

原子物理学

第四章 习题课

陶军全

邮箱: taojq@mail.ihep.ac.cn

- 1) 期中考试时间: **2025年5月11日 (周日) 上午09:00-11:00**
- 2) 根据学校统一放假安排, 五一劳动节期间本科教学安排如下:
劳动节2025年5月1日至5月5日放假停课, **4月27日 (周日) 补5月5日 (周一) 的课。**

第四章 原子的精细结构-电子自旋

第四章 原子的精细结构:电子的自旋	151
§ 18 原子中电子轨道运动的磁矩	151
经典表示式 量子表示式 角动量取向量子化	
§ 19 施特恩-盖拉赫实验	155
§ 20 电子自旋的假设	158
乌仑贝克与古兹米特提出电子自旋假设 朗德 g 因子 单电子的 g 因子 表达式 施特恩-盖拉赫实验的解释	
§ 21 碱金属双线	164
碱金属谱线的精细结构:定性考虑 自旋-轨道相互作用:精细结构的定量 考虑 补注:原子内部磁场的估计	
§ 22 塞曼效应	171
正常塞曼效应 塞曼谱线的偏振特性 反常塞曼效应 * 补注一:格罗春图 * 补注二:帕邢-巴克效应 * 补注三:斯塔克效应 * 补注四:运动电场 结语	
* § 23 氢原子能谱研究进展	190
玻尔、索末菲、海森伯、狄拉克和兰姆 兰姆移位 双光子跃迁	
小结	200
附录 4A 偶极矩	201
附录 4B 磁共振	203

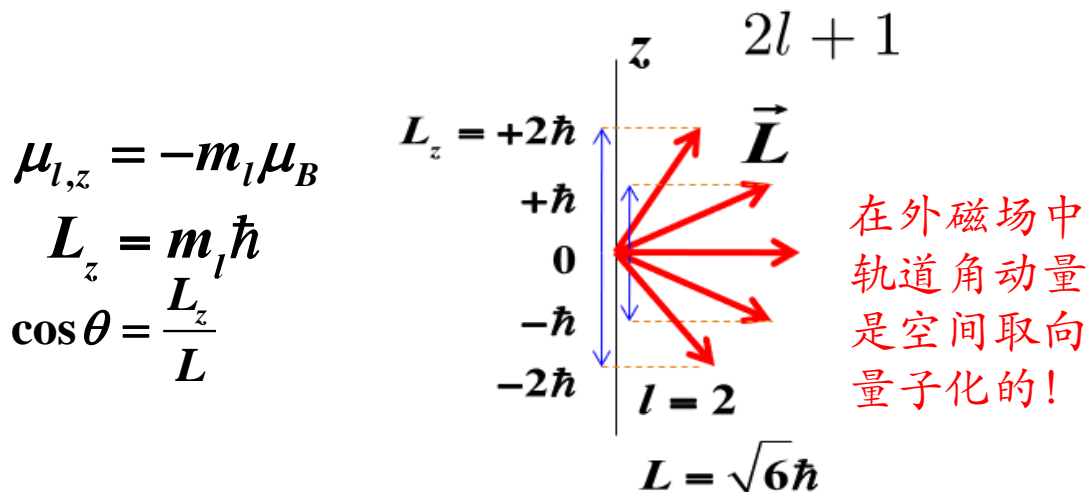
本章小结

- 一个假设-电子的自旋（粒子的内禀属性）
- 三个主要实验: 确立电子自旋
 - 史特恩-盖拉赫实验: 在外加非均匀磁场情况下原子束的分裂;
 - 碱金属双线: 在无外磁场情况下的谱线分裂;
 - 塞曼效应: 在外加均匀磁场情况下的谱线分裂;
- 四个描述原子核外电子状态的量子数 (n, l, m_l, m_s) 或者 (n, l, j, m_j)

第四章 原子的精细结构-电子自旋

- 电子轨道运动的磁矩
- 施特恩—盖拉赫实验
- 电子的自旋假设
- 原子光谱的精细结构：
碱金属双线
- 赛曼效应

✓ 轨道磁矩测量手段: 将原子置于在磁场中，取磁场的方向为 z 轴，分别测它们在 z 轴的投影



- ✓ 轨道磁矩量子化: 磁矩算符对波函数求平均值可以得到量子的磁矩
- ✓ 经典理论给出的轨道磁矩: $\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}$ 电子轨道运动的磁矩与轨道角动量反向
- ✓ 量子理论给出的轨道磁矩:

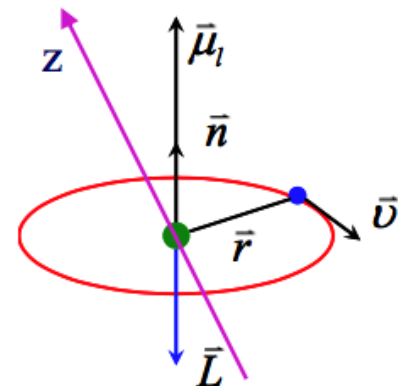
$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}$$

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$$

$$\vec{\mu}_l = -\frac{e\hbar}{2m_e} \frac{\vec{L}}{\hbar} = -\frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L}$$

玻尔磁子: $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = \frac{c}{2} \alpha(ea_1) = 0.5788 \times 10^{-4} \text{eV} \cdot \text{T}^{-1}$

磁相互作用 $B_m \mu_B$ 比电相互作用 $E_m e a_1$ 之比为 $\alpha/2$, 小两个量级



$$\mu_{l,z} = -\frac{\mu_B}{\hbar} L_z = -m_l \mu_B$$

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$$

轨道磁矩也是量子化的!
空间取向量子化: 共 $2l+1$ 个!

第四章 原子的精细结构-电子自旋

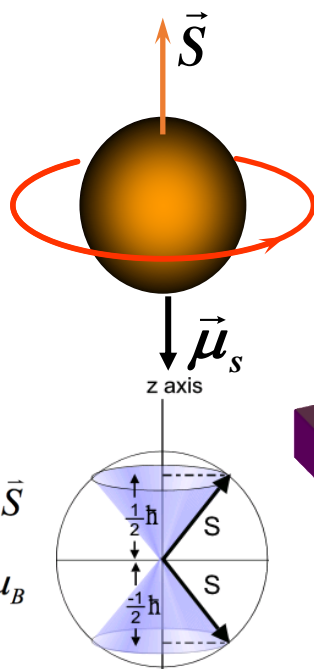
- 电子轨道运动的磁矩
- 施特恩-盖拉赫实验
- 电子的自旋假设
- 原子光谱的精细结构：
碱金属双线
- 赛曼效应

1925年，荷兰的乌伦贝克和古兹米特提出了大胆的**电子自旋假设**

电子一方面绕原子核转动（相应**轨道角动量**）；另一方面电子**不是质点**，有自转，有固有的**自旋角动量**和相应的**自旋磁矩**

$$\begin{aligned} \vec{L}^2 &= l(l+1)\hbar^2 & L_z &= m_l \hbar \\ \vec{S}^2 &= s(s+1)\hbar^2 & s &= 1/2 \\ S_z &= m_s \hbar & m_s &= 1/2, -1/2 \end{aligned}$$

