

原子物理学

主讲教师：张华桥

邮箱：zhanghq@ihep.ac.cn

办公室： 高能所多学科楼417

助教：陶军全 博士

邮箱：taojq@ihep.ac.cn

办公室： 高能所多学科431

答疑时间：周四上午10:00-12:00

助教：王峰 博士

邮箱：wangfeng@ihep.ac.cn

办公室： 高能所多学科楼426

答疑时间：周四上午10:00-12:00

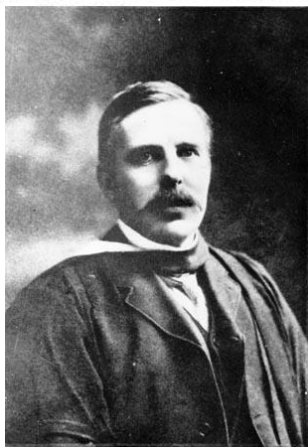
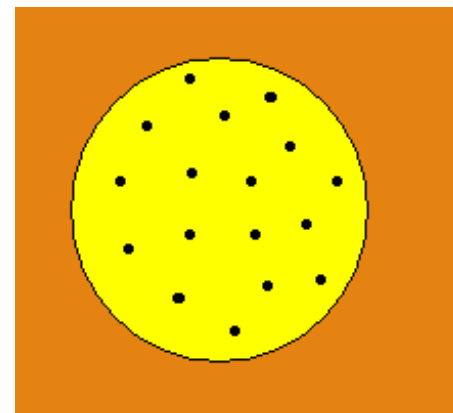
上堂课内容小结

- 原子物理问题的提出
 - 原子的概念：存在与否的争论
- 电子的发现
 - 阴极射线/荷质比/不同物质的共性
- 电子电荷的测定
 - 密立根实验
 - 宏观量与微观量联系的建立
 - ❖ 电荷/质量/ $\text{Na}\cdots$
- 原子/离子的大小
- 原子的核式结构

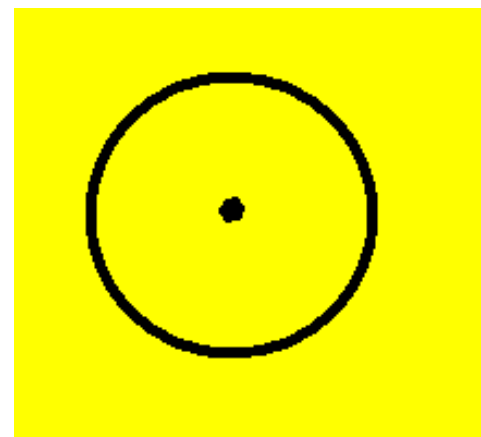
原子内部结构的物理图像？



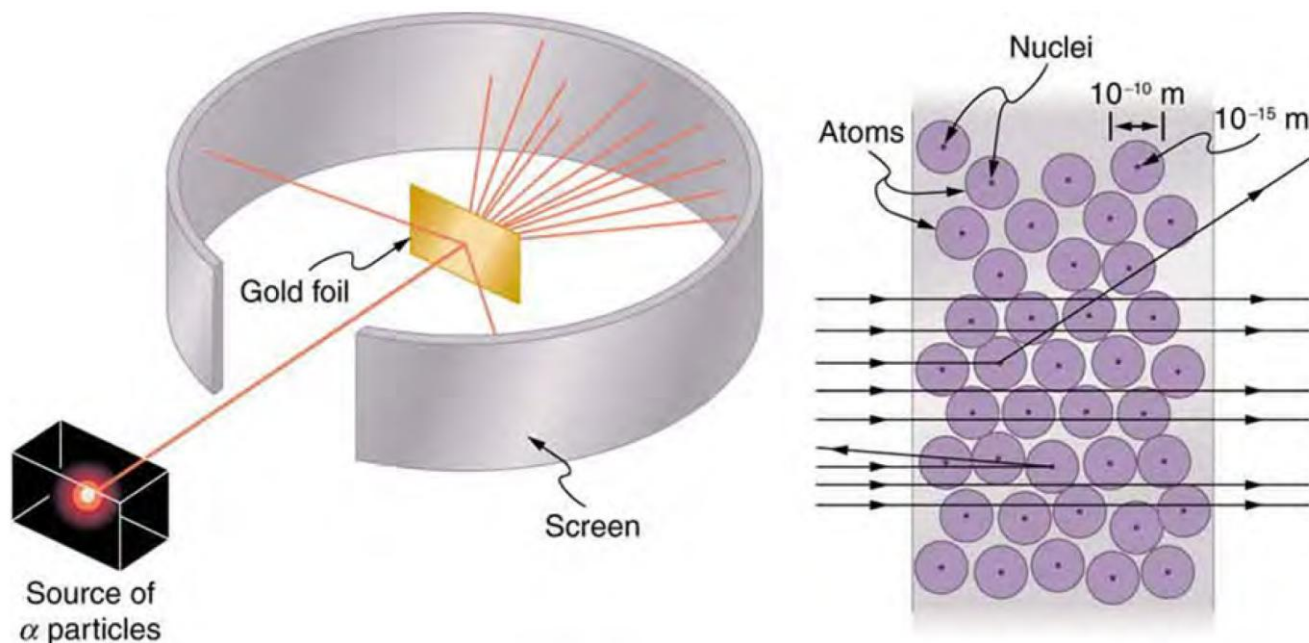
汤姆孙



卢瑟福



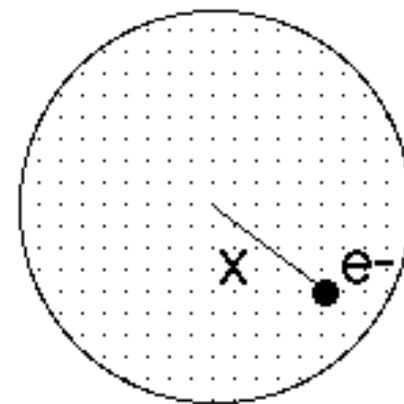
粒子散射实验（盖革-马斯顿实验）



- **散射**：一个运动粒子受到另一个粒子的作用而改变原来的运动方向的现象。粒子受到散射时，它的出射方向与原入射方向之间的夹角叫做**散射角**。
- **实验结果**：大多数散射角很小，约 $1/8000$ 散射大于 90° ，极个别的散射角等于 180°

汤姆孙模型的困难

近似1： 粒子散射受电子的影响忽略不计，只须考虑原子中带正电而质量大的部分对粒子的影响。

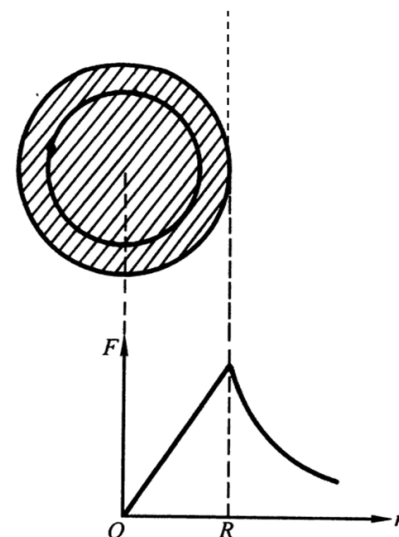


近似2： 只受库仑力的作用。

当 $r > R$ 时，原子受的库仑斥力为：
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r^2}$$

当 $r < R$ 时，原子受的库仑斥力为：
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{R^3} r$$

当 $r = R$ 时，原子受的库仑斥力最大 $F_{\max} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{R^2}$



上面的计算我们**没有考虑核外电子的影响**, 这是因为电子的质量仅为 α 粒子质量的 $1/8000$, 它的作用是可以忽略的, 即使发生对头碰撞, 影响也是微小的.

当 α 粒子与**电子**发生正碰时, 可以近似看作弹性碰撞, 动量与动能均守恒

$$m_{\alpha} v_0 = m_{\alpha} v_1 + m_e v_e, \quad \frac{1}{2} m_{\alpha} v_0^2 = \frac{1}{2} m_{\alpha} v_1^2 + \frac{1}{2} m_e v_e^2$$

入射的 α 粒子

散射后的 α 粒子

散射后的电子

$$\left(m_a v_0 - m_e v_e \right)^2 = m_a^2 v_1^2, \quad m_a v_0^2 - m_e v_e^2 = m_a v_1^2$$

$$\left(m_a v_0 - m_e v_e \right)^2 = m_a^2 v_0^2 - m_e m_a v_e^2$$

$$\left(m_a v_0 - m_e v_e\right)^2 = m_a^2 v_0^2 - m_e m_a v_e^2$$

$$-2m_a m_e v_0 v_e + m_e^2 v_e^2 = -m_e m_a v_e^2$$

$$-2m_a v_0 + m_e v_e = -m_a v_e$$

$$\rightarrow v_e = \frac{2m_a v_0}{m_a + m_e} \approx \frac{2m_a v_0}{m_a} = 2v_0$$

$$\rightarrow \Delta p = m_a v_0 - m_a v_1 = m_e v_e \approx 2m_e v_0$$

$$\rightarrow \frac{\Delta p}{p} \approx \frac{2m_e v_0}{m_a v_0} = \frac{2m_e}{m_a} \approx \frac{1}{4000} \approx 10^{-4}$$

对于汤姆逊模型而言, 只有掠入射 ($r=R$) 时, 入射 α 粒子受力最大, 设为 F_{max} , 我们来看看此条件下 α 粒子的最大偏转角是多少?



