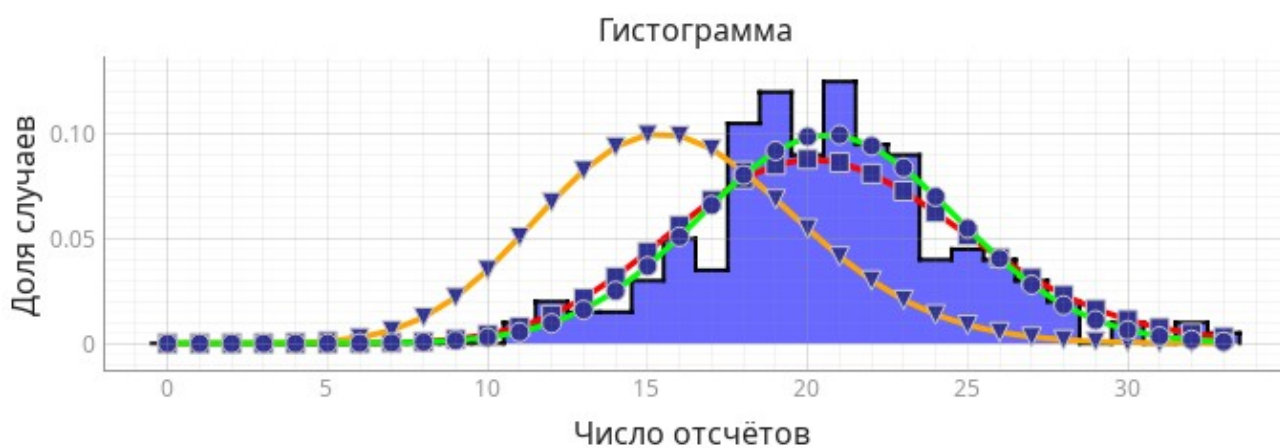


График 4.1. Гистограмма для демонстрационного задания  $\tau = 20$  с

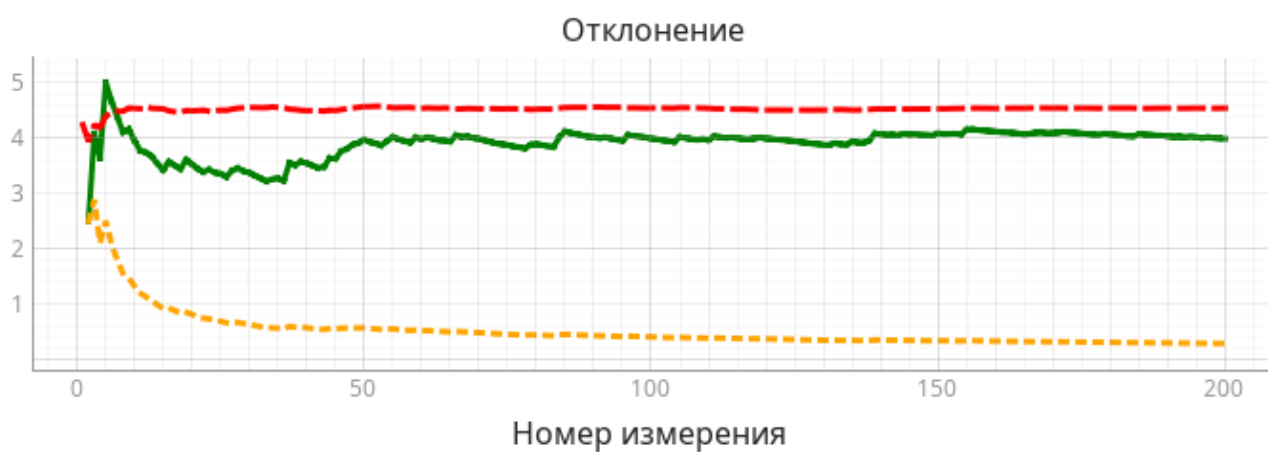


График 4.2. График отклонения для демонстрационного задания  $\tau = 20$  с

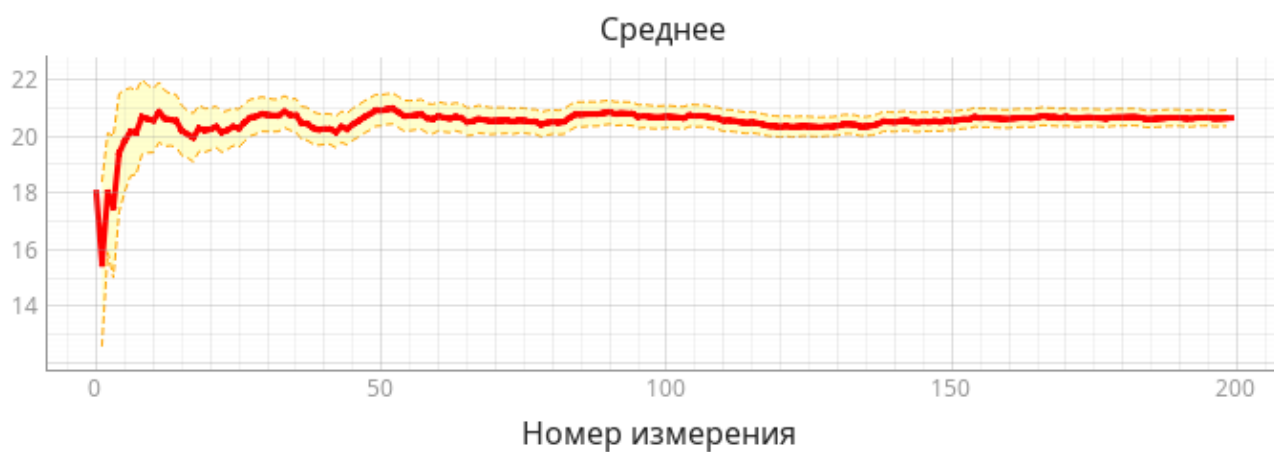


График 4.3. График выборочного среднего для демонстрационного задания  $\tau = 20$  с