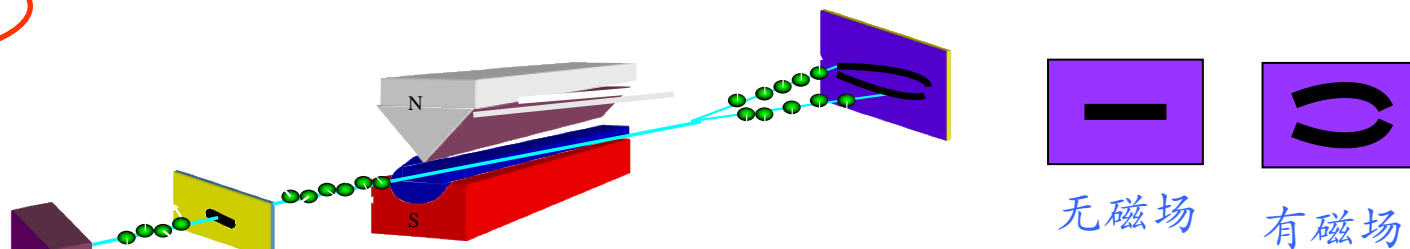
$$\begin{aligned} \vec{\mu}_s &= -\frac{g_s \mu_B}{\hbar} \vec{S} \\ \mu_{sz} &= -m_s g_s \mu_B \\ g_s &= 2 \end{aligned}$$



- ✓ 1922年为验证**角动量空间量子化**而进行的实验
- ✓ 实验主要显示的是基态原子的**角动量**和**磁矩**
- ✓ 实验证明了原子具有**磁矩**，磁矩的数值和取向是量子化的，同时也证明了轨道角动量空间取向也是量子化的
- ✓ 屏上的条数应当是 $2l+1$ ，而 l 为整数，但只能看到**偶数条**？不符合空间量子化理论的预言！难道存在 $l = \frac{1}{2}$ ？

施特恩-盖拉赫实验 \Rightarrow 偶数条劈裂细痕

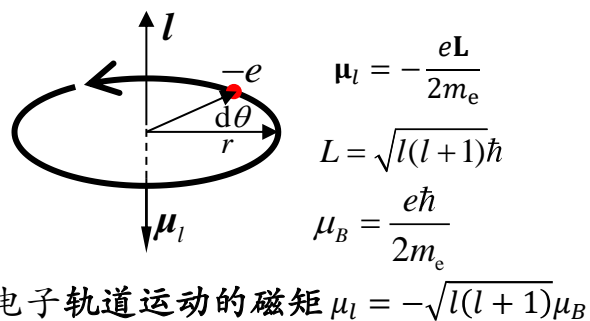
- ✓ 原子的空间量子化理论不完整！



如果只考虑原子的**轨道角动量**，屏上斑纹的条数应当是 $2l+1$ 。**银原子基态** $l=0$ ，故应为 1 条斑纹。

第四章 原子的精细结构-电子自旋

- 电子轨道运动的磁矩
- 施特恩—盖拉赫实验
- 电子的自旋假设
- 原子光谱的精细结构：
碱金属双线
- 赛曼效应



电子自旋磁矩

$$\mu_s = -2\sqrt{s(s+1)}\mu_B = -\sqrt{3}\mu_B$$

$$\mu_{s,z} = -2m_s\mu_B = \pm\mu_B$$

- ✓ 1928年, Dirac从量子力学的基本方程出发, 很自然地导出了电子自旋的性质, 为这个假设提供了理论依据。
- ✓ 电子自旋是电子的内禀属性, 就像质量、电荷
- ✓ 自旋角动量与自旋磁矩关系满足

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m_e}\vec{S} \quad |\vec{\mu}_s| = \frac{e}{m_e}\sqrt{s(s+1)}\hbar = 2\sqrt{s(s+1)}\mu_B$$

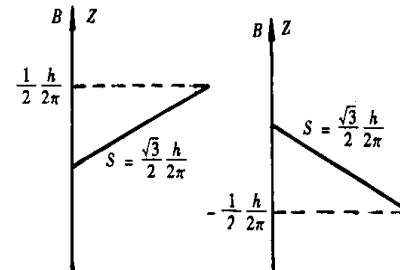


图 3.3.3 电子自旋在 Z 轴投影

✓ 原子的磁矩 = 电子轨道运动的磁矩 + 电子自旋运动磁矩 + 核磁矩

✓ 电子的运动: 轨道(L)与自旋(S)耦合

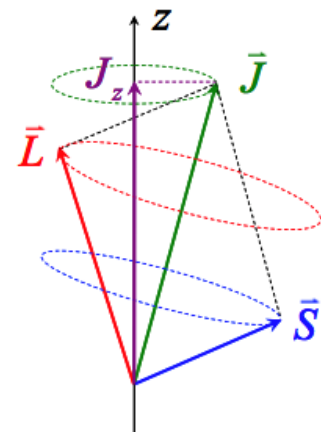
轨道角动量: $L = \sqrt{l(l+1)}\frac{h}{2\pi} \quad l = 0, 1, 2 \dots n-1$

自旋角动量: $S = \sqrt{s(s+1)}\frac{h}{2\pi} \quad s = \frac{1}{2}$

总角动量 (矢量相加): $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad J = \sqrt{j(j+1)}\frac{h}{2\pi}$

$j = l + s, l + s - 1, \dots, |l - s|$

当 $l > s$ 时, 共 $2s + 1$ 个值
当 $l < s$ 时, 共 $2l + 1$ 个值



自旋-轨道耦合

✓ g-朗德因子: 磁矩与角动量的比值

总角动量 $\mu_j = -g_j \frac{e}{2m_e} \vec{j}$ $g_j = ?$

原子的有效磁矩 $\vec{\mu}_{eff}$ 为总磁矩 $\vec{\mu}$ 在 \vec{J} 反方向的分量

$$\mu_{eff} = -\frac{\mu_B}{\hbar} (\vec{L} + 2\vec{S}) \cdot \frac{(\vec{L} + \vec{S})}{|\vec{J}|}$$

$$\vec{\mu}_{eff} = -g_j \mu_B \frac{\vec{j}}{\hbar} = -g_j \sqrt{j(j+1)} \mu_B,$$

$$\mu_{eff,z} = -m_j g_j \mu_B$$

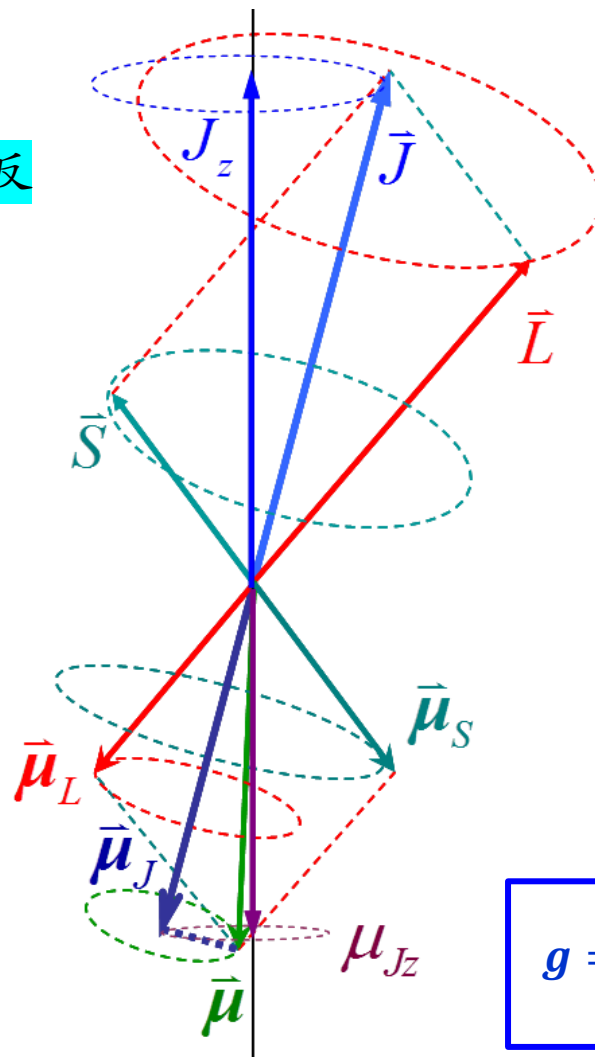
$$g_j = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{s(s+1) - l(l+1)}{j(j+1)} \right)$$