如上图, 我们假设 α 粒子以速度 V 射来, 且在原子附近度过的整个时间内均受到 F_{max} 的作用, 那么会产生多大角度的散射呢?

α 粒子动量的改变大约是作用力乘以作用时间

$$F_{\max} \cdot \Delta t = \Delta p$$

其中 $\Delta t = \frac{2R}{v}$ 表示 α 粒子在原子附近度过的时间.

代入 F_{\max} 值, 解得:
$$\Delta p = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot \left(\frac{2R}{v}\right)$$

所以
$$\tan q = \frac{\Delta p}{p} = \frac{2Ze^2/4\pi\epsilon_0 R^2}{m_\alpha v} \cdot \left(\frac{2R}{v}\right)$$

$$= \frac{2Ze^2/4\pi\epsilon_0 R}{\frac{1}{2}m_\alpha v^2} = \frac{2Z \times 1.44 \text{ fmMeV} / 0.1 \text{ nm}}{E_\alpha (\text{MeV})}$$

$$= 3 \times 10^{-4} \frac{Z}{E_\alpha} \quad \text{其中} \quad e^2/4\pi\epsilon_0 = 1.44 \text{ fmMeV}$$

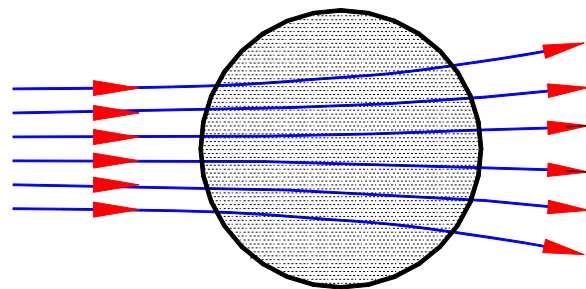
$\tan\theta$ 值很小, 所以有 $\tan q \gg q = 3 \times 10^{-5} \frac{Z}{E_a} (\text{rad}) \quad (1)$

汤姆孙模型的困难

粒子受原子作用最大动量变化(掠射):

最大散射角: $\operatorname{tg} \theta = \frac{\Delta p}{p} = \frac{4Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R V M_\alpha V} = \frac{4Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R M_\alpha V^2} \sim 10^{-4}$

- 大角散射在汤姆逊模型中发生非常困难
 - 散射角大于 3° 的比1%少得多;
 - 散射角大于 90° 的约为 10^{-3500} .
 - 而盖革—马斯顿实验却为1/8000!
必须重新寻找原子的结构模型。



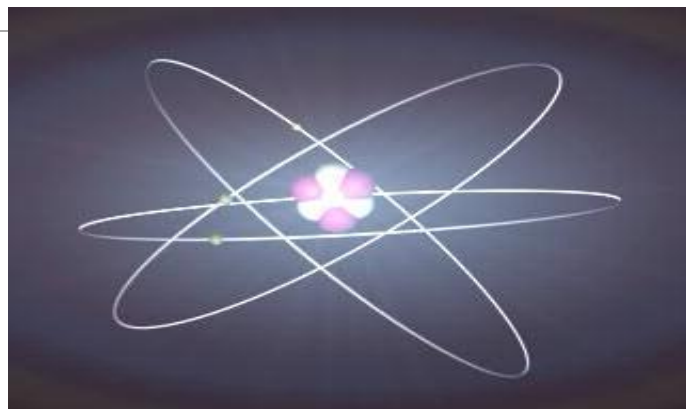
困难: 作用力F太小, 不能发生大角散射。

解决方法: 减少带正电部分的半径R, 使作用力增大。

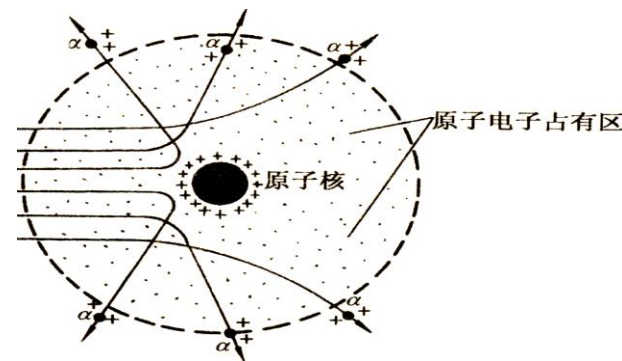
必须重新寻找原子的结构模型!

卢瑟福的核式模型

原子序数为 Z 的原子的中心, 有一个带正电荷的核(原子核), 它所带的正电量 Ze , 它的体积极小但质量很大, 几乎等于整个原子的质量, 正常情况下核外有 Z 个电子围绕它运动。

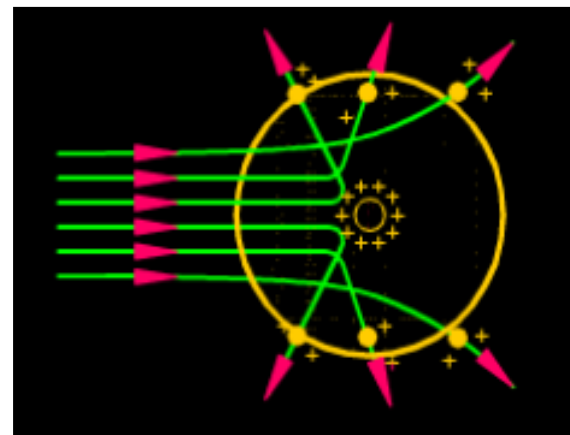


定性解释: 由于原子核很小, 绝大部分 α 粒子并不能瞄准原子核入射, 而只是从原子核周围穿过, 所以原子核的作用力仍然不大, 因此偏转也很小, 也有少数 α 粒子有可能从原子核附近通过, 这时, r 较小, 受的作用力较大, 就会有较大的偏转, 而极少数正对原子核入射的 α 粒子, 由于 r 很小, 受的作用力很大, 就有可能反弹回来。所以卢瑟福的核式结构模型能定性解释 α 粒子散射实验。



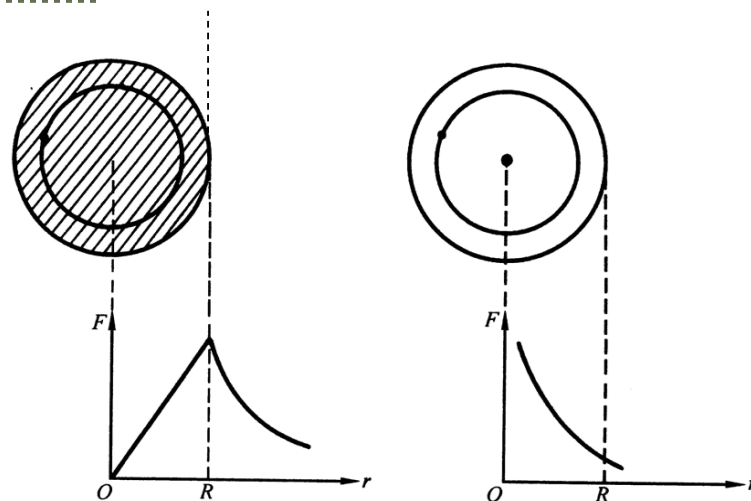
卢瑟福的核式模型

原子序数为 Z 的原子的中心，有一个带正电的核（原子核），它所带的正电量 Ze ，它的体积极小但质量很大，几乎等于整个原子的质量。正常情况下核外有 Z 个电子围绕它运动。



