

# 原子物理考试题

## 第一问：态归一性与期望能量计算

已知系统的量子态为：

$$|\psi\rangle = \cos\theta |0\rangle + \sin\theta |1\rangle, \quad \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

### (1) 态归一性验证

量子态归一的条件为：

$$\langle\psi|\psi\rangle = 1$$

计算：

$$\begin{aligned}\langle\psi|\psi\rangle &= (\cos\theta \langle 0| + \sin\theta \langle 1|)(\cos\theta |0\rangle + \sin\theta |1\rangle) \\ &= \cos^2\theta \langle 0|0\rangle + \cos\theta \sin\theta \langle 0|1\rangle + \sin\theta \cos\theta \langle 1|0\rangle + \sin^2\theta \langle 1|1\rangle \\ &= \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1\end{aligned}$$

因此，该态是归一化的。

## 第二问：测量能量与概率计算

测量算符为哈密顿量：

$$\hat{H} = E_0 |0\rangle \langle 0| + E_1 |1\rangle \langle 1|$$

其中能量本征值为：

$$E_0 = -13.6 \text{ eV}, \quad E_1 = -3.4 \text{ eV}$$

### (1) 测量结果与概率

测量能量的可能结果为系统处于  $|0\rangle$  或  $|1\rangle$  状态时的能量，即：

- 测得  $E_0$ ：概率为  $|\langle 0|\psi\rangle|^2 = \cos^2\theta$
- 测得  $E_1$ ：概率为  $|\langle 1|\psi\rangle|^2 = \sin^2\theta$

$$P(E_0) = \cos^2\theta, \quad P(E_1) = \sin^2\theta$$