朗德因子只适用于弱外磁场的情形

只考虑轨道角动量时: $g_j = g_l = 1$

只考虑自旋时: $g_j = g_s = 2$

$$g = \frac{\text{测量到的 } \mu_z, \text{ 以 } \mu_B \text{ 为单位}}{\text{角动量在 } z \text{ 方向的投影, 以 } \hbar \text{ 为单位}}$$



✓ 多电子原子的总磁矩和有效磁矩

- 原子的磁矩 \equiv 电子的轨道磁矩 + 电子的自旋磁矩

总轨道磁矩:

$$\vec{\mu}_l = \sum_i \vec{\mu}_{li} = -\frac{e}{2m} \sum_i \vec{L}_i = -\frac{e}{2m} \vec{L}$$

总自旋角动量: $\vec{S} = \sum_i \vec{S}_i$

总自旋磁矩:

$$\vec{\mu}_s = \sum_i \vec{\mu}_{si} = -\frac{e}{m} \sum_i \vec{S}_i = -\frac{e}{m} \vec{S}$$

总角动量: $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$

L-S耦合法

总磁矩:

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_l + \vec{\mu}_s = -\frac{e}{2m} (\vec{L} + 2\vec{S}) = -\frac{e}{2m} (\vec{J} + \vec{S})$$

$$g = 1 + \frac{J^2 - L^2 + S^2}{2J^2} = 1 + \frac{j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)}{2j(j+1)}$$

原子状态的表达式: $2S+1 L_J$

第四章 原子的精细结构-电子自旋

- 电子轨道运动的磁矩
- 施特恩-盖拉赫实验
- 电子的自旋假设
- 原子光谱的精细结构：
碱金属双线
- 赛曼效应

电子轨道磁矩和自旋磁矩的耦合是造成光谱的精细结构主要因素

➤ 施特恩-盖拉赫实验的解释

- ✓ 具有磁矩的原子在磁场中要受到力和力矩的作用

$$F_z = \mu_j \frac{\partial B}{\partial z} \cos \theta = \mu_{jz} \frac{\partial B}{\partial z} \quad \mu_{jz} = -g_s m_j \mu_B$$

$$m_j = j, j-1, \dots, -j, \text{ 共 } 2j+1 \text{ 个}$$

$$\text{当 } j = \frac{1}{2} \text{ 时, } m_j = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \text{分裂为两条}$$

- ✓ 施特恩-盖拉赫实验证明:

- 空间是量子化
- 电子的自旋假设正确且 $s = 1/2$
- 电子自旋磁矩的数值是 $\mu_{s,z} = \pm \mu_B \Rightarrow g_s = 2$

- ✓ 朗德因子g的物理内涵:朗德因子g是反映物质内部电磁运动与量子运动相对关系的一个重要物理量. 朗德g因子定量测量可给出电子相互作用的信息, 并为波函数的计算提供实验验证

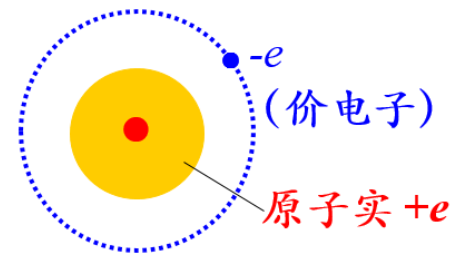
- ✓ $g_s \neq 2$? 电子的反常磁矩 → 量子电动力学的出现

第四章 原子的精细结构-碱金属

- 电子轨道运动的磁矩
- 施特恩-盖拉赫实验
- 电子的自旋假设
- 原子光谱的精细结构:
碱金属双线
- 赛曼效应

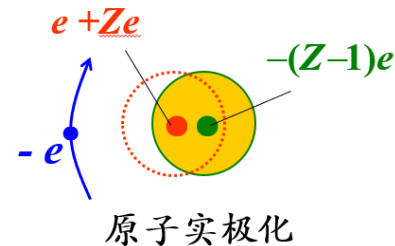
✓ 碱金属价电子与原子实

- **共同之处**: 最外层只有一个电子 \Rightarrow 价电子;
其余部分和核形成一个紧密的团体 \Rightarrow 原子实



✓ **原子实极化**: 价电子对原子实中负电荷的排斥 \Rightarrow 负电荷的重心向远离电子方向移动 \Rightarrow 原子实的极化

- 原子实中所有电子电荷的和为 $-(Z-1)e$, 电荷重心偏移后, 这部分负电荷与原子核中相应部分的正电荷形成了一个**指向价电子的偶极子**, 这使得价电子附加了一部分**负**的电势能



✓ 碱金属原子的能级: **轨道贯穿**

$$n^* = (n - \Delta_{nl}), \quad \Delta_{nl} \text{ 称为量子数亏损}$$

$$E_{nl} = -\frac{1}{2}\mu\alpha^2 c^2 \frac{1}{(n - \Delta_{nl})^2} = -\frac{Rhc}{(n - \Delta_{nl})^2}$$

光谱项:

$$T_{n,l} = \frac{R}{(n - \Delta_l)^2}$$

- 碱金属原子的能量主要由 n 和 l 决定 (与氢原子的区别)

n 相同时, l 越大能量越高; l 相同时, n 越大能量越高

	1A
1	1 H 1s ¹
2	3 Li 2s ¹
3	11 Na 3s ¹
4	19 K 4s ¹
5	37 Rb 5s ¹
6	55 Cs 6s ¹
7	87 Fr 7s ¹

Periods

Li: $Z=3=2 \times 1^2 + 1$

Na: $Z=11=2 \times (1^2 + 2^2) + 1$

K: $Z=19=2 \times (1^2 + 2^2 + 2^2) + 1$

Rb: $Z=37=2 \times (1^2 + 2^2 + 3^2 + 2^2) + 1$

Cs: $Z=55=2 \times (1^2 + 2^2 + 3^2 + 3^2 + 2^2) + 1$

Fr: $Z=87=2 \times (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2) + 1$

原子光谱的精细结构: 碱金属双线

✓ 自旋-轨道相互作用: 自旋-轨道耦合导致能级分裂

自旋—轨道耦合能量 $E_{l,s}$ 为

$$\Delta E_{l,s} = \frac{Rhc\alpha^2 Z^{*4}}{n^3 l(l + \frac{1}{2})(l + 1)} \frac{j(j + 1) - l(l + 1) - s(s + 1)}{2}$$

✓ 碱金属原子能级的分裂

原子的总能量: $E = E_{n,l} + \Delta E_{l,s}$ $E_{n,l} = -hc \frac{R}{(n - \Delta_l)^2}$

$j = l \pm \frac{1}{2}$ 能级分裂为**双层**

$$j = l + \frac{1}{2} \quad \Delta E_{l,s}^1 = \frac{Rhc\alpha^2 Z^{*4}}{2n^3(l + \frac{1}{2})(l + 1)}$$