减小带正电部分的半径 R

该模型成功解释了 α 粒子被原子散射的现象。



两种不同电荷分布引起不同的相互作用

卢瑟福散射理论的假定： 简单、理想化的物理模型

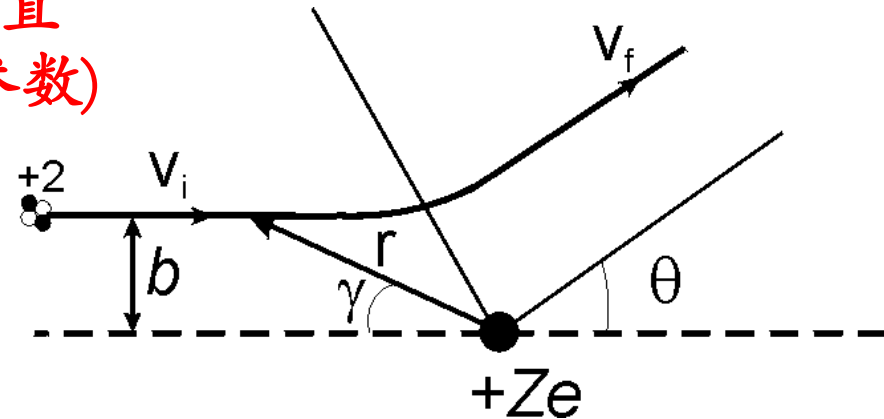
- 原子有核结构模型：定性 \Rightarrow α 粒子散射实验观察到的大角散射，但必须给出可以与实验进行比较的定量结果，才能判定该模型的正确性。为此卢瑟福提出了可验证的 α 粒子散射理论。
- 四个假设
 - 忽略电子的作用：由于 $m_e \ll M_{\text{核}}$ ，且 $m_e \ll M_\alpha$ ，所以忽略电子对散射的影响
 - 只有库仑相互作用：粒子和原子核看成点电荷，认为静电力服从库仑定律，且引力 $F_{\text{万}} \ll$ 库仑力 $F_{\text{静}}$
 - 只发生单次散射：由于原子核线度很小，原子内非常空旷，而 α 粒子与原子核相距很近时才会发生显著偏转，因此 α 粒子靠近一个原子核后再靠近另一个原子核的机会很少，属于单次散射问题
 - 靶核静止：通常，散射原子的质量 $M \gg M_\alpha$ ，可近似认为原子核在散射过程中对实验室参照系静止不动。

库仑散射公式

原子核与 α 粒子入射方向间的垂直距离 b ，称为瞄准距离(或碰撞参数)

库仑散射公式

$$\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} = 4\pi\epsilon_0 \frac{Mv^2}{2Ze^2} b = 4\pi\epsilon_0 \frac{E_k}{Ze^2} b$$



上式反应出 b 和 θ 的对应关系。 b 小， θ 大； b 大， θ 小

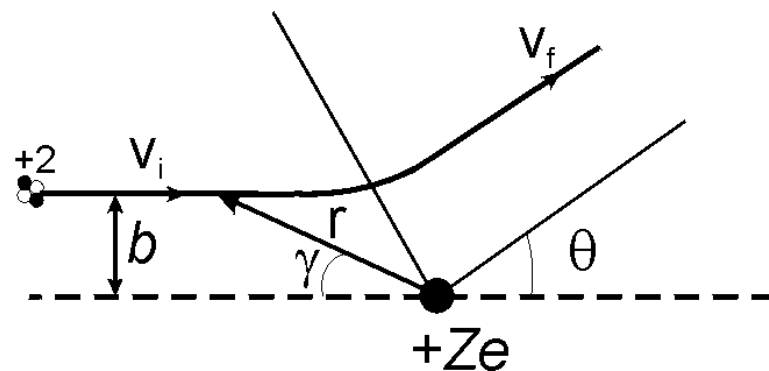
要得到大角散射，正电荷必须集中在很小的范围内， α 粒子必须在离正电荷很近处通过。

问题： b 是微观量，至今还不可控制，在实验中也无法测量，所以这个公式还不可能和实验值直接比较。

库仑散射公式的推导

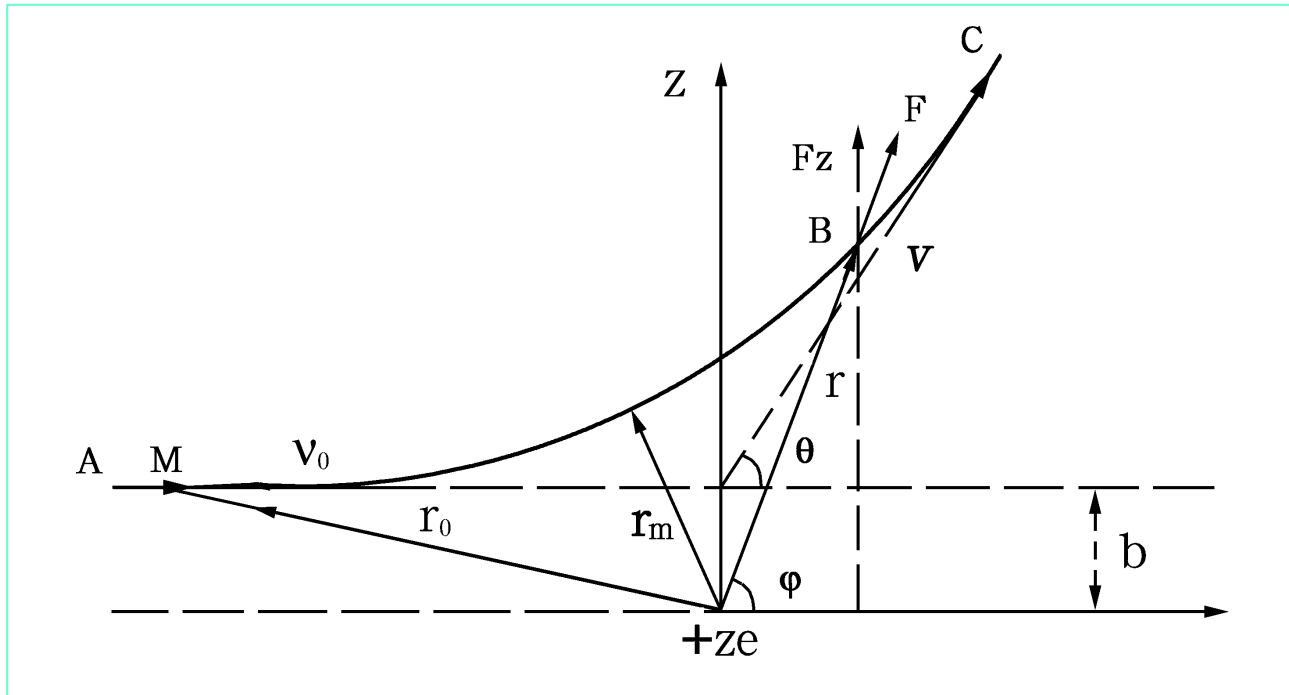
设坐标系原点固定在原子核上，一个 α 粒子以初速度 v_i 从左方射来，按库仑定律， α 粒子与原子核间斥力的大小为

$$F = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



由力学知， α 粒子的轨迹应为双曲线的一支，在原子核库仑场中的偏转如图所示。图中 v 是 α 粒子运动到某一位置时的速度，位矢为 r ，散射后末速度为 v_f 。 θ 是 α 粒子入射方向和散射方向间的夹角，即散射角。取 r_m 是 α 粒子与原子核的最小距离。

库仑散射公式的推导



粒子散射

因为库仑力是保守力，在它的作用下机械能守恒。选 α 粒子与原子核相距无穷远处势能为零，以 M 表示 α 粒子的质量，则

库仑散射公式的推导

$$\frac{1}{2}M|v_i|^2 = \frac{1}{2}M|v_f|^2$$

即 v_i 与 v_f 的数值必然相等，记为 v_0 ，但两者方向不同

α 粒子在中心力场中运动，其角动量守恒，即

$$\begin{aligned} Mr_0 \times v_0 \\ = Mr \times v \end{aligned}$$

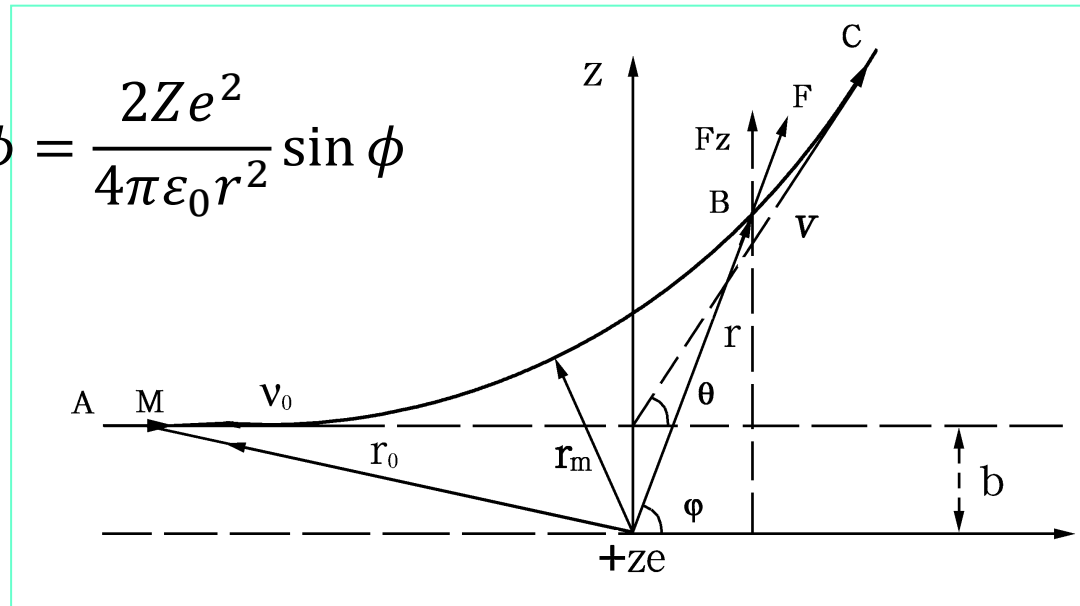
这里 r_0 为开始时 α 粒子的位矢，故 $|r_0 \times v_0| = v_0 b$

