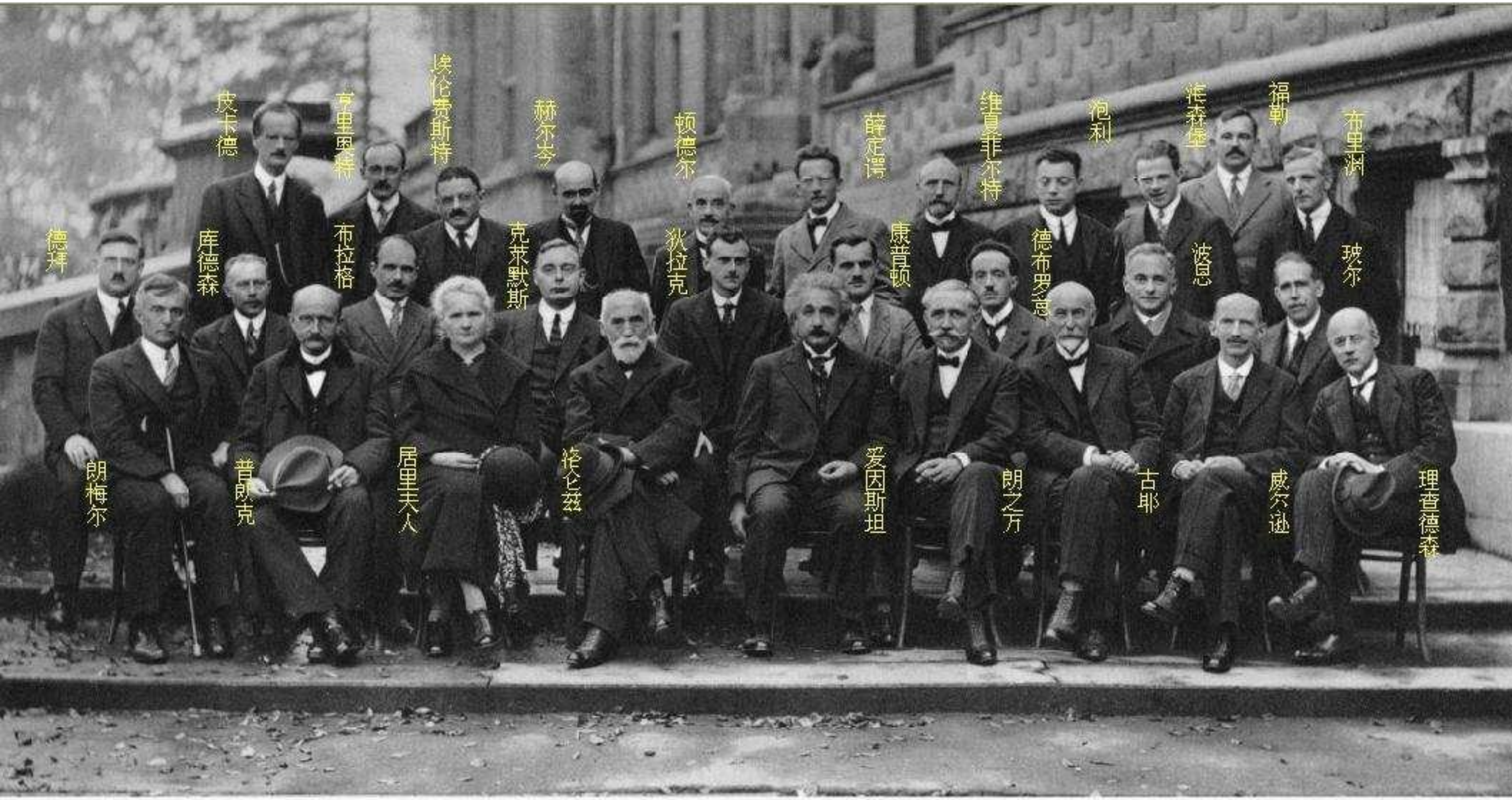
《原子物理学》

第二章　波尔的氢原子理论

上堂课内容小结

- 原子存在的证据
- 电子的发现
- 电子电荷的估计
- 卢瑟福散射实验的重要结果：发现大约1/8000的 α 粒子散射角度大于90º，有的甚至接近 180º ⇒ 提出了原子的核式结构模型
- 从经典力学出发推导库仑散射公式，进而推导卢瑟福散射公式，成功解释了α 粒子的大角度散射。
  - 卢瑟福公式是按经典物理导出，而在量子物理中仍然成立。在以后的‘原子的量子态’章节时将提到。
  - 微分散射截面 $$\sigma(\theta) \equiv \frac{d\sigma}{d\Omega} = (\frac{1}{4\pi\varepsilon_0})^2(\frac{Ze^2}{2E_k})^2\frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$$
- 卢瑟福核子结构的成功与局限性
  - **稳定性，同一性,再生性,线状光谱**

拍摄于1927年，在比利时布鲁塞尔召开的第五届索尔维会议



A. PICCARD E. HENRIOT P. EHRENFEST Ed. HERZEN Th. DE DONDER E. SCHRÖDINGER E. VERSCHAFFELT W. PAULI W. HEISENBERG R.H. FOWLER L. BRILLOUIN