双层能级的间隔: $l \neq 0$

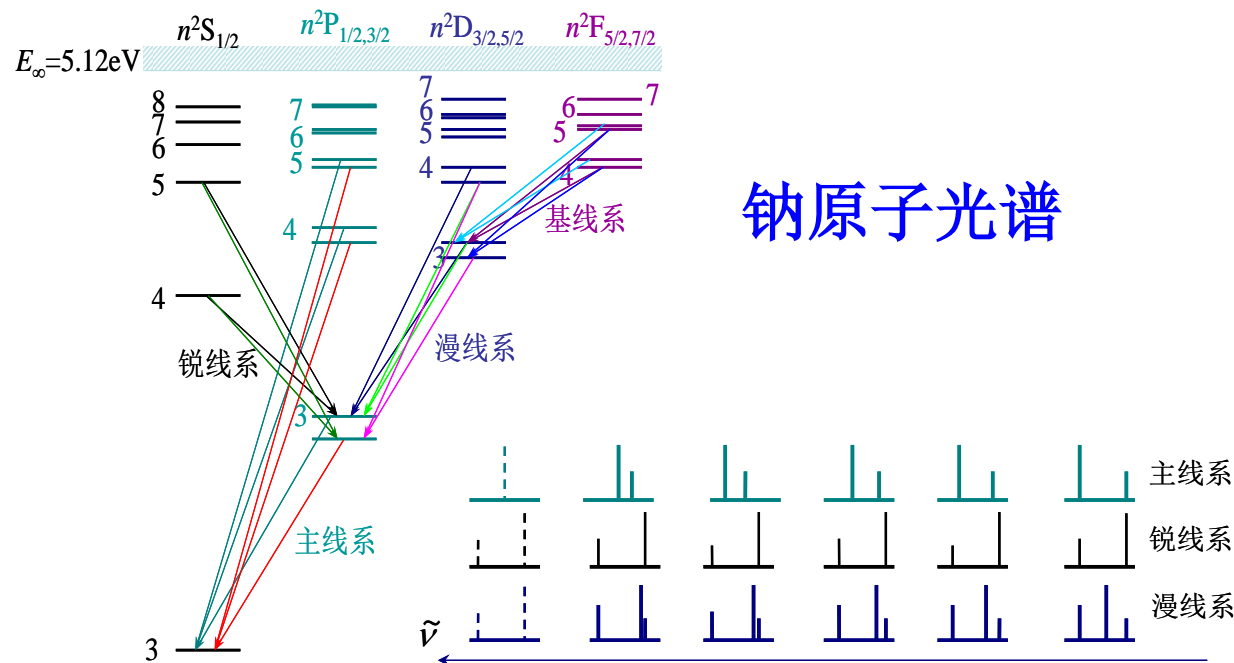
$$\Delta E_{n,l} = \Delta E_{l,s}^1 - \Delta E_{l,s}^2 = \frac{Rhc\alpha^2 Z^{*4}}{n^3 l(l + 1)}$$

$$j = l - \frac{1}{2} \quad \Delta E_{l,s}^2 = -\frac{Rhc\alpha^2 Z^{*4}}{2n^3 l(l + \frac{1}{2})}$$

$$= -\frac{\alpha^2 Z_{nl}^{*2}}{n} E_{nl} \frac{1}{l(l + 1)}$$

自旋磁矩和轨道磁矩之间的相互作用 (**精细结构**)

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$



钠原子光谱

✓ 自旋-轨道耦合导致的能级分裂: 除了 ns 以外, 其余 np 、 nd 、 nf 能级都分裂为**2条**

• 由于**选择定则**限制, **漫线系**由三条谱线组成:

✓ 对碱金属光谱**精细结构**的解释

跃迁选择定则: $\Delta l = \pm 1$ $\Delta j = 0, \pm 1$ $\Delta m_l = 0, \pm 1$

主线系: $\tilde{\nu} = 2s - np$ 锐线系: $\tilde{\nu} = 2p - ns$

漫线系: $\tilde{\nu} = 2p - nd$ 基线系: $\tilde{\nu} = 3d - nf$

氢原子光谱的精细结构

- ✓ 除了自旋-轨道相互作用之外，对氢原子能级的精细结构还有影响的**相对论效应**包括**相对论质量效应**和**相对论势能项**（达尔文项），且三者的影响在同一数量级，必须全部考虑

相对论动能修正

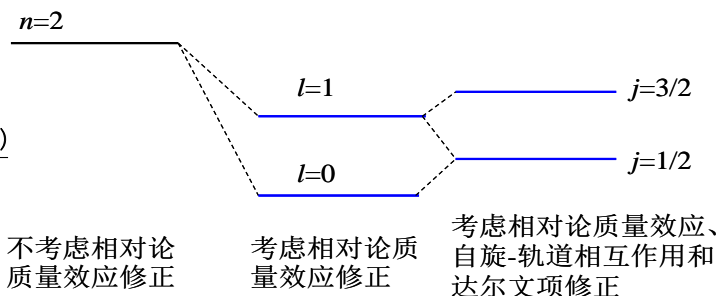
$$\Delta E'_n = -\frac{Z^2 \alpha^2}{n^2} E_n \left[\frac{3}{4} - \frac{n}{l+1/2} \right]$$

相对论势能修正

$$\Delta E_V = -\frac{\partial^2 Z^2}{n} E_n \quad (l=0)$$

自旋-轨道相互作用修正

$$\Delta E_{l,s} = \frac{Rhc\alpha^2 Z^4}{n^3 l(l+\frac{1}{2})(l+1)} \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2}$$



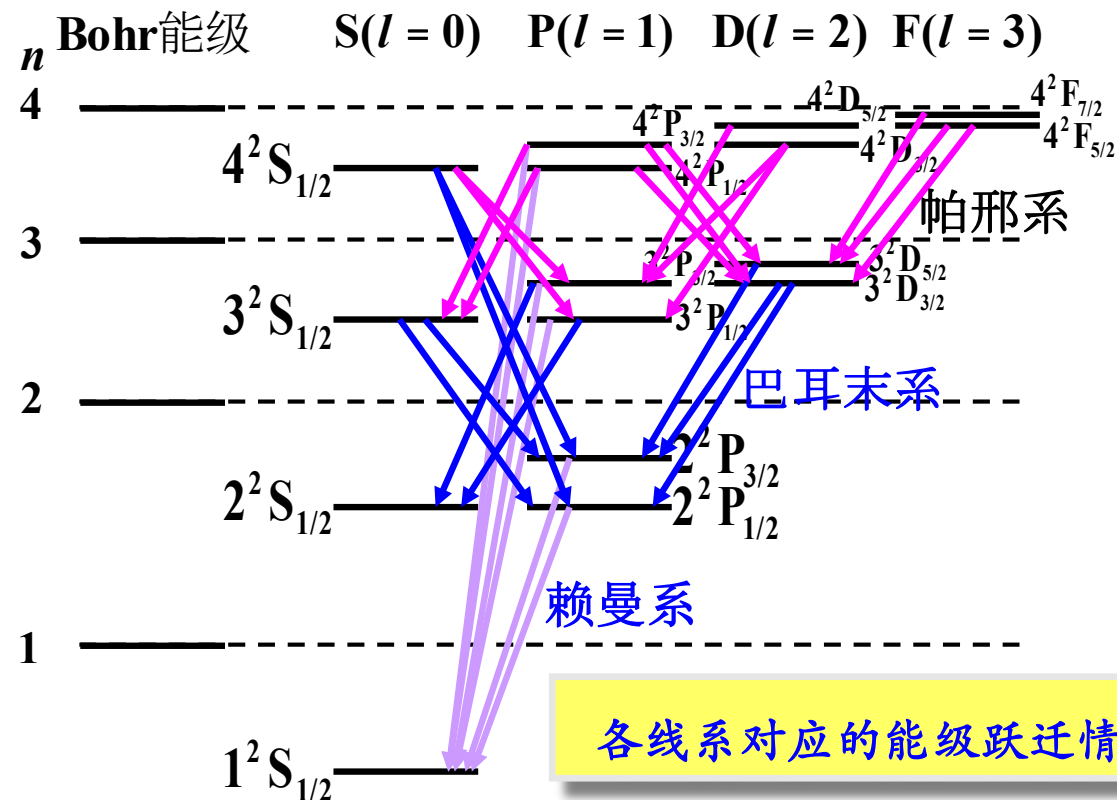
总的能量修正

$$E = -\frac{hcR}{n^2} - \frac{hcR\alpha^2}{n^4} \left(\frac{n}{j+1/2} - \frac{3}{4} \right), j = l \pm \frac{1}{2}$$