将它写成标量形式，有 $Mv_0 b = -Mr^2 \frac{d\phi}{dt}$

库仑散射公式 的推导

α 粒子在B点所受的力为 $F = M \frac{dv}{dt}$
在z轴上的分量为 $F_z = M \frac{dv_z}{dt}$

又
$$F_z = F \sin \phi = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin \phi$$



库仑散射公式 的推导

所以
$$M \frac{dv_z}{dt} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin \phi$$

由角动量守恒式 $Mv_0 b = -Mr^2 \frac{d\phi}{dt}$ ，替换掉 dt ，得

$$-dv_z = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 M v_0 b} \sin \phi d\phi$$

α 粒子从A到C，其 ϕ 角由 π 到 θ ，它在z轴方向速度分量 v_z 由0到 $v_0 \sin \theta$ 。对上式求积分

$$-\int_0^{v_0 \sin \theta} dv_z = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 M v_0 b} \int_{\pi}^{\theta} \sin \phi d\phi$$

库仑散射公式的推导

可得

$$v_0 \sin \theta = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 M v_0 b} (1 + \cos \theta)$$

$$b = \frac{2Ze^2(1 + \cos \theta)}{4\pi\epsilon_0 M v_0^2 \sin \theta} = \frac{2Ze^2(1 + 2\cos^2 \frac{\theta}{2} - 1)}{4\pi\epsilon_0 M v_0^2 (2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2})} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 M v_0^2} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}$$

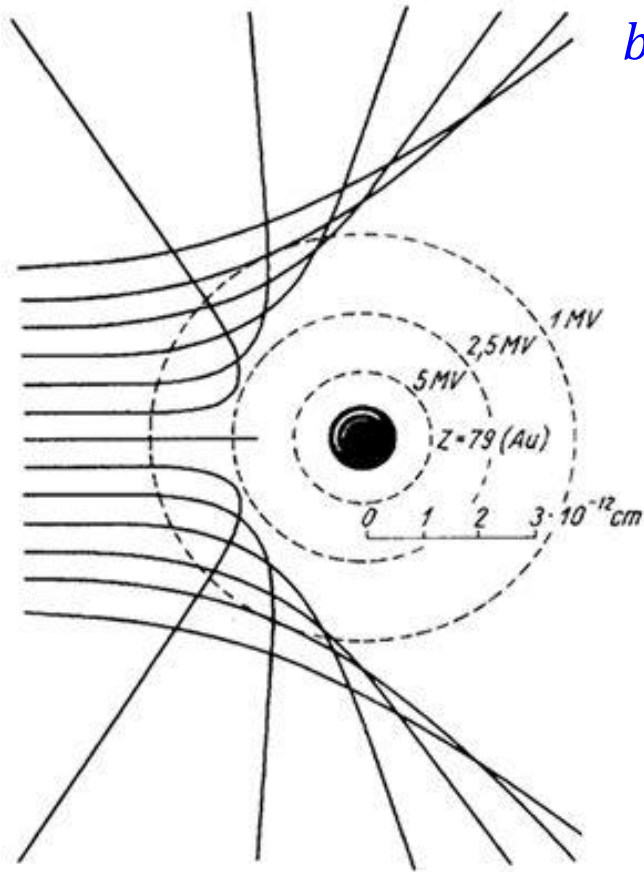
可写成

$$\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} = 4\pi\epsilon_0 \frac{M v_0^2}{2Ze^2} b$$

上式即为库仑散射公式。可以看到，当 α 粒子的速度 v_0 确定后， b 越小， θ 越大。当 b 足够小时， θ 可以大于 90° ，甚至接近 180° 。也就是说，大角散射是由于 α 粒子和原子核近距离碰撞的结果。

一种简洁写法： $b = \frac{a}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}$ ， $a = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E}$ ， a 为库仑散射因子

库伦公式的验证性



$$b = \frac{a}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}, \quad a = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E}$$

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1.44 \text{ fm} \cdot \text{MeV}$$

α 粒子 $E = 7.68 \text{ MeV}$, $Z = 79$ (金箔)

库伦散射因子 $a = 29.6 \text{ fm}$

$b (10^{-15} \text{ m})$	1000	100	10
θ	1.7°	16.9°	112°

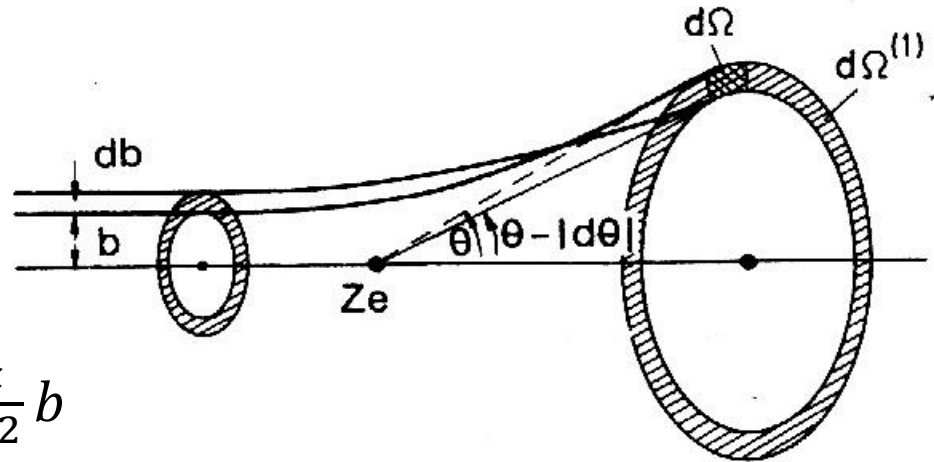
由于碰撞参数 **b** 是一个无法控制的量，而且不可能用一个原子进行散射实验，我们无法验证 **b** 与 **θ** 的关系。

为何需要卢瑟福公式？

目标：使散射角 θ 与一个比 b 容易测定的**观测量**联系起来，以便于理论与实验进行比较。

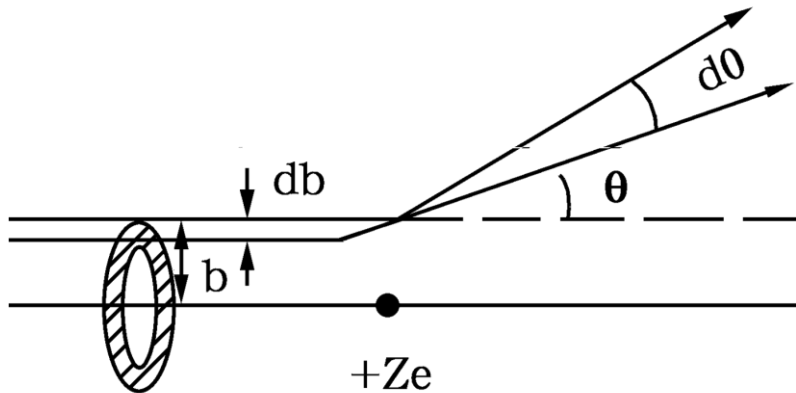
$$b \rightarrow \theta \quad b - db \rightarrow \theta + d\theta$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} = 4\pi\epsilon_0 \frac{Mv^2}{2Ze^2} b = 4\pi\epsilon_0 \frac{E_k}{Ze^2} b$$

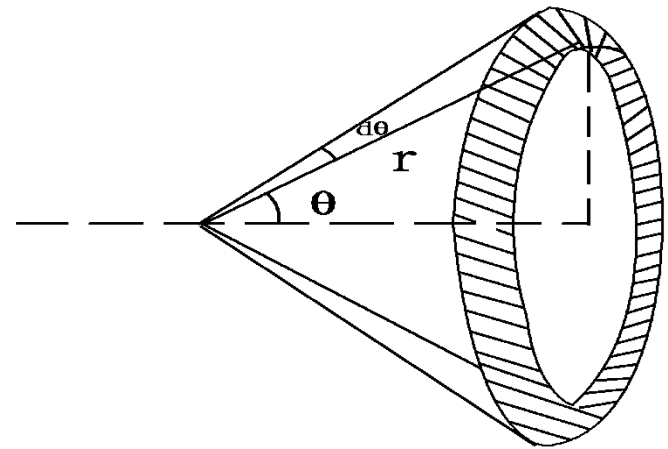


问题：环形面积和空心圆锥体的立体角之间有何关系呢？

卢瑟福公式的推导



粒子散射截面



空心圆锥体

环形面积: $d\sigma = 2\pi b db$

空心圆锥体的立体角 $d\Omega$ 与 $d\theta$ 有如下关系

$$d\Omega = \frac{2\pi r \sin \theta \cdot r d\theta}{r^2} = 2\pi \sin \theta d\theta = 4\pi \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta$$