P. DEBYE M. KNUDSEN W.L. BRAGG H.A. KRAMERS P.A.M. DIRAC A.H. COMPTON L. de BROGLIE M. BORN N. BOHR

I. LANGMUIR M. PLANCK Mme CURIE H.A. LORENTZ A. EINSTEIN P. LANGEVIN Ch.E. GUYE C.T.R. WILSON O.W. RICHARDSON

Absents : Sir W.H. BRAGG, H. DESLANDRES et E. VAN AUBEL

玻尔氢原子论的实验依据及相应唯象规律

- 卢瑟福散射实验—原子核式模型 —1911年
- 热辐射实验—黑体辐射—普朗克量子理论 — 1900 年
- 光电效应—爱因斯坦的辐射理论 — 1905年
- 氢原子光谱线系—原子光谱规律— 1885年
- 波尔氢原子模型 —1913年

背景知识

- 经典力学、 经典电磁场理论、 经典统计力学
- “在物理学晴朗天空的远处还有两朵小小的、令人不安的乌云” 1900，开尔文勋爵 Lord Kelvin (William Thomson)
  - “紫外灾难”， 经典理论得出的瑞利—金斯公式，在高频部分趋无穷。— 量子力学
  - “以太漂移”， 迈克尔逊—莫雷实验表明，不存在以太。— 相对论
- 最大困惑：广义相对论和量子论的统一

量子物理的起源

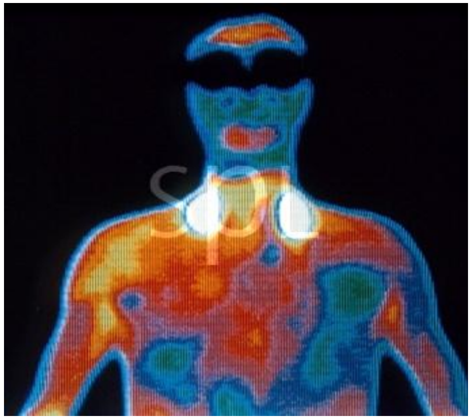
历史上，量子物理并不是因麦克斯韦方程组或牛顿定律不适用于解决原子层面上的问题而产生的，而是源于经典统计力学方面的难题，即计算来自热腔（heat cavity）在给定波长下的辐射强度。问题的最终解决方案，是在1900年由一位彻头彻尾的经典热力学家马克斯·普朗克（Max.Planck）完成的。

普朗克
1858-1947

普朗克量子理论

热辐射（ heat radiation ）

- 物体在任何温度下都要发射电磁波 ⇒ 热辐射
  - 热辐射波谱是连续谱
  - 注意：激光 、 日光灯(汞蒸气特定波长光)发光就不是热辐射
- 温度的微观物理图像（分子热运动）
- 温度与热辐射（分子热运动导致高层跃迁）
- 辐射电磁波的波长、强度与物体的温度有关，还与物体的性质表面形状有关
- 温度由低到高 ⇒ 辐射光的最可几波长由红到蓝到紫



Thermogram of man

热辐射与热吸收的描述

- 平衡热辐射：吸收的能量等于在同一时间内辐射的能量
  $\Rightarrow$ 温度恒定
- 辐射本领(辐射出射度)：物体辐射能量的能力 **能流**
  - 温度为T的物体，在单位时间内从单位表面积辐射出来的波长在λ -- λ +dλ之间的辐射能量为dE(λ,T)，则辐射本领

$$r(\lambda,T) = \frac{dE(\lambda,T)}{d\lambda}$$

- 总辐射本领：物体从单位面积上发射的所有各种波长的辐射总功率(SI unit: W/m2)

$$E(T) = \int dE(\lambda,T) = \int r(\lambda,T)d\lambda$$

- 吸收本领：入射到物体上的辐射，一部分被吸收，一部分被反射。吸收的辐射能与入射辐射能之比称为吸收本领 α(λ,T)。

基尔霍夫(Kirchhoff)定律

利用理想反射体封闭容器推导

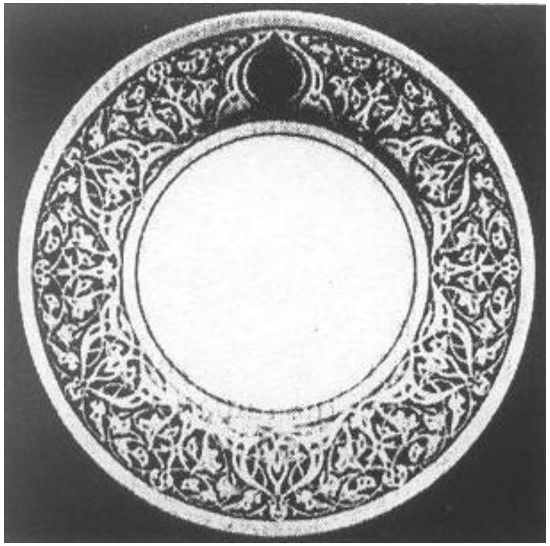
- 1859年：任何物体在同一温度T下的辐射本领$r(\lambda,T)$与吸收本领$\alpha(\lambda,T)$成正比，其比值只与λ和T有关与材料无关：