График 4.4. График числа отсчетов для демонстрационного задания  $\tau = 20$  с

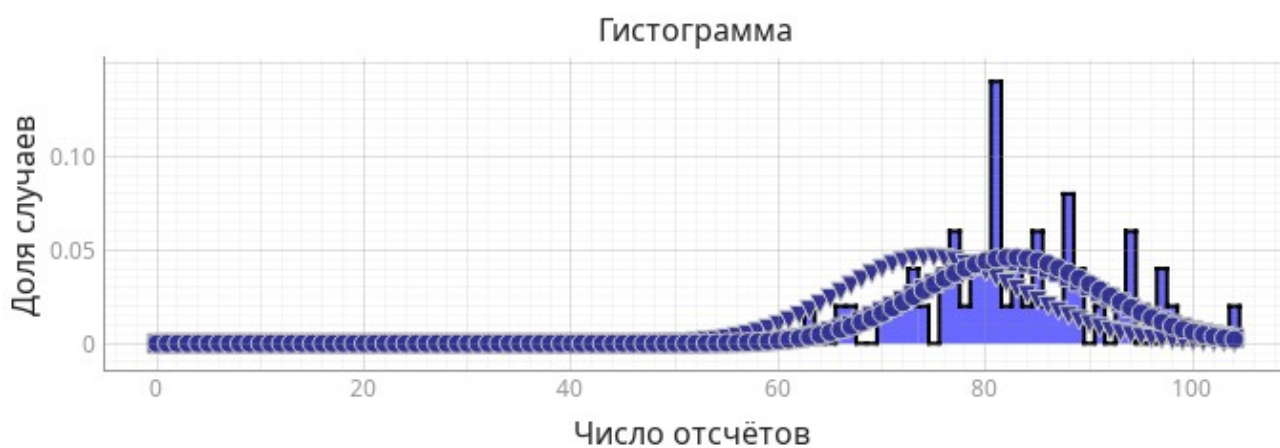


График 5.1. Гистограмма для демонстрационного задания  $\tau = 80$  с



График 5.2. График отклонения для демонстрационного задания  $\tau = 80$  с



График 5.3. График выборочного среднего для демонстрационного задания  $\tau = 80$  с