卢瑟福公式的推导

$$b = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 Mv_0^2} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \quad \text{把此库仑散射公式} b \text{平方再求导}$$

$$d\sigma = 2\pi b db = \pi \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{2Ze^2}{Mv_0^2} \right)^2 \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin^3 \frac{\theta}{2}} d\theta$$

易得到， $d\sigma$ 与 $d\Omega$ 的对应关系：

$$d\sigma = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Ze^2}{Mv_0^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Ze^2}{2E_k} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

公式的物理意义：被每个原子散射到 $\theta \sim \theta + d\theta$ 之间的空心立体角 $d\Omega$ 内的 α 粒子，必定打在 $b \sim b + db$ 之间的 $d\sigma$ 这个环形带上。

卢瑟福公式

定义微分截面 $\sigma(\theta)$ ，表示 α 粒子散射到 θ 角附近单位立体角内每个原子有效散射截面（单个 α 粒子与单个金原子核散射）

$$\sigma(\theta) \equiv \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{Ze^2}{2E_k}\right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

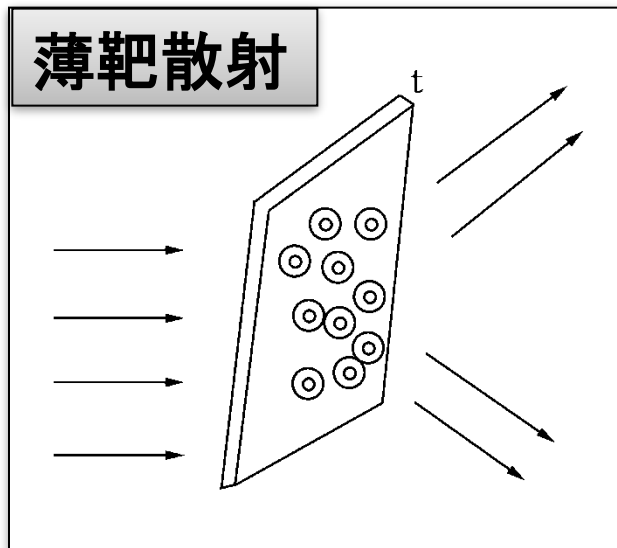
✓ 这就是著名的卢瑟福散射公式。

✓ $\sigma(\theta)$ 的量纲为面积/立体角。

Cross section: $1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$

靶恩、靶； mb, μb , pb, fb

散射截面



- ✓ 对于每个 α 粒子来说，对应一个原子核就有一个圆环
- ✓ 设单位体积靶原子数为 n ，箔靶厚度为 t ，箔靶面积为 s
- ✓ 在此厚度，各个原子核互不遮挡，瞄准距离为 b 的 α 粒子，则共有 nst 个圆环，散射面积为 $ntsd\sigma$ 。
- ✓ 散射粒子出现在某立体角的几率为入射的 α 粒子正好落在散射面积内的几率 \rightarrow 散射几率为散射总截面与箔靶的有效面积 s 之比。

单个粒子与多个原子核的散射几率，
即它掉在这 nst 个环内的几率

散射截面

单个 α 粒子与多个原子核的散射几率，即它掉在这 nst 个环内的几率

$$dP(\theta) = \frac{nstd\sigma}{s} = ntd\sigma = nt\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{Ze^2}{Mv_0^2}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

若有 N 个 α 粒子均匀地打在金箔面 s 上，则在 $d\Omega$ 方向上测量到的 α 粒子数为（多个 α 粒子与多个原子核）

$$dN = NdP(\theta) = Nnt\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{Ze^2}{Mv_0^2}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

微分散射截面

分析可得

$$d\sigma = \frac{dP(\theta)}{nt} = \frac{\frac{dN}{N}}{nt} = \sigma(\theta)d\Omega$$

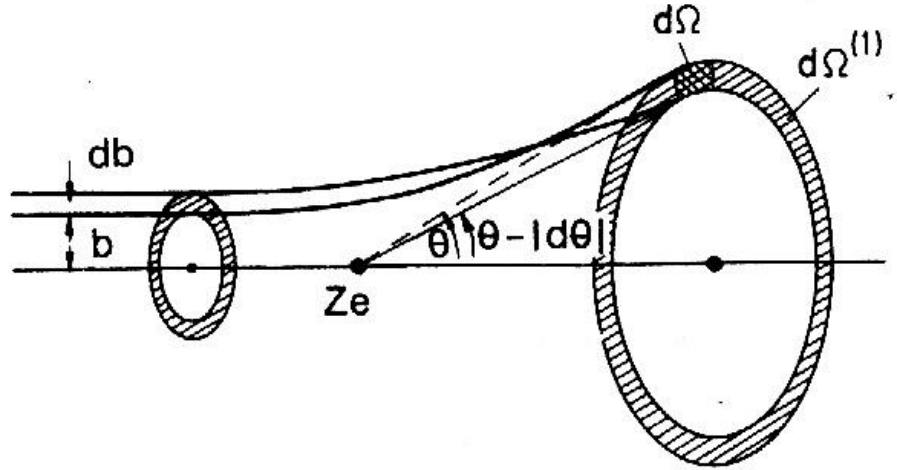
可见 $d\sigma$ 的物理意义是每个入射的 α 粒子被单位面积内的靶核散射到 $\theta \rightarrow \theta + d\theta$ 范围内的几率，即每个 α 粒子被散射到立体角 $d\Omega$ 内的几率。

故微分截面可以等效为“**几率**”（缩放后“**几率**”），这就是 $d\sigma$ 的物理意义。

$\sigma(\theta)$ 即为每个 α 粒子被散射到单位立体角内的几率。 $d\sigma$ 与 $\sigma(\theta)$ 具有面积的量纲。

卢瑟福公式的实验验证

探测器 $d\Omega' = \frac{s'}{r^2}$



盖革与马斯顿1913年证明

$$dN' = Nnt \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Ze^2}{Mv_0^2} \right)^2 \frac{\frac{s'}{r^2}}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

对 α 粒子散射实验的进一步说明

在理论的推导过程中有三个重要的假定：

(1) 在计算总散射截面时，把单原子的散射截面乘以原子数，这就是在假定金属箔很薄，原子核前后不相互遮蔽，这样就保证了大角散射是一次散射的过程。

(2) 通过金属箔的 α 粒子只经过一次散射。但实际情况还包含了多次小角散射的合成，但是由于在小角散射合成时，会抵消一部分，这样就使多次小角散射对一次大角散射产生的影响更小，可以忽略不计。

(3) 忽略电子对 α 粒子散射实验的影响。因为电子的质量比 α 粒子的质量要小的多，所以电子的影响可忽略。

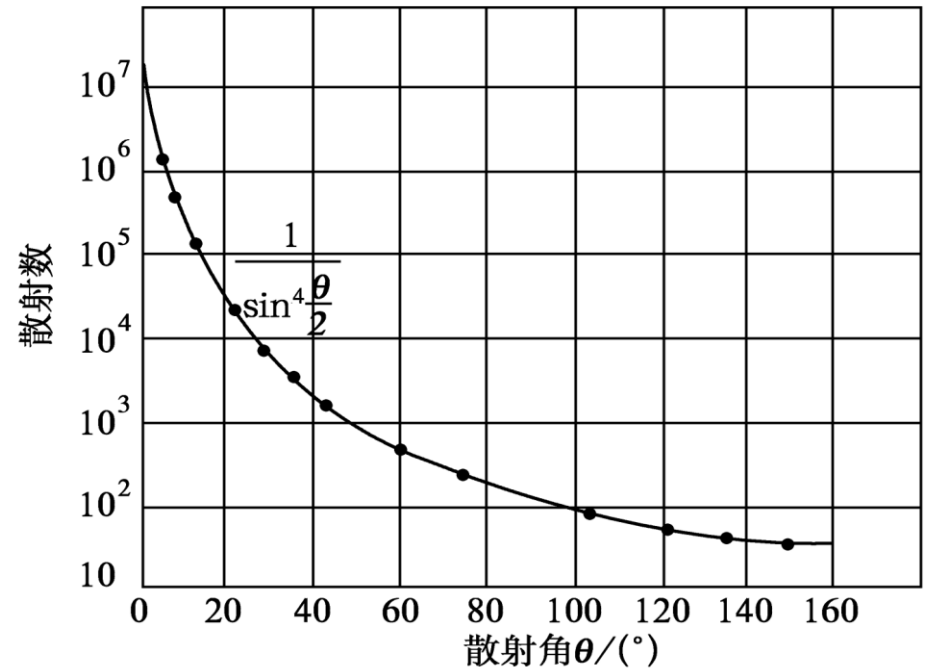
几点注意事项

- 两个粒子间的相互作用力是有心力！
- 探测器到金箔的距离 \gg 金箔本身的尺寸（或 α 粒子束的横截面）
- 卢瑟福散射
 - 单个 α 粒子与单个金原子核 \Leftarrow 微分截面 $\sigma(\theta)$ 的定义
(卢瑟福散射公式与粒子质量无关？)
 - 单个 α 粒子与多个金原子核 \Leftarrow 单粒子散射几率 $dP(\theta)$
 - 多个 α 粒子与多个金原子核 \Leftarrow 实验测量
- 当散射 θ 角接近0时 \Rightarrow 卢瑟福散射公式的微分截面 $\sigma(\theta)$ 趋于 ∞ ，如何理解？
 - 当 $\theta \rightarrow 0$ 时 \Rightarrow 瞄准距离 b 大 \Rightarrow 电子屏蔽效应不再能忽略
 \Rightarrow α 粒子与中性原子散射 \Rightarrow 卢瑟福散射公式不再成立