黑体的吸收本领为1

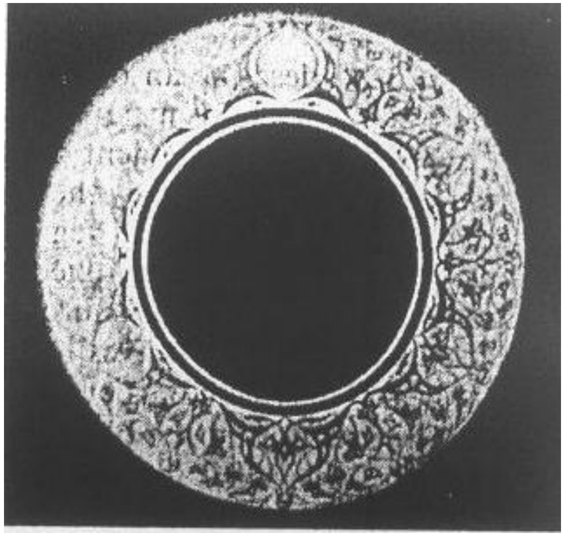
$$\frac{r_1(\lambda,T)}{\alpha_1(\lambda,T)}=\frac{r_2(\lambda,T)}{\alpha_2(\lambda,T)}=\cdots=r_0(\lambda,T)=\frac{c}{4}\rho(\lambda,T)$$

$\rho(\lambda,T)$ 为辐射的能量密度(Js/m^2)

- 一个好的发射体一定也是好的吸收体！



盘子在室温下的反射光照片

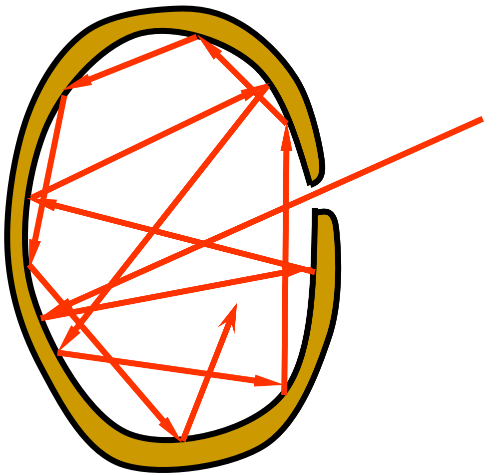


1100K的自身辐射光照片

黑体（black body）

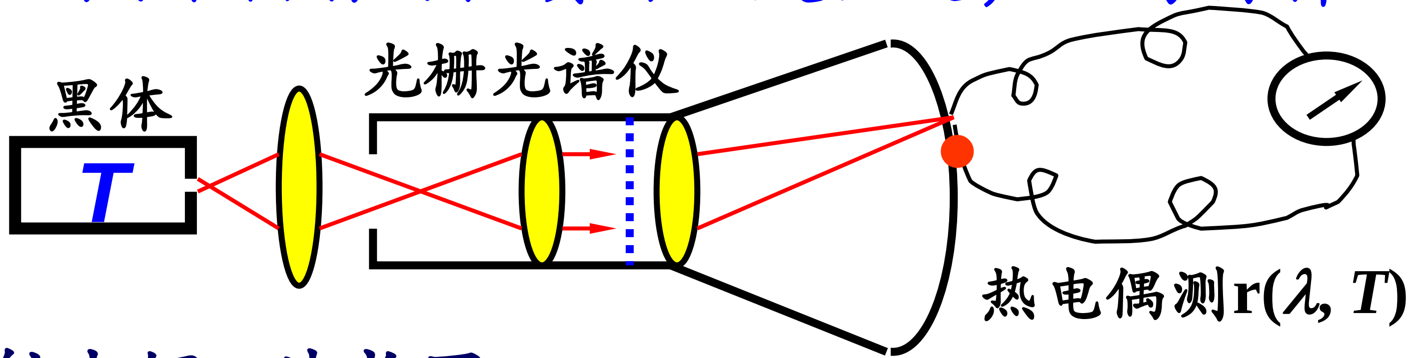
- 完全吸收各种波长电磁波而无反射的物体 $\Leftarrow \alpha(\lambda,T) = 1$，反射本领 = 0
- 理想化模型！即使是煤黑、黑珐琅对太阳光的α 也小于 99%
- 维恩（Wien）：一个在温度均匀的空腔壁上开的小孔可近似地视作黑体

黑体能吸收各种频率的电磁波，也能辐射各种频率的电磁波，即为黑体辐射

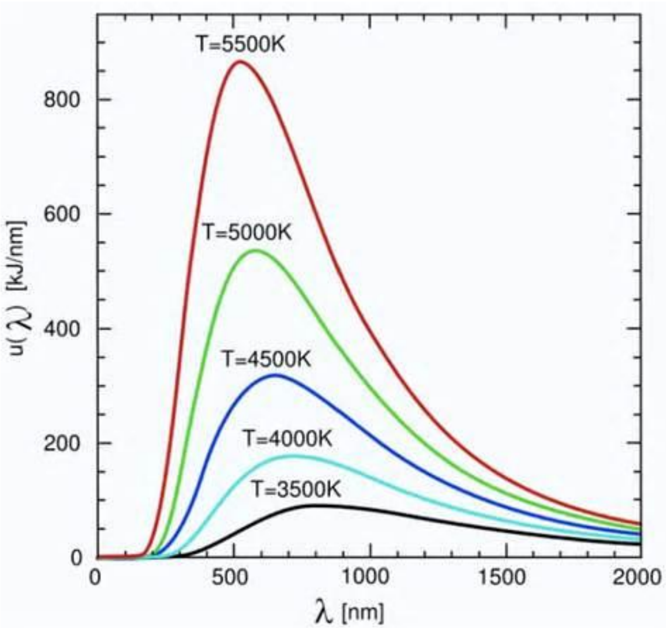


黑体辐射的基本规律

实验：黑体辐射的性质由温度决定，而与材料无关



- 辐射本领vs波长图
  - T↑，总辐射本领↑
  - T↑，辐射本领极大值的波长λ_m↓
- 上述规律也反映在二条定量实验规律中
  - Stefan – Boltzmann 定律
  - Wien位移定律