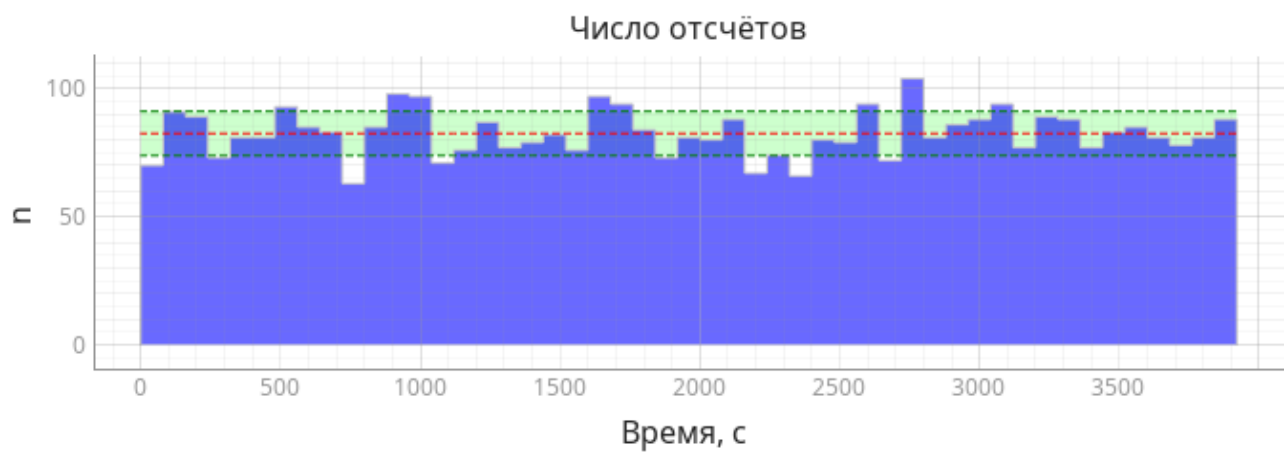


График 5.4. График числа отсчетов для демонстрационного задания  $\tau = 80$  с

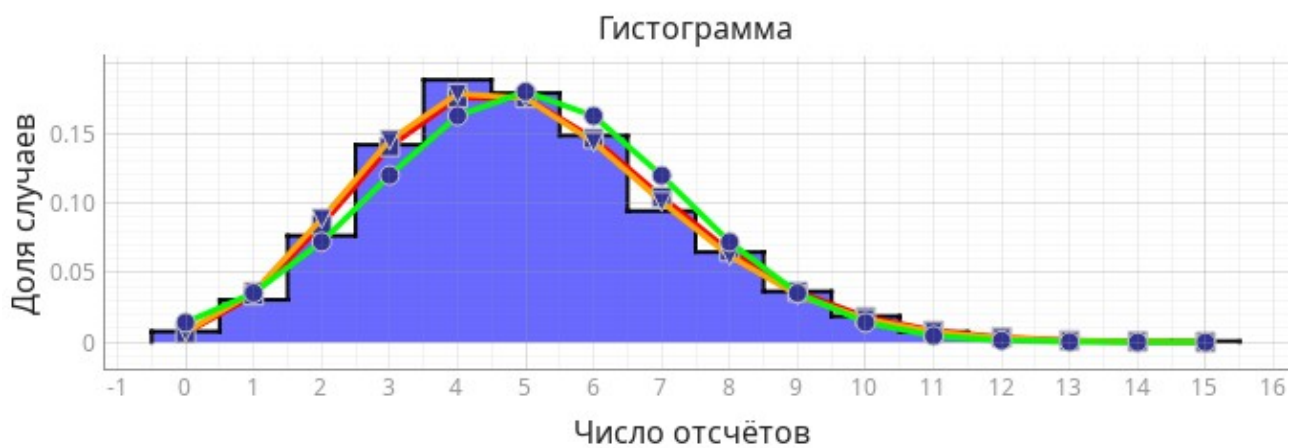


График 6.1. Гистограмма для демонстрационного задания  $\mu = 5$



График 6.2. График отклонения для демонстрационного задания  $\mu = 5$