卢瑟福公式的实验验证

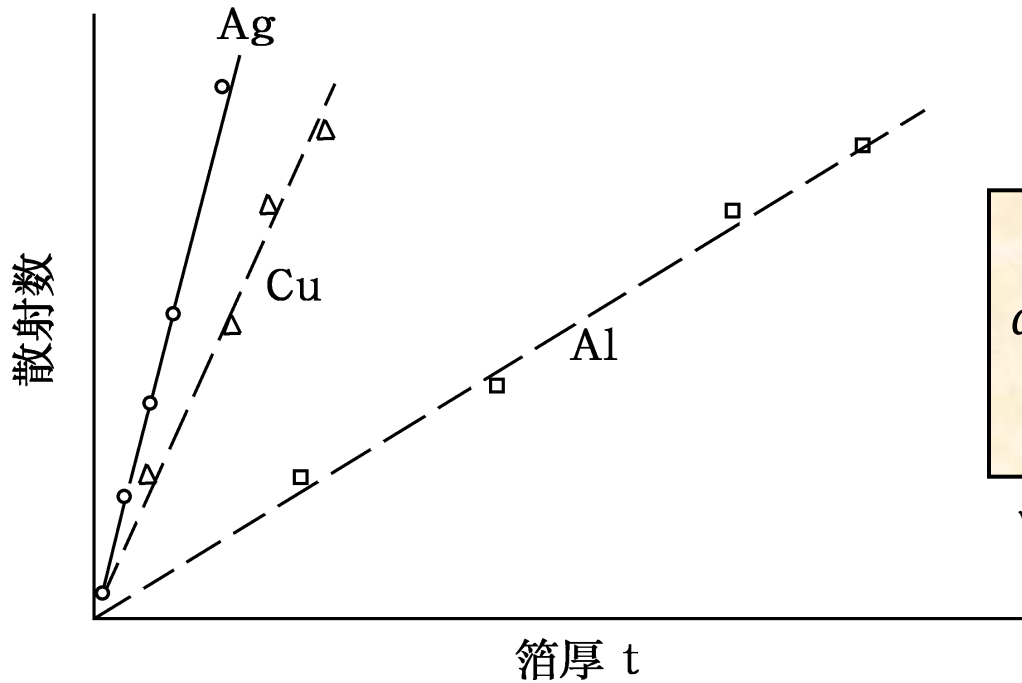
$$dN' = Nnt \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Ze^2}{Mv_0^2} \right)^2 \frac{s'}{r^2} \sin^4 \frac{\theta}{2}$$

✓ 单位体积靶原子数为 n , 箔靶厚度为 t



(1)在同一 α 粒子源和同一散射体的情况下, dN' 与 $\sin^4\theta/2$ 成反比。如图当角度由小变大, 实验结果与卢瑟福公式符合得很好, 这是卢瑟福散射公式最突出和最重要的特征。

卢瑟福公式的实验验证



$$dN' = Nnt \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Ze^2}{Mv_0^2} \right)^2 \frac{\frac{s'}{r^2}}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

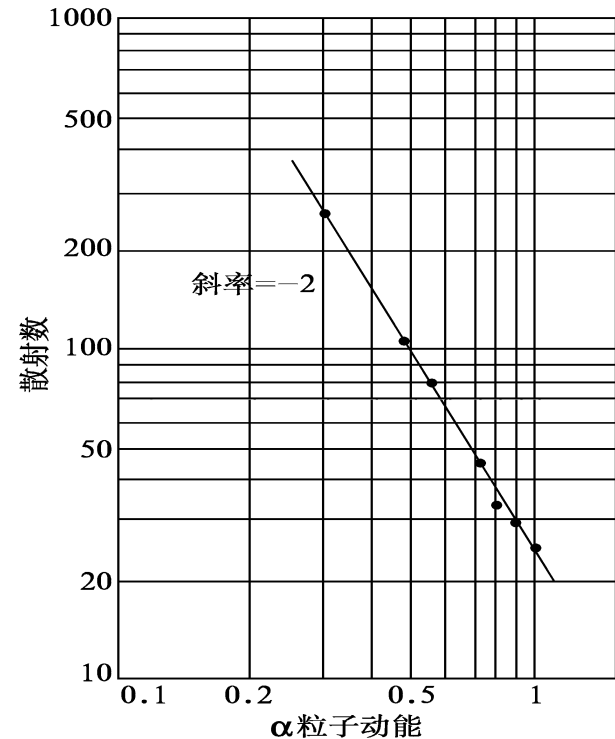
✓ 单位体积靶原子数为 n , 箔靶厚度为 t

(2) 用同一 α 粒子源和同一种材料的散射体, 在同一散射角, dN' 与散射体的厚度 t 成正比。实验用8 Mev的粒子源, 把 θ 固定在 25° 附近, 改变金属箔的厚度, 得到如图结果。

卢瑟福公式的实验验证

$$dN' = Nnt \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Ze^2}{Mv_0^2} \right)^2 \frac{s'}{r^2} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

✓ 单位体积靶原子数为 n , 箔靶厚度为 t

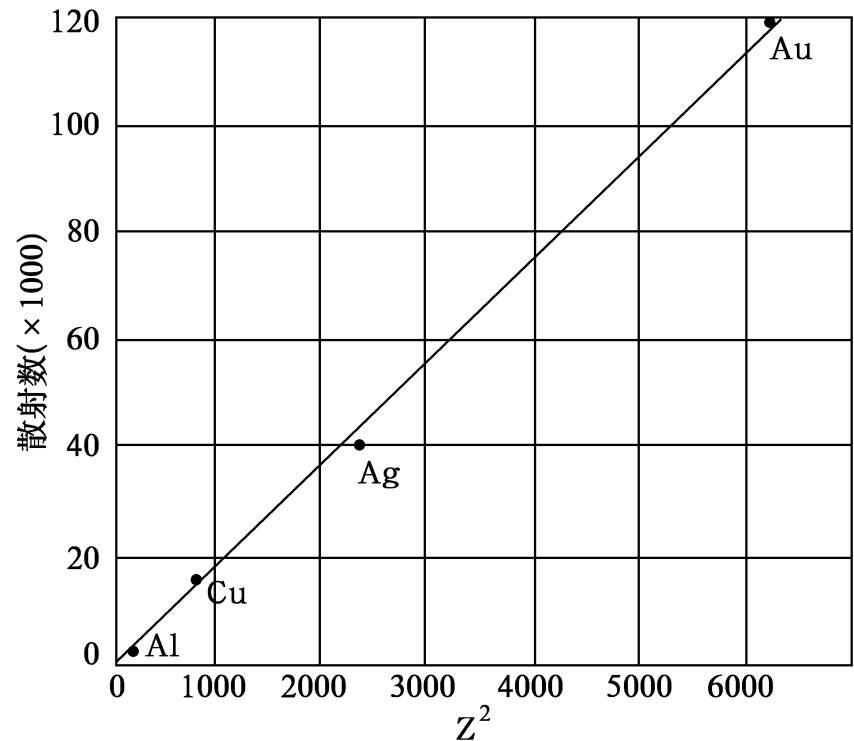


(3) 用同一散射物, 在同一散射角, dN' 与 v_0^4 成反比, 即与 E_α^2 成反比。为了改变 α 粒子速度, 用一些薄云母片来减速。实验结果与预期符合得很好。

卢瑟福公式的实验验证

$$dN' = Nnt \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Ze^2}{Mv_0^2} \right)^2 \frac{\frac{s'}{r^2}}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

✓ 单位体积靶原子数为 n , 箔靶厚度为 t



(4)用同一 α 粒子源, 在同一散射角, 对同一 nt 值 dN' 与 Z^2 成正比。同一 nt 值就是用厚度近似相等的不同材料做实验。可以测定 Z 。

实验结果表明与理论符合很好,从而确立了原子有核模型这一观点,从而更进一步证实了卢瑟福散射公式的正确性.

但是当时并没有测出元素的电荷数,直到1920年,查德维克(发现中子,获得诺贝尔奖)改进了实验装置,第一次直接地测出了元素的电荷数 Z 。

他发现:电荷数就等于元素的原子数,同时这个发现也从其它角度进一步证明了卢瑟福核式模型的正确性.