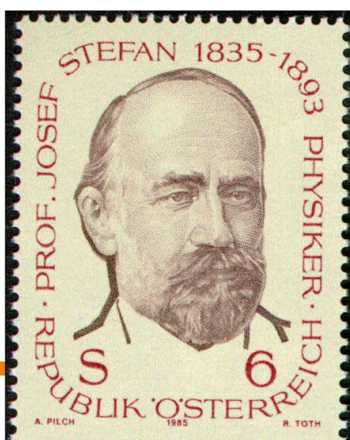


斯特藩-玻耳兹曼(Stefan – Boltzmann)定律

- 黑体的总辐射本领$E(T)$（每条曲线下的面积）与T^4成正比

$$E_0(T) = \sigma T^4$$

  - ○ σ=5.67×10^{-8} W/(m^{2}K^4)—— Stefan-Boltzmann常数
- 1879年斯特藩从实验上总结而得
- 1884年玻耳兹曼从理论上证明



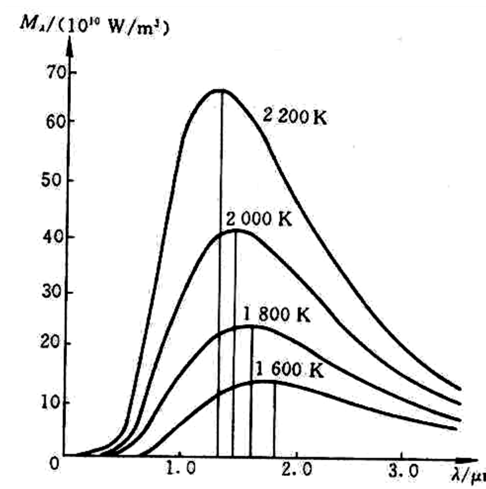


图 21-2

维恩（Wien）位移定律

W. Wien
1911年诺贝尔物理奖

- Wien displacement law
  - 黑体辐射中的极值波长λ_m与T的乘积为常数

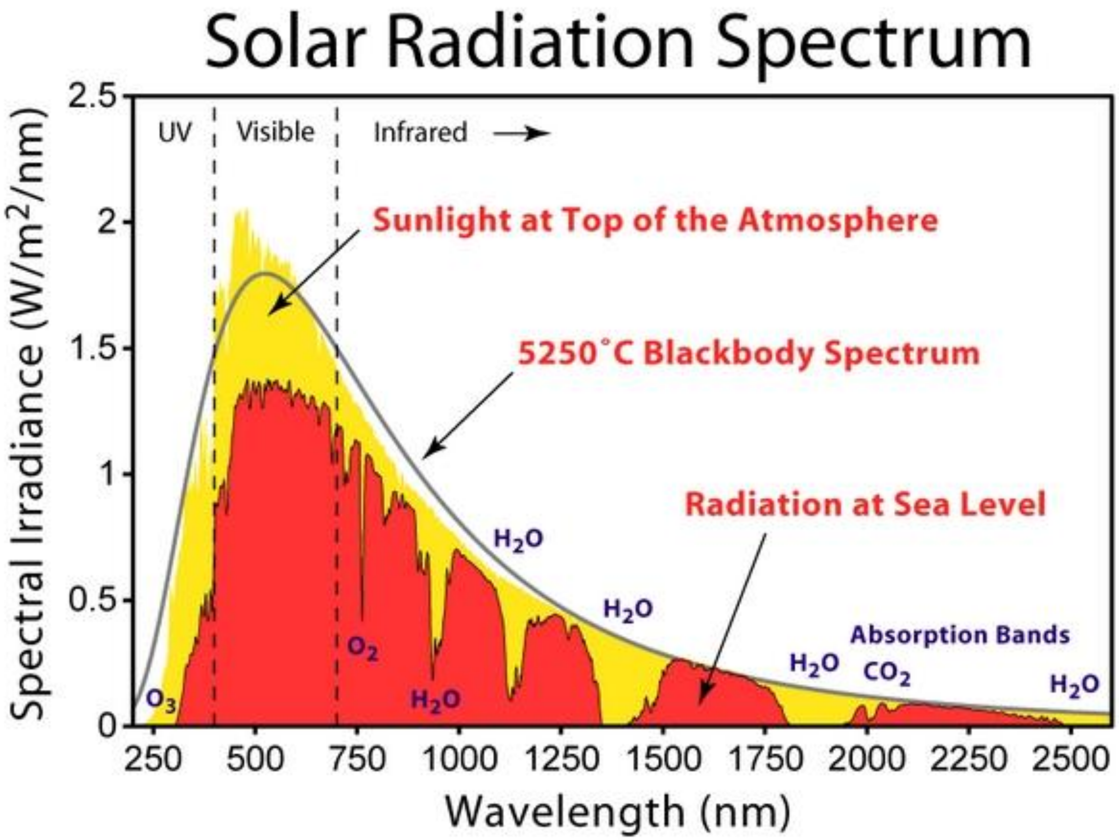
$$T\lambda_{\mathrm{m}} = b$$

  - Wien常数b= 2.898×10^{-3} m·K
- 若视太阳为黑体，测得 $\lambda_m = 510\,\mathrm{nm}$，定出

$$T_{表面} = 5700\mathrm{K}$$

- 地球单位面积受到太阳的热辐射是多少？
- 以上两个实验定律是遥感、高温测量和红外追踪等技术的物理基础。维恩因热辐射定律的发现1911年获诺贝尔物理学奖

太阳的辐射谱



生物效率最高！

太阳的辐射能来自中心处的热核反应，光如果走直线，2秒钟就可以到达太阳表面，但事实上因与物质散射，到达表面需要**近万年的时间**，这种因素使得太阳近似成为一个***维恩黑体***。