虽然修正项分别都与 l 有关，但总的修正 ΔE_{nj} 仅与 n, j 有关，与 l 无关；氢原子能级的精细结构对 l 部分简并。

氢原子的能级图。注意：能级有简并情况

$2^2S_{1/2}$ 与 $2^2P_{1/2}$ 能量相同； $3^2P_{3/2}, 3^2D_{3/2}$ 能量相同； $4^2D_{5/2}, 4^2F_{5/2}$ 能量相同。



各线系对应的能级跃迁情况

电偶极距跃迁:

$$\Delta m = 0, \pm 1$$

$$\Delta l = \pm 1$$

角动量守恒:

$$\Delta j = 0, \pm 1$$

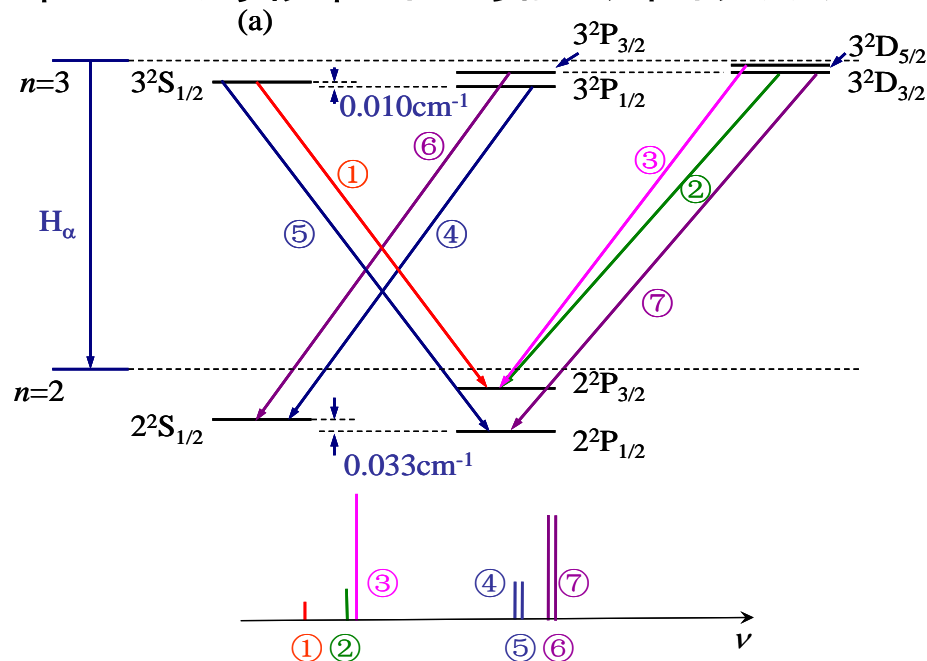
($0 \rightarrow 0$ 除外)

根据宇称守恒及总角动量守恒，给出单电子原子能级之间的跃迁应满足选择定则：

氢原子光谱超精细结构

- 兰姆移位: **H**原子的 $2^2S_{1/2}$ 和 $2^2P_{1/2}$ 能级并不简并, 而是前者比后者高了约 0.033cm^{-1} 。 $2^2S_{1/2}$ 能级的这一移动被称为兰姆移位

- 计入兰姆移位后的能级图及跃迁 (氢)



原子核磁矩和电子磁矩之间的相互作用 (超精细结构)

- 核自旋I-J耦合: 超精细结构

原子核有自旋, 自旋角动量为 I , 是量子化的.

$$|\vec{I}| = \sqrt{I(I+1)}\hbar \quad \text{其中 } I \text{ 称为核的自旋量子数}$$

$$|\vec{I}_z| = m_I \hbar \quad (m_I = -I, -I+1, \dots, I-1, I) \quad m_I \text{ 为核磁量子数}$$

原子核的磁矩与核自旋角动量的关系

$$\begin{aligned} \vec{\mu}_I &= g_I \frac{e}{2M_p} \vec{I} \\ \mu_I &= g_I \frac{e}{2M_p} \sqrt{I(I+1)} \cdot \hbar \\ &= g_I \sqrt{I(I+1)} \mu_N \end{aligned}$$

核磁子

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2M_p}$$

$$\mu_{IZ} = g_I m_I \mu_N$$

不同F的状态具有不同能量, 于是原来不考虑核自旋 ($F=J$ 为定值) 的能级又分裂成 $(2I+1)$ 个子能级.

- 原子的总角动量 $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$
量子数 $F=(I+J), (I+J-1), \dots, |I-J|$

- 磁性超精细效应引起的附加能量

$$DE_H = \frac{a}{2} [F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)]$$

对于氢原子(类氢离子), 量子力学计算得: $a = -2g_I \left(\frac{m_e}{M_p} \right) \frac{\alpha^2 Z}{n} E_n \frac{1}{j(j+1/2)(2\ell+1)}$

超精细结构

➤ 超精细结构量级

精细结构相互作用能的量级为 $a^2 E_n$,
超精细结构的相互作用能是精细结构的 (m_e/M_I) , 大约 1/1837

◆ 总能量: $E = E_n + \Delta E_{nj}(\text{精细}) + \Delta E_{IJ}(\text{超精细})$

超精细含义: 在一定 j 值对应能级上的非常细小的分裂.

◆ 结合 ℓ, j 的选择定则: $\Delta \ell = \pm 1$

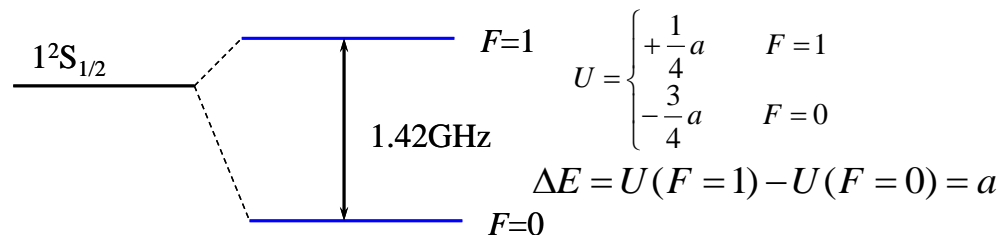
$\Delta j = 0, \pm 1$

F 的跃迁选择定则: $\Delta F = 0, \pm 1$

超精细能级间的跃迁, 由 F, ℓ, j 的选择定则共同确定.