卢瑟福公式据经典理论导出而在量子理论中仍成立,这是很少见的。

行星模型的意义及困难

行星模型的意义

- 1、最重要意义是提出了原子的核式结构，即提出了以核为中心的概念
- 2、 α 粒子散射实验为人类开辟了一条研究微观粒子结构的新途径。
- 3、 α 粒子散射实验还为材料分析提供了一种手段。

卢瑟福背散射谱仪
(Rutherford back scattering spectroscopy, RBS)

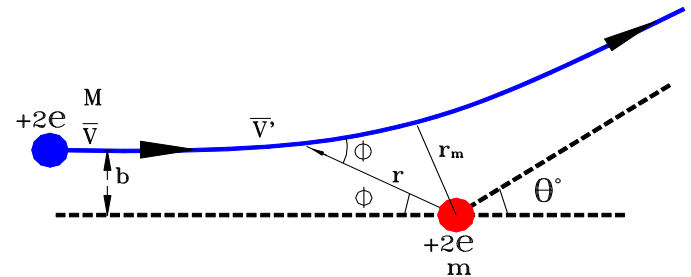
原子核大小的估算

由卢瑟福的原子有核结构模型和散射理论，可以推算 α 粒子达到的离原子核的最小距离，也就是原子核半径的上限。设 α 粒子离原子核很远时的速度为 v_0 ，达到离原子核最小距离 r_m 处的速度为 v' ，按能量守恒定律：

$$\frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}MV'^2 + \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_m}$$

角动量守恒定律

$$MVb = MV'r_m$$



由上两式消去 v' 代入 b 的库仑散射公式可得近核点公式：

$$r_m = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2ze^2}{Mv^2} \left(1 + \frac{1}{\sin(\theta/2)}\right)$$

原子核大小的估算

$$\theta = \pi \text{时}, r_m = \frac{4ze^2}{4\pi\epsilon_0 Mv^2} = a \quad a \text{库伦散射因子}$$

- 显然当 $\sin\theta/2=1$, $\theta=\pi$ 时 r_m 有极小值。这相当于对心碰撞, α 粒子的全部动能都用来克服库仑排斥能。
- 卢瑟福等曾观察镭的 α 粒子在金箔上的散射, 算得金原子(79)的 r_m 等于 $3\times 10^{-14}\text{m}$ 。铜原子(29)的 r_m 为 $1.2\times 10^{-14}\text{m}$, 银原子(47)的 r_m 为 $2\times 10^{-14}\text{m}$, 可见原子核半径数量级在 $10^{-15}\sim 10^{-14}\text{m}$ 范围, 而原子半径数量级是 10^{-10}m , 所以原子核在原子中是很小的。

卢瑟福背散射谱仪(RBS)

基本原理

- 离子源+加速器+研究样品+能量探测器
- 入射粒子（通常为 α 或 p ）能量 E_0 ，弹性散射
- 背散射粒子（出射粒子）能量 $E_1 = kE_0$
由能量守恒、动量守恒可得：

$$k = \left(\frac{m_1 \cos \theta_1 \pm \sqrt{m_2^2 - m_1^2 (\sin \theta_1)^2}}{m_1 + m_2} \right)^2,$$

其中： θ_1 ：实验室系的散射角，

m_1 ：入射粒子质量， m_2 ：靶粒子质量

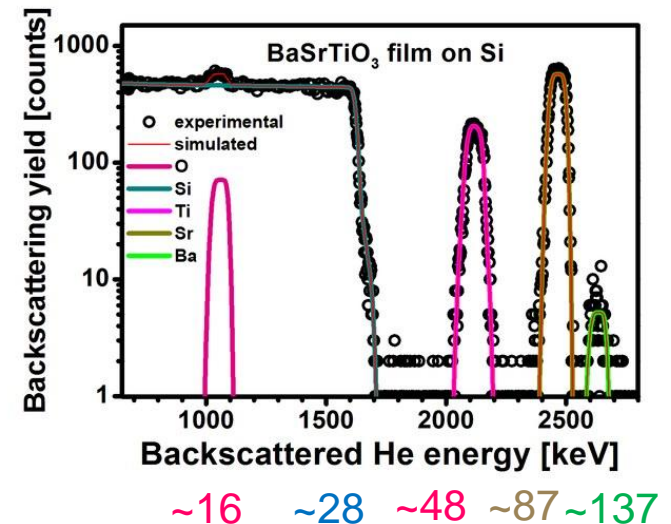
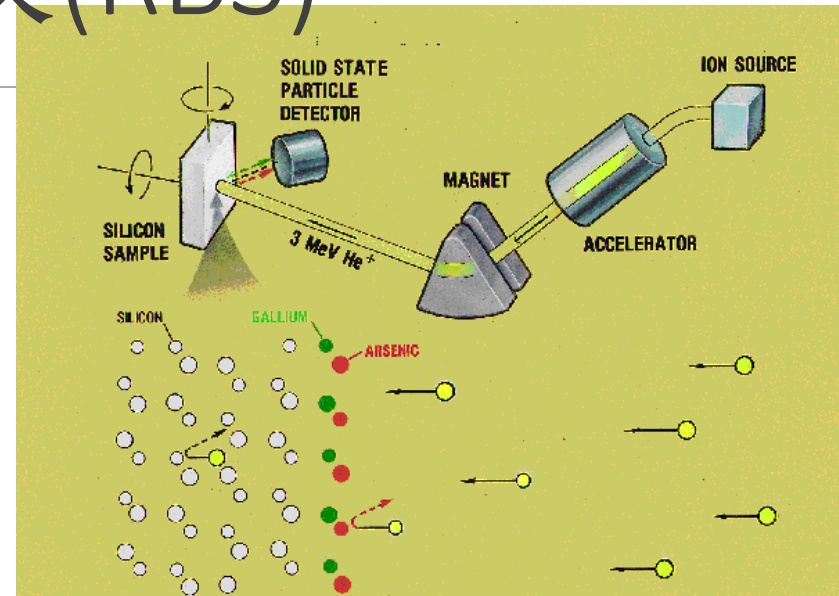
入射粒子质量要小于靶粒子： $m_1 < m_2$

- 厚靶：考虑路径上的能量损失

钡 锶 钛

实验举例，样品：硅基+BaSrTiO₃薄膜

- 不同元素对应不同的能量位置
- 每一元素相对应的峰面积正比于该元素在靶中的含量



散射实验在微观世界的重要性

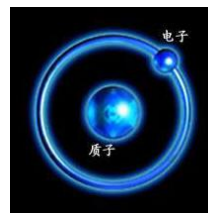
- 在核物理与高能物理中, 经常通过与核子散射来研究其结构, 而开创性的工作一般会授予诺贝尔奖。比如Hofstadter因为利用快电子 (1 GeV) 散射来研究质子和中子结构, 被授予1961年诺贝尔奖。通过分析散射截面随角度的变化, 他获得了质子和中子内部结构的信息。
- 在凝聚态物理中, 大部分的粒子如中子、质子、muon、电子、alpha粒子等都被用于研究材料性质, 在过去的一个世纪里面, 有二十多个诺贝尔奖与散射相关

同步辐射光源、散列中子源, ...

历史：质子与中子的发现

原子核到底长什么样？

- 1914年：阿尔法粒子 (α) 轰击氮原子，发现氢原子实验 \Rightarrow 质子
- 后来又在其他轰击实验中发现了质子，说明质子在原子核中普遍存在



卢瑟福

E. Rutherford
(英国)

根据原子质量以及电荷，卢瑟福假定原子中存在一个中性粒子，由电子环绕质子组成但显然需要巨大的能量来束缚电子

1932年：先用 α 粒子轰击铍，再用铍产生的穿透力极强的射线轰击氢、氮

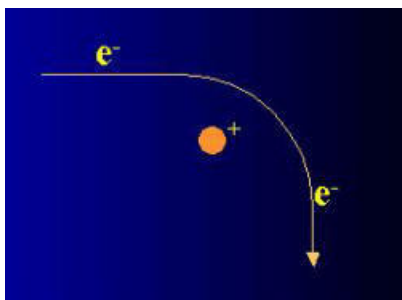
只有假定从铍中放出的射线是一种质量跟质子差不多的中性粒子，才能解释 \Rightarrow 中子 (且非高能gamma射线)



查德威克
J. Chadwick
(英国)

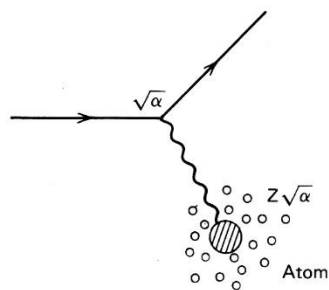
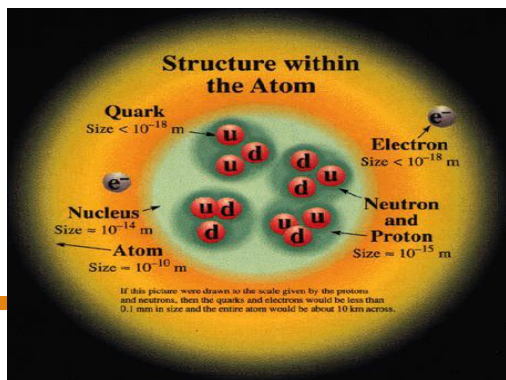
历史：质子与中子的内部结构