【例】太阳表面温度的估计

已知：$R_S = 7.0 \times 10^8$m，$R_{S\text{-}E} = 1.5 \times 10^{11}$m

地面上测量的太阳辐射功率为 1400 W/m²

解：假设太阳是一个黑体，由斯特藩—玻耳兹曼定律

$$E_{total}(R_S) = \sigma T^4$$

由能量守恒与球面波传播规律，有

$$E_{total}(R_S) 4\pi R_S^2 = E_{total}(R_{S-E}) 4\pi R_{S-E}^2$$

因此：

$$T = \left[\frac{E_{total}(R_{S-E}) R_{S-E}^2}{\sigma R_S^2} \right]^{1/4} = 5800K$$

人体辐射

- 人体表面积约为$2m^2$，温度33度左右波动，按照斯特潘-玻尔兹曼定律

$$E_0(T) = \sigma T^4$$

人体近似为黑体，α~0.98

可知体温为27度时，辐射功率为919W，体温为37度时，辐射功率为1047W；考虑到吸收功率，则27度为100W，37度为230W （灯泡：5-100W） 室温20度

- 可知人体一天辐射的总能量为2000千卡（27度），4600千卡（37度）

1卡=4. 2焦耳

- 油条+鸡蛋+豆浆~500千卡
- 长跑1小时~500千卡
- 热对流、体液蒸发等也是能量流失主要方式，占比约为1/3
- 环境的影响$p_{net} = A\sigma\epsilon(T^4 - T_0^4)$, 环境温度高，吸收热量，通过流汗带走（夏天流汗的原因）
- 根据维恩定律，人体辐射波长约为9500nm，属于远红外

$$T\lambda_{\mathrm{m}} = b$$

b= 2.898×10-3 m·K

红外夜视仪

(a)

(b)

铁血战士

FIGURE 41AB–1 (a) A hand-held night vision (b) a view at night using this device.

用经典理论推导黑体辐射分布曲线

- 维恩(Wein) 公式（非前面的维恩位移定律）
  - 1896年从热力学理论及实验数据的分析而得
  - 假定电磁波能量分布服从类似于经典的麦克斯韦速度分布律，可得辐射本领$r(\lambda,T)$:

$$r_0(\lambda,T)=C_1\lambda^{-5}e^{-C_2/\lambda T}$$

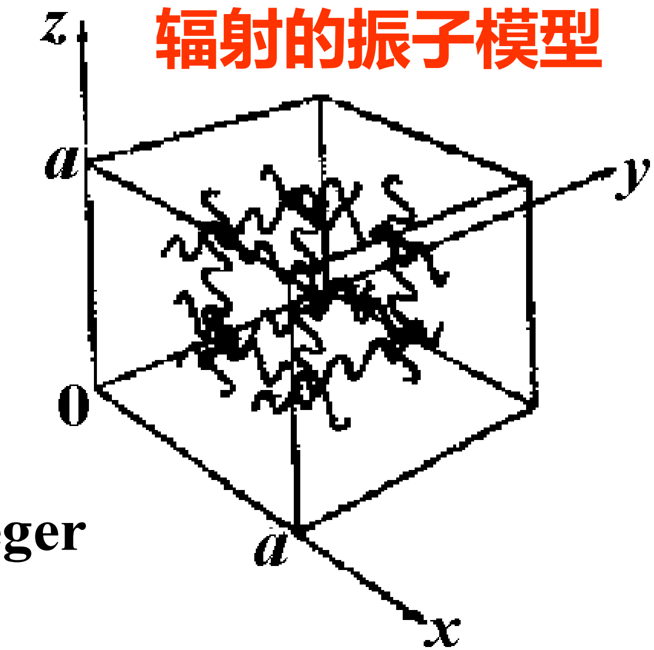
- 瑞利 — 金斯(Rayleigh-Jeans)公式
  - 1900年从经典电动力学和统计物理学理论（能量均分）推导而得
  - 从经典的能量均分定理出发，得到辐射本领$r(\lambda,T)$

$$r_0(\lambda, T) = 2\pi\lambda^{-4}kTc$$

瑞利 — 金斯公式的推导

电磁波光谱辐出度与光标能量密度的关系

$$M_\nu(T) = \frac{c}{4} w_\nu(T)$$



对一个立方盒子腔，其中电磁波

$$A_{\vec{k}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}+\omega t}, \qquad k = \omega / c = 2\pi\nu / c$$

满足驻波条件

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{a}\left(n_x, n_y, n_z\right), \quad n_x, n_y, n_z = \text{integer}$$

因此在 $k_x \to k_x + \mathrm{d}k_x, k_y \to k_y + \mathrm{d}k_y, k_z \to k_z + \mathrm{d}k_z$ **的驻波数目为**

$$2 \times \frac{a^3}{(2\pi)^3} \mathrm{d}k_x \mathrm{d}k_y \mathrm{d}k_z$$

电磁波是横波，两个自由度(有两个偏振方向)

$$2\times\frac{a^3}{(2\pi)^3}\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y\mathrm{d}k_z\rightarrow\frac{2a^3}{(2\pi)^3}k^2\mathrm{d}k\cdot4\pi$$