➤ 氢原子的超精细结构

氢原子 $1^2S_{1/2}$, $I=1/2$, $J=1/2$: $F = 0, 1$



$\nu = 1\,420\,405\,751.7667 \pm 0.009 \text{ Hz}$,
相应的波长为 21 cm

➤ Na 原子双黄线的超精细光谱

Na 原子双黄线: $^2P \rightarrow ^2P_{3/2}, ^2P_{1/2}$ (精细结构)

主线系 $3^2P \rightarrow 3^2S$

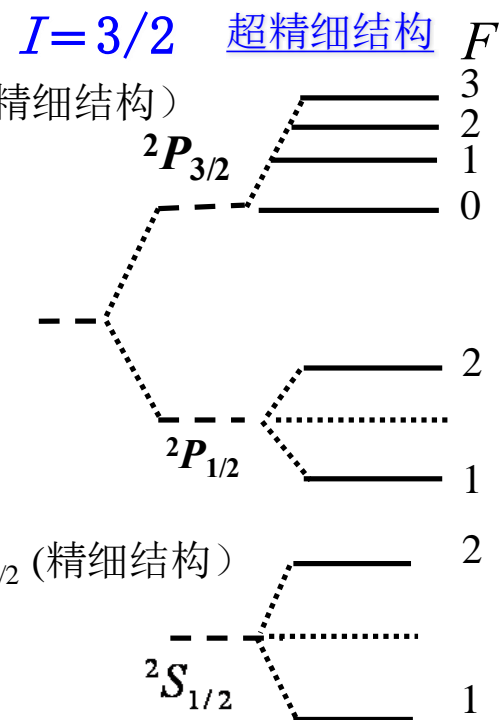
量子数 $F = (I+J), (I+J-1), \dots, |I-J|$

$^2P_{3/2}: j=3/2; I=3/2 \rightarrow F=3, 2, 1, 0$

$^2P_{1/2}: j=1/2; I=3/2 \rightarrow F=2, 1$

$^2S \rightarrow ^2S_{1/2}$ (精细结构)

$^2S_{1/2}: j=1/2; I=3/2 \rightarrow F=2, 1$



➤ 对 S 能级: 靠近核, 受核自旋的影响大

➤ 对 P 能级: 距核远, 受核自旋影响小, 它们的分裂非常小, 通常情况下可不予考虑

$$\Delta E_{IJ} = \frac{a}{2} [F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)]$$

◆ 原子超精细结构的应用 —— 铯 (^{133}Cs) 原子钟

赛曼效应：原子的磁矩及磁场中的能级分裂

- 把原子放入**磁场**中，其**光谱线发生分裂**，原来的一条谱线分裂成几条，且**分裂后的谱线成分是偏振的**，这种现象称为**塞曼效应**
- 这是1896年由荷兰物理学家塞曼在实验中观察到的。**光谱的分裂根源于其能级的分裂**
- 根据谱线分裂情况的不同，塞曼效应分为**正常塞曼效应**与**反常塞曼效应**
 - ✓ **正常塞曼效应**：把镉原子放在磁场中，垂直于磁场的方向观察，发现这条谱线分裂为**三条**，彼此**间隔相等**。三条谱线是**平面偏振**的
 - ✓ **反常塞曼效应**：当**磁场较弱**时，塞曼分裂的数目可以**不是三个**，**间隔也不尽相同**
- 导致“**电子自旋**”假定的提出
- **原子磁矩与外磁场发生相互作用**，导致了原子能级和原子光谱线的分裂现象

弱磁场中：

$$U = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B} = -\mu_{Jz} B$$

$$U = m_J g_J \mu_B B$$

$$E'_J = E_J + m_J g_J \mu_B B$$

m_J ：磁量子数

无外磁场($B \rightarrow 0$)时，此 **$2J+1$** 个态简并
有外磁场时，能级**一般**分裂为 **$2J+1$** 条，**间隔为 $g\mu_B B$**

- 电子发生跃迁前后两个原子态的总自旋 ($S_1=S_2=0$) 都为零的谱线称为单态谱线，单态谱线分裂为三条的现象称为**正常塞曼效应**

$$\text{对于 } S_1=S_2=0 \Rightarrow g_1=g_2=1 \quad g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

再考虑跃迁选择定则：

$$\Delta m_J = 0, \pm 1$$
$$\text{能级移动为: } U = M_J g_J \mu_B B = \begin{cases} \mu_B B & (M_J = 1) \\ 0 & (M_J = 0) \\ -\mu_B B & (M_J = -1) \end{cases}$$

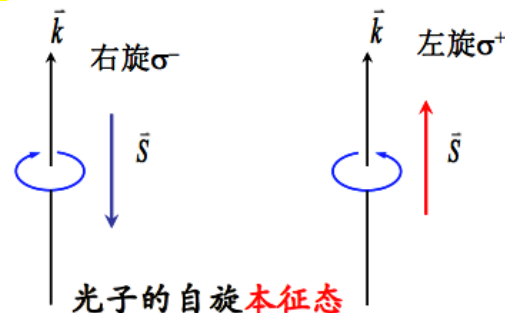
分裂光谱间隔1个拉莫尔频率： **$Lc = eB/4\pi m_e$**

- 塞曼效应的**偏振特性**

观察到圆偏振光
具有角动量

光子具有自旋，其自旋量子数
 $S=1, S_z=\pm 1$

右旋偏振：角动量方向
与传播方向相反
左旋偏振：角动量方向
与传播方向相同



- 反常塞曼效应是上下能级 S_1, S_2 都不等于零， g_1, g_2 都不等于1，**非单态能级**之间的跃迁

核磁共振(NMR)

- 与电子类似，质子也有内禀自旋角动量和自旋磁偶极矩。因质子带正电，两者方向相同
 - ✓ 在均匀磁场中的质子自旋磁偶极矩的 z 分量只能具有两个量子化的取向，能量差为 $\Delta E = 2\mu_z B$
 - ✓ 核磁子 μ_z 比电子的玻尔磁子 μ_B 约小三个量级

- 自旋 - 倒逆：在均匀磁场中处于低能态的质子，若被施加频率为 f 的交变电磁场，满足

$$hf = 2\mu_z B \quad \text{---(核)磁共振条件}$$

就会翻转质子的 z 分量磁矩取向，造成自旋 - 倒逆

- ✓ 质子自旋 - 倒逆到较高的能态，它可以通过辐射一个能量 hf 的相同光子回到较低能态

- (核) 磁共振

- ✓ 对介质施加均匀磁场，(核) 磁共振条件成为

$$hf = 2\mu_z (B_{ext} + B_{local})$$

- ✓ 为了实现 (核) 磁共振，可使

1. 电磁振荡的频率 f 保持不变而改变外部磁场 (扫场)；
2. 或改变频率而外场不变 (扫频)，直到条件满足。

作业

1) 重点：原子态 $2S+1L_J$ ；朗德因子计算

$$g_J = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{s(s+1) - l(l+1)}{J(J+1)} \right)$$
$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2J(J+1)}$$

2) 磁矩中的负号 $\vec{\mu}_{eff} = -g_J \mu_B \frac{\vec{J}}{\hbar} = -g_J \sqrt{J(J+1)} \mu_B$,
 $\mu_{eff,z} = -m_J g_J \mu_B$

3) 作业写错题？

1. 分析电子自旋可否看作旋转着的牛顿球？

提示：球的半径假设等于经典电子半径（见杨福家《原子物理学》第一章第五节）。若电子具有 $\hbar/2$ 量级的自旋角动量，比较牛顿球的周缘速率与光速大小。

2. 一束H原子以 $2 \times 10^5 \text{ m/s}$ 的速度射入梯度为 200 T/m 的磁场并分裂为两束，试求运动 20 cm 后两束的裂距。

3. 由于自旋轨道耦合效应，氢原子的 $2P_{3/2}$ 和 $2P_{1/2}$ 的能级差为 $4.5 \times 10^{-5} \text{ eV}$ 。

1) 求莱曼系最小频率的两条精细结构谱线的频率差和波长差；

2) 氢原子处于 $n=2, l=1$ 的状态时，电子感受到的磁场多大？

4. 在射电天文学中用波长 21 cm 的这条谱线来描绘银河系的形状，这条谱线是当银河系中H原子的电子从自旋与该原子中质子自旋平行变为反平行时发出的，问这些电子受到多大的磁场作用？

5. 相应于 $J=1 \rightarrow J=0$ 跃迁的一条特定光谱线，在 0.1 T 的磁场中分裂为三条，裂距为 0.00016 nm ，无磁场时该谱线的波长为 184.9 nm 。

