

原子物理题目

柳东辰

Question1:

X 射线、荧光探针、半衰期分析等技术经常被应用于生物研究中。已知研究人员在野外新发现了一种谷类植物，并且获取了该植物的种子样本。现在要对种子样本进行一系列的分析，以观察其是否具有农业价值。

(1) 首先使用 X 射线技术对种子结构进行扫描分析，观察其是否存在缺陷。使用铜 K_{α} 线 ($\lambda=0.154\text{nm}$) 对种子某处结构进行衍射实验，并在 30° 衍射角处观察到二级衍射极大值，那么该处晶面间距为多少？

(2) 进行结构分析之后，提取种子的细胞样本，利用荧光探针技术检测其体内是否存在潜在病原体。荧光探针发光的根本在于整个荧光分子团的能级跃迁，其在回归基态时会向外放出能量。假设此时放出的能量恰好使其附近的氢原子发生定态跃迁，使其从第一能级跃迁到第四能级。如果使含有与这些能量相同动能的 α 粒子与金核进行散射实验，那么在 60° 处，微分截面为多大？

(3) 除了对植物本身进行分析，还需要研究一下它的进化历程或者亲缘物种等，先前已经获取到可能与其具有亲缘关系的植物化石。已知活着的有机体中 ^{12}C 和 ^{14}C 的比与大气中相同，有机体死亡之后，由于 ^{14}C 的放射性衰变，其含量不断减少。已知 ^{14}C 的半衰期 $T_{\frac{1}{2}}$ 为 5730 年，并测得该植物化石中核数 N_0 为 5×10^{12} 的 ^{14}C 的 β 放射性活度 A 为 300 次/分钟，那么该化石已经有多久的历史？($A_0 = \lambda N_0 = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} N_0$, 衰变时间 $t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{A_0}{A}$)

Answer1:

(1) 由布拉格衍射公式可知: $n\lambda = 2d \sin \theta$

$$\because \sin \theta = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, n=2, \lambda = 0.154\text{nm}$$

$$\therefore d = \frac{n\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{2 \times 0.154}{2 \times \frac{1}{2}} = 0.308\text{nm}$$

该处晶面的间距为 0.308nm。

(2) 氢原子由 $n=1$ 跃迁至 $n=4$

$$\because E_n = -hcR \frac{Z^2}{n^2} = \frac{E_1}{n^2}, \Delta E = E_4 - E_1$$

$$\therefore \Delta E = (1 - \frac{1}{4^2})E_1 = \frac{15}{16} \times 13.6\text{eV} = 12.75\text{eV}$$

$$\because \sigma(\theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega} = (\frac{1}{4\pi\epsilon_0})^2 (\frac{Ze^2}{2E_k})^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

$$\therefore \sigma(\theta) = (\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0})^2 (\frac{79}{2 \times 12.75\text{eV}})^2 \times 16 = 16 \times (1.44\text{fm} \cdot \text{MeV})^2 \times (\frac{79}{2 \times 12.75\text{eV}})^2 = 3.19 \times 10^{12}\text{barn}$$

微分截面大小为 $3.19 \times 10^{12}\text{barn}$ 。

(3) 半衰期为 5730 年

$$\because A_0 = \lambda N_0 = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} N_0$$

$$\therefore \lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{0.693}{5730 \times 365 \times 24 \times 3600} = 3.835 \times 10^{-12}\text{s}^{-1}$$

$$\because A = 300/\text{min} = 5/\text{s}$$

$$\therefore t = \frac{5730 \ln \frac{3.835 \times 10^{-12} \times 5 \times 10^{12}}{5}}{0.693} = \frac{5730 \times 1.34}{0.693} = 11080 \text{ 年}$$

该植物化石已有 11080 年的历史。

Question2:

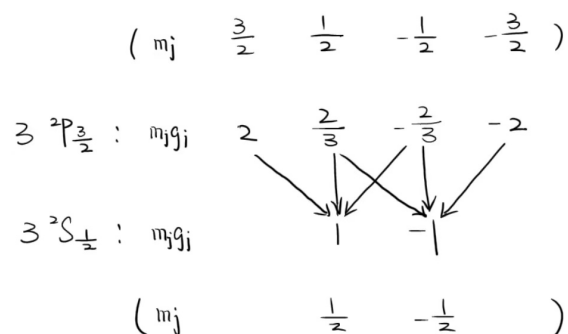
弱外磁场条件下，钠双线 $3^2P_{\frac{3}{2}}$ 向 $3^2S_{\frac{1}{2}}$ 跃迁，结合选择定则画出其格罗春图，并指出其应该分裂为几条谱线。

Answer2:

对于 $3^2P_{\frac{3}{2}}$: $g_j = 1 + \frac{\frac{3}{2} \times \frac{5}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} - 1 \times 2}{2 \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$; $m_j = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$; $m_j g_j = 2, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, -2$

对于 $3^2S_{\frac{1}{2}}$: $g_j = 1 + \frac{\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} - 0}{2 \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}} = 2$; $m_j = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$; $m_j g_j = 1, -1$

\therefore 格罗春图为:



最终分裂为 6 条谱线。