腔体内的驻波数密度

$$k=2\pi\nu/c$$

$$n_\nu\mathrm{d}\nu=\frac{8\pi}{(2\pi)^3}\left(\frac{2\pi\nu}{c}\right)^2\left(\frac{2\pi}{c}\right)\mathrm{d}\nu=\frac{8\pi}{c^3}\nu^2\mathrm{d}\nu$$

根据经典统计物理，每一个振动自由度在系统平衡态时的平均能量是 kT

能量密度 $$w_\nu(T)\mathrm{d}\nu=\frac{8\pi}{c^3}\nu^2kT\mathrm{d}\nu$$

辐射本领（辐出度）$r(\nu,T)$ $$=\frac{c}{4}w_\nu(T)=\frac{2\pi\nu^2}{c^2}kT$$

$$R(\lambda,T)=\frac{c}{\lambda^2}R(\nu,T)\quad ==> \quad r_0(\lambda,T)=2\pi\lambda^{-4}kTc$$

• Rayleigh—Jeans （瑞利－金斯）公式

1900年从经典电动力学和统计物理学理论(能量均分)推导而得电磁波驻波模式数(运动自由度数)

用玻耳兹曼分布律计算的能量平均值为

$$\bar{\varepsilon}=\frac{\int_0^\infty \varepsilon\exp(-\frac{\varepsilon}{kT})\mathrm{d}\varepsilon}{\int_0^\infty \exp(-\frac{\varepsilon}{kT})\mathrm{d}\varepsilon}=kT$$

能量密度：

$$E(\nu,T)=\frac{8\pi\nu^2}{c^3}kT$$

$$k=1.380658\times10^{-23}J\cdot K^{-1}$$

该公式在低频段与实验曲线符合得很好。

$$R(\lambda,T)=\frac{c}{\lambda^2}R(\nu,T)$$

瑞利

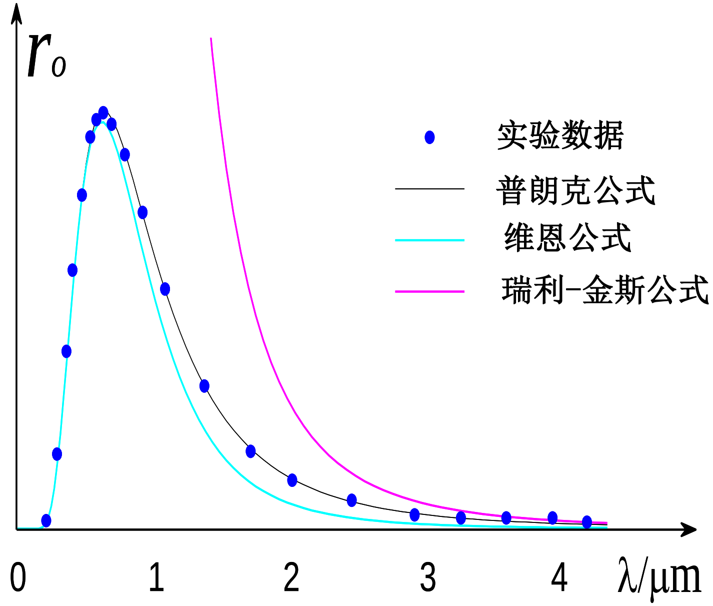
1904年诺贝尔物理学奖获得者

——瑞利男爵

- 英国人
- 卡文迪许教授
- Lord Rayleigh
- 原名：R.J.Strutt
- 1842-1919
- 氩的发现

黑体辐射的理论与实验结果的比较

- 从波长空间转到频率空间： $\nu = c / \lambda$



- 维恩公式在低频段，偏离实验曲线
- 瑞利—金斯公式在高频段(紫外区)与实验明显不符，短波极限为无限大——ultraviolet catastrophe “紫外灾难”！
- “物理学晴朗天空中的一朵乌云!”

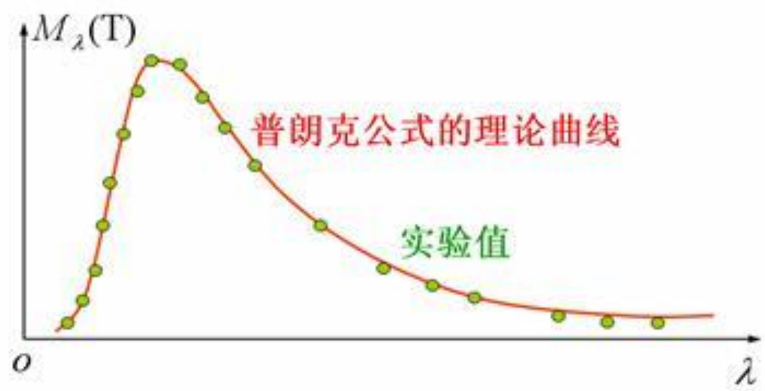
普朗克黑体辐射公式

- 1900.10.7实验物理学家鲁本斯（Rubens）给普朗克带来了热辐射理论与实验比较的信息。当晚普朗克就用内差法搞出了一个公式，使得在短波和长波波段的分布曲线分别与Wein公式和Rayleigh—Jeans公式一致：

$$r_0(\lambda,T)=\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/kT\lambda}-1}$$

Max Karl Ernst Ludwig Planck, (1858—1947)德国物理学家，量子物理学的开创者和奠基人。获1918年Nobel Prize

其结果在全波段都与实验惊人地符合!