1) 研究朗德因子，给出 $J=1$ 态的总自旋；

2) 激发态磁矩是多少？

4-2 试计算原子处于 $^2D_{3/2}$ 状态的磁矩 μ 及投影 μ_z 的可能值。

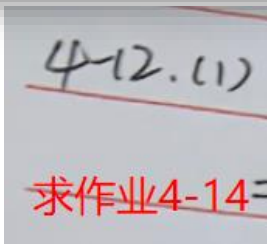
4-14 在 $B=4 \text{ T}$ 的外磁场中，忽略自旋-轨道相互作用，试求氢原子的 $2P \rightarrow 1S$ 跃迁 ($\lambda = 121 \text{ nm}$) 所产生的谱线的波长。

组合常数： $\hbar c = 197.3 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$ ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$), $e^2/4\pi\epsilon_0 = 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$

玻尔磁子： $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 5.8 \times 10^{-5} \text{ eV} \cdot \text{T}^{-1}$

常用粒子质量：电子 $0.511 \text{ MeV}/c^2$ ，质子 $938 \text{ MeV}/c^2$ ，中子 $940 \text{ MeV}/c^2$

第 1 页 共 4 页



1. 分析电子自旋可否看作为旋转着的牛顿球？

提示：球的半径假设等于经典电子半径（见杨福家《原子物理学》第一章第五节）。若电子具有 $\hbar/2$ 量级的自旋角动量，比较牛顿球的周缘速率与光速大小。

根据经典的角动量公式 $L_e = m_e v_e r_e$

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 2.818 \text{ fm} \quad (5-10)$$

电子自旋角动量量子化条件, $L_e = m_e v_e r_e = \frac{\hbar}{2}$

推出在电子最外侧的线速度

$$v_e = \frac{\hbar}{2m_e r_e} = \frac{h}{4\pi m_e r_e} = \frac{hc}{4\pi m_e c^2 r_e} c$$
$$hc = 1.2423 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm} \quad m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$$
$$r_e = 2.818 \times 10^{-3} \text{ nm}$$

$$v_e = \frac{hc}{4\pi m_e c^2 r_e} c = \frac{1.2423 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{4\pi \times 0.511 \times 10^6 \text{ eV} \times 2.818 \times 10^{-6} \text{ nm}} c = \frac{1.2423 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{4\pi \times 0.511 \text{ eV} \times 2.818 \text{ nm}} c$$

$$\frac{1.2423 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{4\pi \times 0.511 \text{ eV} \times 2.818 \text{ nm}} > 1$$

线速度大于光速，
所以不可以。

2. 一束H原子以 $2 \times 10^5 \text{ m/s}$ 的速度射入梯度为 200 T/m 的磁场并分裂为两束，试求运动 20cm 后两束的裂距。

根据氢原子在梯度变化的磁场方向运动时，在**梯度变化方向受到磁场力**，在其他方向不受磁场力，因此，做一个类**平抛运动**。

所以有以下方程组

$$\left\{ \begin{array}{l} s = \frac{1}{2}at^2 \\ a = \frac{F_z}{m_H} \\ F_z = \mu_z \frac{\partial B}{\partial z} \quad (19-4 \text{ 公式}) \\ t = \frac{L}{v} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{H原子的质量 } m_H c^2 = 931.494 \text{ MeV} \\ \frac{\partial B}{\partial z} = 200 \text{ T/m} \\ \mu_z = -m_j g_j \mu_B \\ \text{玻尔磁子 } \mu_B = 5.788 \times 10^{-5} \text{ eV/T} \end{array}$$

$$L = 0.2 \text{ m} \quad v = 2 \times 10^5 \text{ m/s}$$

对于处于基态的氢原子，核外只有一个电子，因此自旋角动量 $S = \frac{1}{2}$ ，轨道角动量 $L = 0$ ，所以氢原子基态可以写成 $^2S_{1/2}$

$2S+1 L_J$

总角动量为 $J = \frac{1}{2}$ $J = L + S \dots |L - S|$

总角动量的在Z方向的分量为 $m_j = \pm \frac{1}{2}$ $m_j = J, J-1, \dots -J$

计算朗德因子

$$g_J = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = \frac{3}{2} + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1) - 0(0+1)}{2 * \frac{1}{2} * (\frac{1}{2}+1)} = 2$$

$\Rightarrow \mu_z = \pm \mu_B$

$$F_z = \pm \mu_B \frac{\partial B}{\partial z} \quad s = \frac{1}{2} \frac{F_z}{m_H} \left(\frac{L}{v} \right)^2$$

2. 一束H原子以 $2 \times 10^5 \text{ m/s}$ 的速度射入梯度为 200 T/m 的磁场并分裂为两束，试求运动 20cm 后两束的裂距。

因为磁矩导致的偏转对称，所以最后的裂距为 $2s$

$$\begin{aligned}
 2s &= \frac{F_z}{m_H} \left(\frac{L}{v} \right)^2 = \mu_B \frac{\frac{\partial B}{\partial z}}{m_H} \left(\frac{L}{v} \right)^2 = \mu_B \frac{\partial B}{\partial z} \frac{c^2}{m_H c^2} \left(\frac{L}{v} \right)^2 \\
 &= 5.788 \times \frac{10^{-5} \text{ eV}}{T} \times \frac{200 T}{m} \times \frac{\left(3 \times \frac{10^8 m}{s} \right)^2}{931.494 \times 10^6 \text{ eV}} \left(\frac{0.2 m}{2 \times \frac{10^5 m}{s}} \right)^2 \\
 &= 5.788 \times 10^{-5} \times 200 / m \times \frac{9 \times 10^{16}}{931.494 \times 10^6} \left(\frac{0.2 m}{2 \times 10^5} \right)^2 = 5.788 \times 10^{-5} \times 200 \times \frac{9 \times 10^{16}}{931.494 \times 10^6} \left(\frac{1}{10^6} \right)^2 m \\
 &= 5.788 \times 10^{-5} \times \frac{18 \times 10^{18}}{931.494 \times 10^6} \times 10^{-12} m = 5.788 \times \frac{18}{931.494 \times 10^5} m = 1.184 \times 10^{-6} m
 \end{aligned}$$

3. 由于自旋轨道耦合效应，氢原子的 $^2P_{3/2}$ 和 $^2P_{1/2}$ 的能级差为 $4.5 \times 10^{-5} \text{eV}$.

1) 求莱曼系最小频率的两条精细结构谱线的频率差和波长差；

2) 氢原子处于 $n=2, l=1$ 的状态时，电子感受到的磁场多大？

(1) 莱曼系光谱是指由 $n=m$ ($m=2, 3, 4 \dots$) 跃迁到 $n=1$ 的能级时放出的光子。

莱曼系中频率最小的光谱，来源于主量子数 $n=2$ 到 $n=1$ 之间的跃迁。

$$\nu = \frac{E}{h}$$

其中当 $n=2, L=1$ 时为 $n=2$ 时原子的最低能级，跃迁至基态 $n=1$ 放出的光子能量最低，频率最低

考虑到轨道角动量与自旋角动量的耦合，所以当 $L=1$ 时的总角动量为

$$2S+1 L_J$$

$$J = L + S, L + S - 1, \dots |L - S|$$

$$J = \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \quad \text{对应的原子态为 } ^2P_{3/2} \text{ 和 } ^2P_{1/2}$$

从这两个态跃迁至基态放出的光子能量的差值就是莱曼系中最小精细结构的频率差。

$$h\nu_1 - h\nu_2 = E_{P_{3/2}} - E_{P_{1/2}} = 4.5 \times 10^{-5} \text{eV}$$

$$\Delta\nu = \frac{4.5 \times 10^{-5} \text{eV}}{h} = \frac{4.5 \times 10^{-5} \text{eV}}{6.626 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}} = \frac{4.5 \times 10^{-5} \text{eV} \times 1.602 \times 10^{-19} \text{J/eV}}{6.626 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}} = 1.088 \times 10^{10} \text{Hz}$$