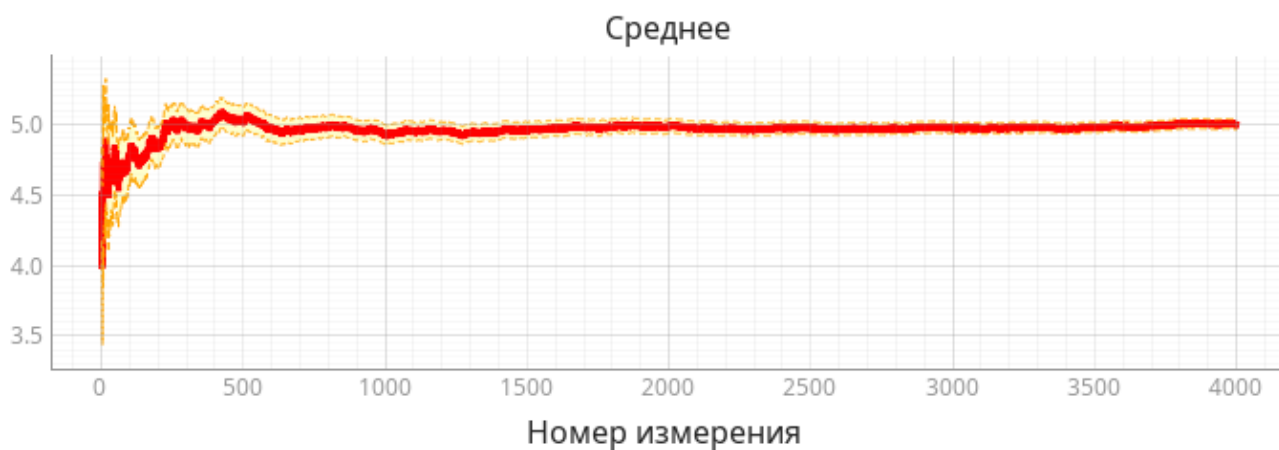


График 6.3. График выборочного среднего для демонстрационного задания  $\mu = 5$



График 6.4. График числа отсчетов для демонстрационного задания  $\mu = 5$

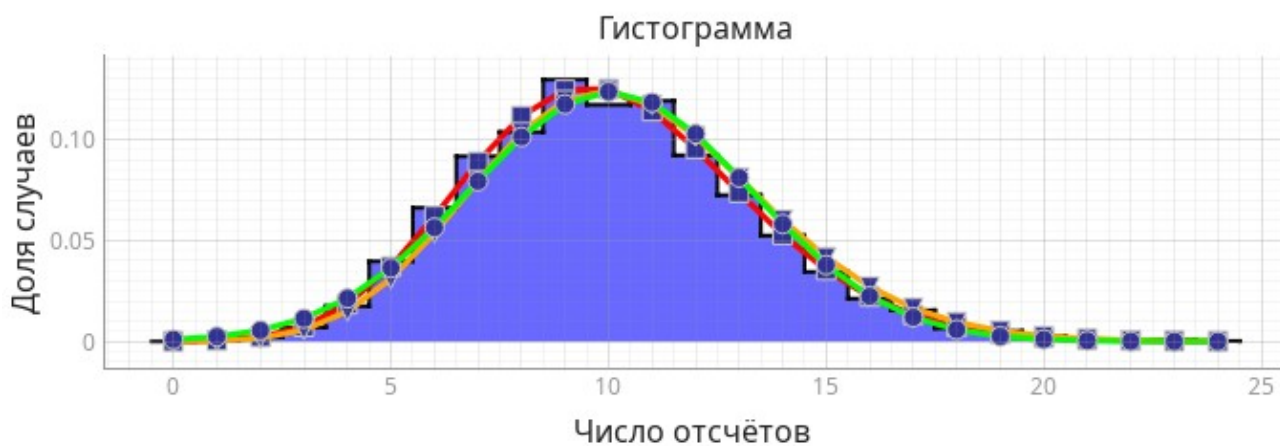