两个月后，普朗克对这个公式提出了理论解释

能量的量子化

Rubens得到普朗克公式后，当天就把它与Lummer和Pringsheim当时测量的最精确的实验结果进行核对，结果发现，两者以惊人的精确性相符合，鲁本斯第二天就把喜讯告诉了普朗克，使他决心“不惜一切代价找到一个理论的解释”，两个月后…

黑体辐射的普朗克公式在刚开始提出的时候是非常抽象的。为此，他假设黑体的内壁是由成千上万个谐振器（resonator）组成，各自在不同频率段下振荡。为了符合实验结果，普朗克做出了革命性的假设

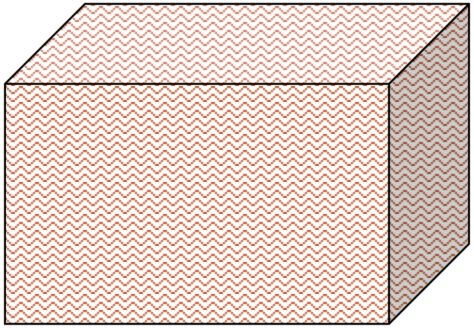
$$E_{resonator} = nh\nu \quad (n = 1, 2, 3 ...)$$

因此，谐振器的能量最小变化为

$$\Delta E = h\nu$$

普朗克的能量子假说

- 经典理论：黑体空腔内的热平衡辐射由一系列不同频率的驻波组成，空腔中的电磁波能量分布可等效为一系列频率的简谐振子的能量分布。
  - 振子的能量取“连续值”，维恩公式和瑞利—金斯公式都基于这一假设



黑体内的驻波

- 普朗克假设：振子振动的能量是不连续的，只能取最小能量 ε_0 的整数倍 $\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, \ldots, n\varepsilon_0$ 对一定频率的电磁波，物体只能以 hν为单位吸收或发射它，即吸收或发射电磁波只能以“量子”方式进行，每一份能量 叫一能量子。
  - $\varepsilon_0 = h\nu$同振子的频率成正比，称为能量子，
  - 其中$h = 6.6260755 \times 10^{-34}$ J·s称为Planck常数
  - 辐射能量密度

$$\rho(\upsilon) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\upsilon^3}{e^{h\upsilon/k_B T} - 1}$$

普朗克能量子的物理图像

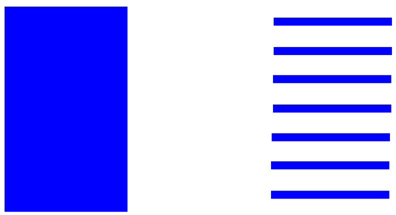
计算每个振动自由度的平均能量

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu e^{-nh\nu/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/kT}} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

单位体积单位频率密度

$$n_0(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

能量



经典　　量子

可以得到黑体辐射公式

$$r_0(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^4}\bar{\varepsilon} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/kT\lambda} - 1}$$

λ很小　$e^{hc/kT\lambda} >> 1 \Rightarrow r_0(\lambda, T) = C_1\lambda^{-5}e^{-C_2/\lambda T}$　**Wein**

λ很大　$e^{hc/kT\lambda} - 1 \approx \frac{\mathrm{hc}}{\mathrm{kT}\lambda} \Rightarrow r_0(\lambda, T) = 2\pi\lambda^{-4}kTc$　**R-J**

普朗克的能量子(energy quanta)

$$\boxed{\varepsilon_0 = h\nu}$$

Planck (1858-1947)

在Göttingen‘s grave yards 的墓碑上刻了:

MAX PLANCK

$$h = 6.62 \times 10^{-27}\ \text{erg}\cdot\text{s}$$

普朗克的能量子

- 从时间上看，量子物理，尤其是能量的量子化最先是在关于黑体辐射问题的热力学及统计力学研究中产生的（例如，1900年普朗克的谐振器能量的量子化假设）。尽管普朗克给出了量子化的电磁波表达式，但是并没有将电磁波量子化。
- 真正推动量子物理的发展，却是与研究光的量子理论紧密相关。尤其是在1905年，由爱因斯坦提出光量子学说开始的研究。

玻尔氢原子论的实验依据及相应唯象规律

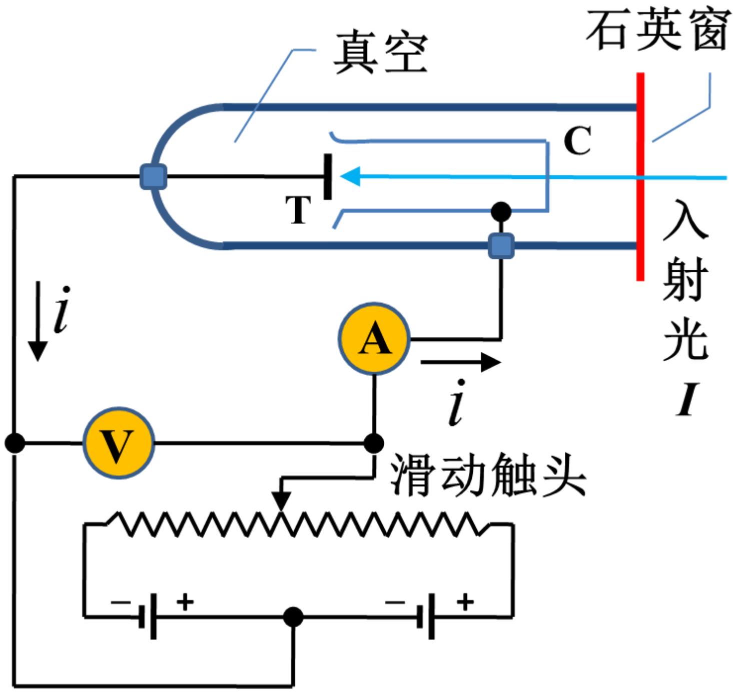
- 卢瑟福散射实验—原子核式模型 —1911年
- 热辐射实验—黑体辐射—普朗克量子理论 — 1900 年
- 光电效应—爱因斯坦的辐射理论 — 1905年
- 氢原子光谱线系—原子光谱规律— 1885年
- 波尔氢原子模型 —1913年