- 1957年：高能电子轰击质子实验



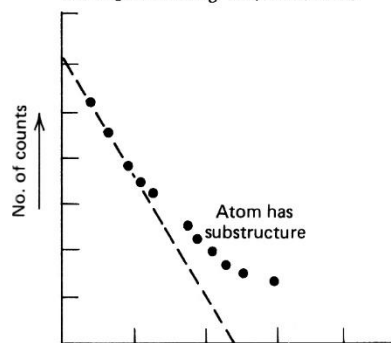
- 结论：质子、中子有内部结构，它们由更“小”的东西组成

夸克

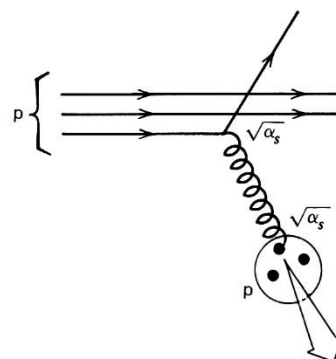


Probability $Z^2 \alpha^2$
(a)

Au target *Phil. Mag.* xxi, 669 (1911)

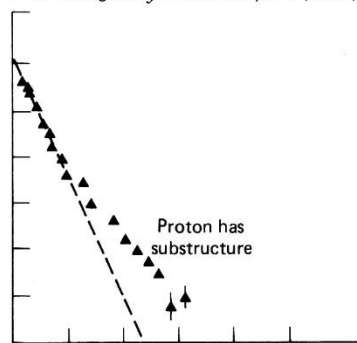


Atom has substructure



Probability α_s^2
(b)

Proton target *Phys. Lett.* 46B, 471 (1973)



Proton has substructure

(c)

Fig. 1.10 (a) Inelastically scattered charged particle beam reveals the substructure of the atom. (b) Inelastically scattered proton beam reveals the quark structure of the proton target. (c) Experimental results.



霍夫思塔特
R. Hofstadter
(美国)



盖尔曼
Murray Gell-Mann
(美国)

电子点粒子实验检验

BhaBha scattering :

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^- \quad \text{计算假设电子是点粒子}$$

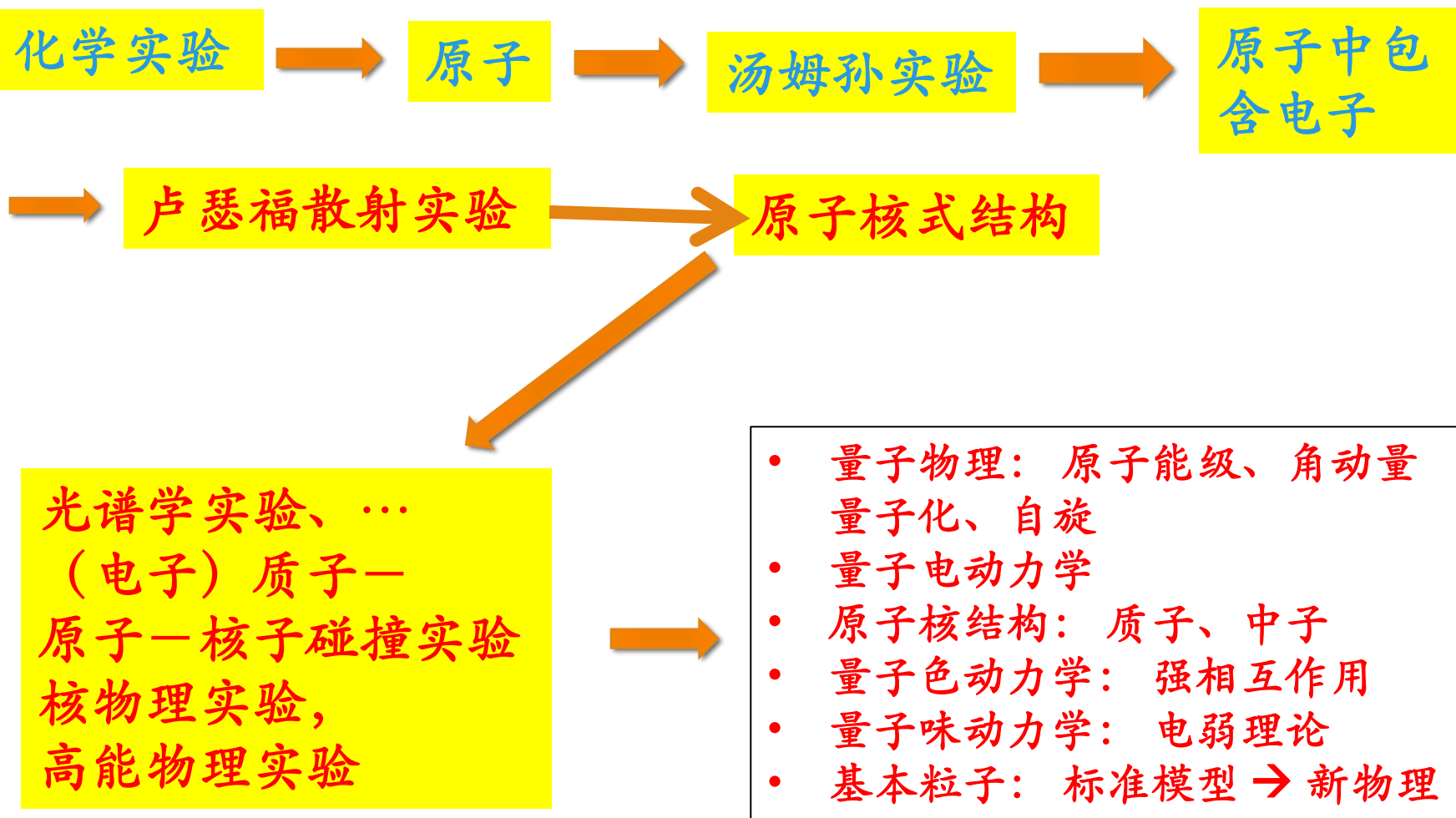
$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(e^+e^- \rightarrow e^+e^-) = \frac{\alpha^2}{8E^2} \left[\frac{1 + \cos^4(\theta/2)}{\sin^4(\theta/2)} - \frac{2\cos^4(\theta/2)}{\sin^2(\theta/2)} + \frac{1 + \cos^2(\theta/2)}{2} \right]$$

电子有结构，当正负电子无限接近时，电子的电荷是有分布的，
相当于在时空坐标对库仑势做如下修正：

$$\frac{1}{r} \rightarrow \frac{1}{r} (1 \pm e^{-\Lambda r})$$

Λ 越大相互作用越趋近库仑势，其结果越趋近于QED的预言，实验拟合结果对应的 Λ 最小值对应电子尺度的上限 $R=1/\Lambda$ ，目前实验来自CERN LEP实验给出： $R < 1.4 \times 10^{-19} \text{ m}$ Reference: hep-ex/0212036

物质结构的研究手段



困难

卢瑟福模型提出了原子的核式结构，在人们探索原子结构的历程中踏出了第一步，可是当我们进入原子内部准备考察电子的运动规律时，却发现了与已建立的物理规律不一致的现象。

1.原子的稳定性

经典物理学告诉我们，任何带电粒子在作加速运动的过程中都要以发射电磁波的方式放出能量，那么电子在绕核作加速运动的过程就会不断地向外发射电磁波而不断失去能量，以致轨道半径越来越小，最后湮没在原子核中，并导致原子坍缩。然而实验表明原子是相当稳定的。

2.原子的同一性

任何元素的原子都是确定的，某一元素的所有原子之间是无差别的，这种原子的同一性是经典的行星模型无法理解的。

3.原子的再生性

一个原子在同外来粒子相互作用以后，这个原子可以恢复到原来的状态，就象未曾发生过任何事情一样。原子的这种再生性，是卢瑟福模型所无法说明的。

原子线状光谱问题

4) 很难解释原子的线状光谱。

以氢原子为例,核外一个电子,电子圆周运动,向心力

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \quad (1)$$

电子圆周运动, 辐射电磁波, 按经典理论, 电子的辐射频率与圆周运动的频率相等, 即

$$f = \frac{v}{2\pi r} \quad (2)$$

由(1)求出速度 v , 并带入(2), 得到: $f = \frac{e^2}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 mr^3}}$

辐射频率是连续谱

结论: 核式模型得到了 α 粒子散射的支持, 但微观世界需进一步考虑, 因为它与经典图像冲突。

作业

杨福家《原子物理学》
28页习题：2,3,5,7