График 7.1. Гистограмма для демонстрационного задания  $\mu = 10$

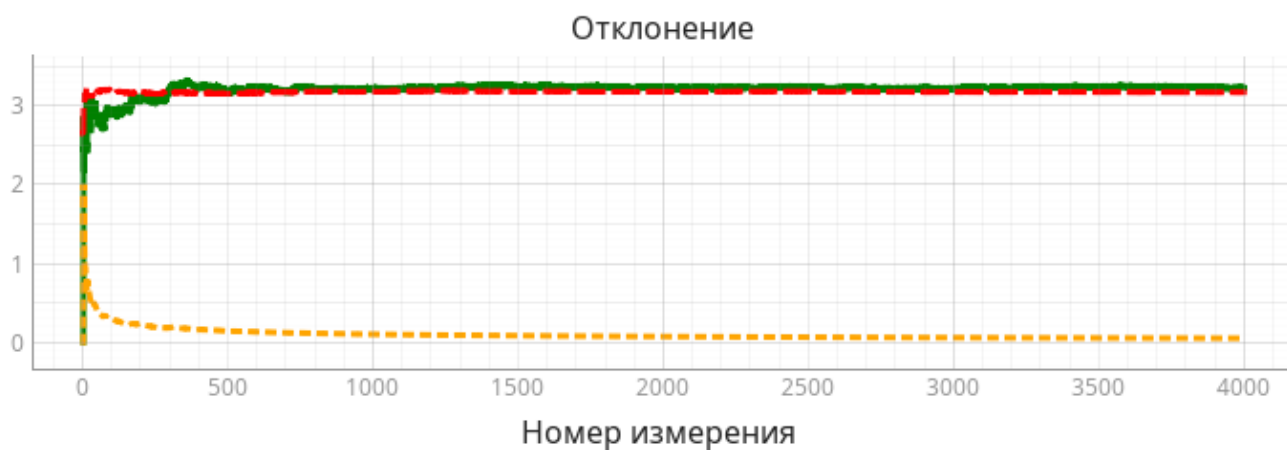


График 7.2. График отклонения для демонстрационного задания  $\mu = 10$



График 7.3. График выборочного среднего для демонстрационного задания  $\mu = 10$