光子的引入与光电效应

光电效应

- 光电效应：光照射某些金属时，能从表面释放出电子的效应。
- 光电效应中产生的电子称为“光电子”
- 光电效应引起的现象是赫兹在1887年发现的，当1896年汤姆孙发现了电子之后，勒纳德才证明了所发出的带电粒子是电子。

光电效应实验



- 实验装置
  - 光照射至金属表面，电子从金属表面逸出， 称其为光电子。
- 实验规律
  - 截止频率（红限）ν_0
  - 仅当 $\nu > \nu_0$ 才发生光电效应，截止频率与材料有关，与光强无关。

纯金属的截止频率

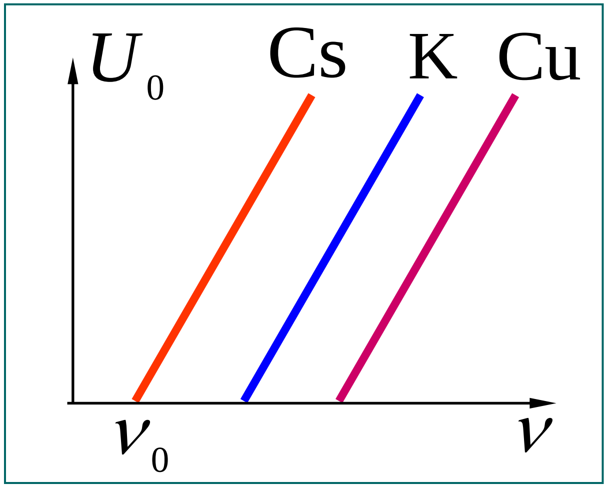
金属	铯	钠	锌	铱	铂
截止频率 $\nu_0 / 10^{14}\,\mathrm{Hz}$	4.545	5.50	8.065	11.53	19.29

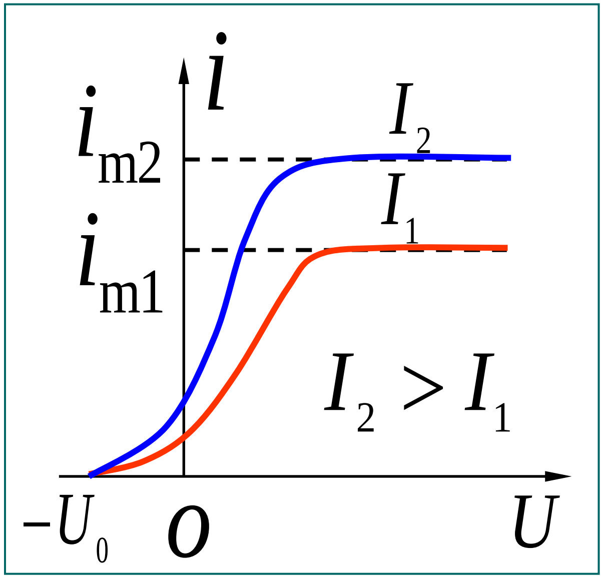
光电效应实验的规律

- 遏止电压U_0

$$eU_0 = E_{\mathrm{k\,max}}$$

  - Millikan花了十年测量光电效应，得到了遏止电压U_0和光子频率ν的严格线性关系
  - 遏止电压U_0与光强无关
- 瞬时性
  - 当光照射到金属表面上时，几乎立即就有光电子逸出
- 电流饱和值i_m　$i_\mathrm{m} \propto I$（光强）





经典理论遇到的困难

- 经典电磁波的物理图像?
- 红限问题
  - 按经典理论,无论何种频率的入射光，只要其强度足够大，就能使电子具有足够的能量逸出金属。与实验结果不符。
- 瞬时性问题
  - 按经典理论，电子逸出金属所需的能量，需要有一定的时间来积累，一直积累到足以使电子逸出金属表面为止.与实验结果不符 .经典的驰豫时间50min，光电效应的不超过1ns。

“光量子”假设

爱因斯坦对实验现象的解释

- “光量子”假设 $\Rightarrow$ 光子能量：$\varepsilon = h\nu$
- 爱因斯坦方程

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + W$$

逸出功与材料有关

- 对同一种金属，W一定，动能$E_K \propto \nu$，与光强无关
- 几种金属的逸出功

金属	钠	铝	锌	铜	银	铂
W/eV	2.28	4.08	4.31	4.70	4.73	6.35

爱因斯坦对实验现象的解释

爱因斯坦方程 $h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + W$

- 逸出功 $W = h\nu_0$
- 产生光电效应条件条件$\nu > \nu_0 = W/h$（截止频率）
- 光强越大，光子数目越多，即单位时间内产生光电子数目越多，光电流越大。（$\nu > \nu_0$）
- 光子射至金属表面，一个光子携带的能量$h\nu$将一次性被一个电子吸收，若$\nu > \nu_0$，电子立即逸出，无需时间积累（瞬时性）
- 爱因斯坦1921年获得了诺贝尔物理学奖