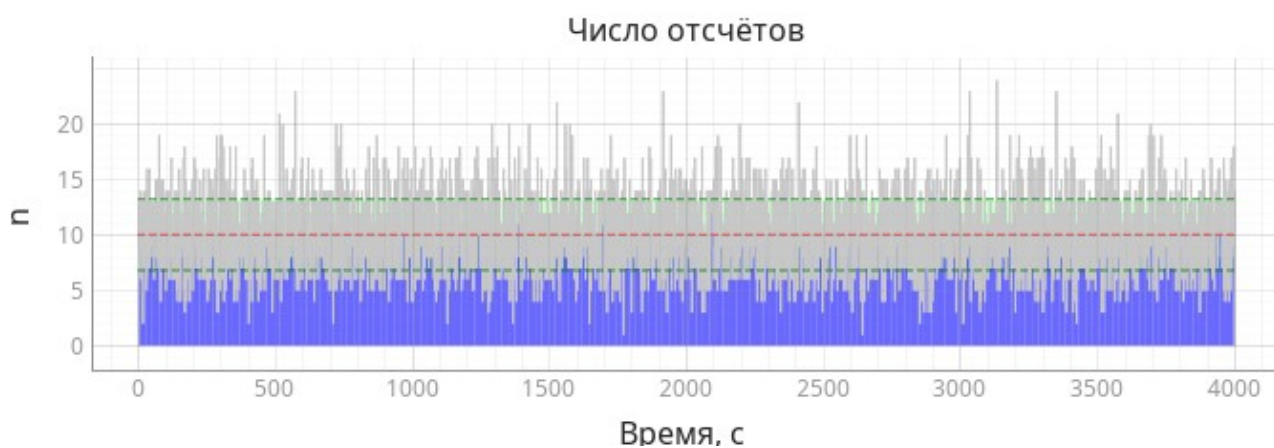


График 7.4. График числа отсчетов для демонстрационного задания  $\mu = 10$

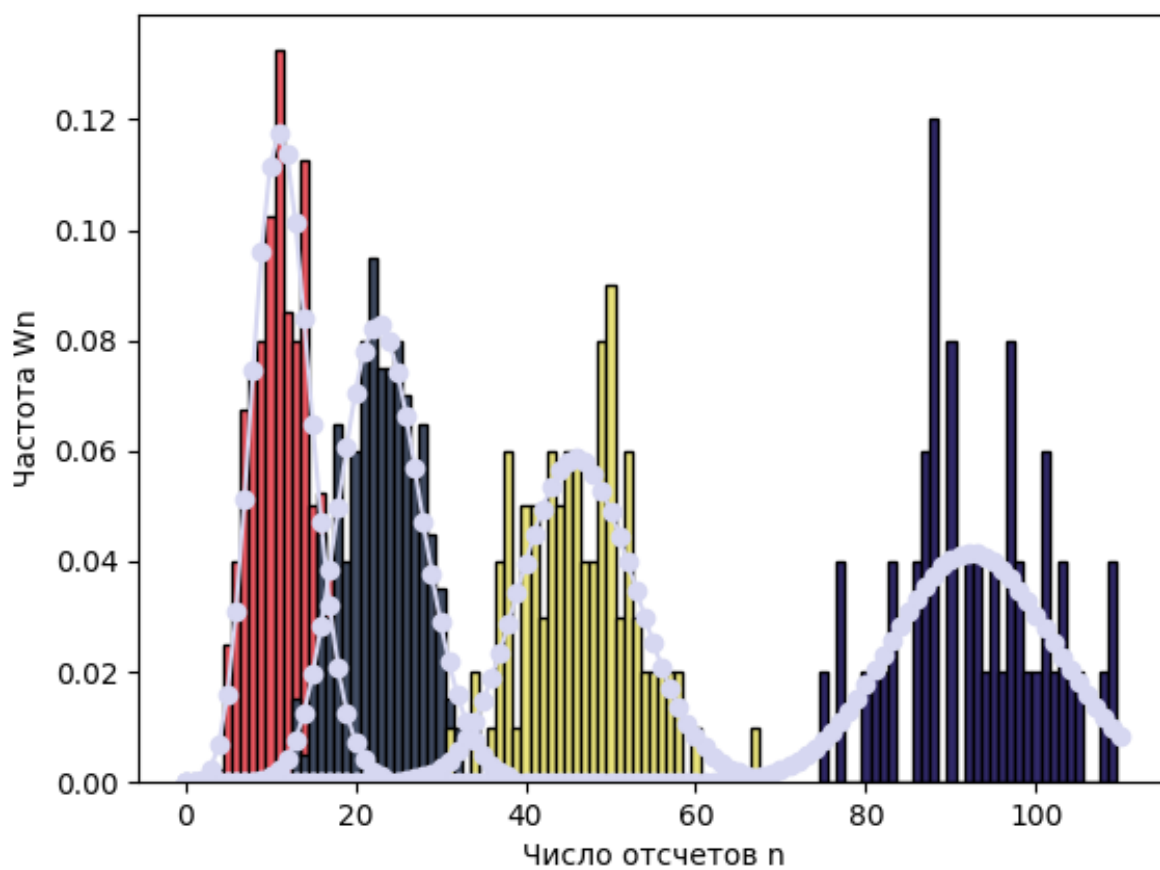


Рис. 8. Гистограммы для  $\tau = 10$  c,  $\tau = 20$  c,  $\tau = 40$  c и  $\tau = 80$  c