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_1 - E_0 = h\Delta\nu = h\Delta\frac{c}{\lambda} \\ &= h\Delta\left(\frac{c}{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_2}\right) \approx h\frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2} = 4.5 \times 10^{-5} \text{eV} \end{aligned}$$

因为 $n=2$ 莱曼系系的谱线波长为 121.6nm (图8.3)

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \frac{4.5 \times 10^{-5} \text{eV}}{hc} \lambda^2 \\ &= \frac{4.5 \times 10^{-5} \text{eV}}{1.2423 \times 10^3 \text{eV} \cdot \text{nm}} (121.6 \text{nm})^2 \\ &= \frac{4.5 \times 10^{-5}}{1.2423 \times 10^3} (121.6)^2 \text{nm} = 5.3562 \times 10^{-4} \text{nm} \end{aligned}$$

注意 $\Delta\lambda \neq \frac{c}{\Delta\nu}$

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \Delta\left(\frac{c}{\nu}\right) \\ &\approx \frac{c\Delta\nu}{\nu^2} = \frac{\lambda^2 \Delta\nu}{c} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \Delta E &= 4.5 \times 10^{-5} \text{eV} \\ \Delta\nu &= \frac{\Delta E}{h} = 1.09 \times 10^{10} \text{Hz} \\ \Delta\lambda &= \frac{c}{\nu} = 2.75 \times 10^{-13} \end{aligned}$$

3. 由于自旋轨道耦合效应，氢原子的 $^2P_{3/2}$ 和 $^2P_{1/2}$ 的能级差为 $4.5 \times 10^{-5} \text{eV}$.

1) 求莱曼系最小频率的两条精细结构谱线的频率差和波长差；

2) 氢原子处于 $n=2, l=1$ 的状态时，电子感受到的磁场多大？

(2)

由于电子具有与自旋相联系的磁矩(内禀磁矩) μ_s ，它在磁场作用下将具有势能

$$U = -\mu_s \cdot B \quad \text{杨福家, 第四版, P167}$$

电子自旋方向与磁场平行和反平行,则有

$$U = -\mu_s \cdot B = -\mu_{sz} B = g_s m_s \mu_B B \quad \left(\text{其中 } g_s = 2, m_s = \pm \frac{1}{2} \right)$$

根据磁势能公式 $U = \pm \mu_B B$ ，正负号对应于电子自旋 $\pm \frac{1}{2}$

精细结构的能级差等于磁势能差 $\Delta E = \Delta U = 2\mu_B B$

$$B = \frac{\Delta E}{2\mu_B} = \frac{4.5 \times 10^{-5} \text{eV}}{2 \times 5.788 \times 10^{-5} \text{eV/T}} = 0.3887 \text{T}$$

玻尔磁子 $\mu_B = 5.788 \times 10^{-5} \text{eV/T}$

§ 22 塞曼效应

· 171 ·

$$U = -\mu_s \cdot B = -\mu_{sz} B$$

出发(取 B 方向沿 z 轴),利用式(20-4)得(以单电子为例)

$$U = \pm \mu_B B \quad \text{杨福家, 第四版,}$$

由此引起了能量差

$$\Delta U = 2\mu_B B \quad \text{P171}$$

杨福家, 第四版, P166

$$B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi i}{c^2 r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zev}{c^2 r^2}$$

$$(2) \quad B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{eV}{c^2 r^2} \quad v = \frac{\alpha c}{n} = \frac{c}{2.187} = 1.095 \times 10^6 \text{m/s}$$

$$r = 2^2 a_0 = 2.116 \times 10^{-10} \text{m}$$

$$\text{代入计算得 } B = 0.39 \text{T}$$

4. 在射电天文学中用**波长21cm**的这条谱线来描绘银河系的形状，这条谱线是当银河系中**H**原子的电子从自旋与该原子中质子自旋**平行变为反平行**时发出的。问这些电子受到多大的磁场作用？

对于处于**基态**的氢原子，主量子数 $n=1$ ，所以 $L=0$ ， $S = \frac{1}{2}$ ，总角动量 $J = \frac{1}{2}$ ，所以 $m_J = J, J-1, \dots, -J$ ， $m_J = \pm \frac{1}{2}$

由此可知，在磁场下，氢原子基态能级可以分裂为**两个精细结构**即

$$E_{1/2} = E_0 + m_J g_J \mu_B B = E_0 + \frac{1}{2} g_J \mu_B B$$

$$E_{-1/2} = E_0 + m_J g_J \mu_B B = E_0 - \frac{1}{2} g_J \mu_B B$$

$$g_J = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = \frac{3}{2} + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1) - 0(1+1)}{2 \cdot \frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

$$E_{1/2} = E_0 + m_J g_J \mu_B B = E_0 + \mu_B B$$

$$E_{-1/2} = E_0 + m_J g_J \mu_B B = E_0 - \mu_B B$$

所以当电子自旋放生偏转时，也就是在精细结构之间发生跃迁，能级差为

$$\Delta E = E_{1/2} - E_{-1/2} = 2\mu_B B$$

$$\Delta E = h\nu = h \frac{c}{\lambda} \quad h \frac{c}{\lambda} = 2\mu_B B$$

$$hc = 1.2423 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm} \quad \lambda = 0.21 \times 10^9 \text{ nm}$$

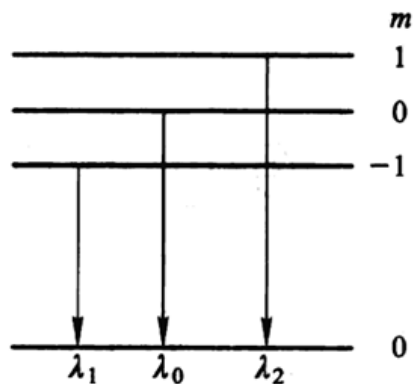
$$\text{玻尔磁子} \mu_B = 5.788 \times 10^{-5} \text{ eV/T}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{hc}{2\mu_B \lambda} \\ &= \frac{1.2423 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{2 \times 0.21 \times 10^9 \text{ nm} \times 5.788 \times 10^{-5} \text{ eV/T}} \\ &= \frac{1.2423}{2 \times 0.21 \times 10 \times 5.788} T = 0.051 T \end{aligned}$$

5. 相应于 $J=1 \rightarrow J=0$ 跃迁的一条特定光谱线，在0.1T的磁场中分裂为三条，裂距为0.00016nm，无磁场时该谱线的波长为184.9nm.

- 1) 研究朗德因子，给出 $J=1$ 态的总自旋；
- 2) 激发态磁距是多少？

总角动量 $J = 1$ ，所以 $m_J = J, J - 1, \dots -J$ ， $m_J = \pm 1, 0$ ，在磁场中分裂后跃迁到 $J=0$ 的能级图如下



λ_1, λ_2 是由于能级分裂导致跃迁过程中，出现的新的光谱， $\lambda_0 = 184.9\text{nm}$ 即为原来的光谱，也就是在无磁场时看到的光谱

根据精细结构

$$E_1 = E_0 + m_J g_J \mu_B B = E_0 + g_J \mu_B B$$

$$E_{-1} = E_0 + m_J g_J \mu_B B = E_0 - g_J \mu_B B$$

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_1 - E_0 = h(\nu_1 - \nu_0) = h \left(\frac{c}{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_0} \right) \\ &= hc \left(\frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_1 \lambda_0} \right) \end{aligned}$$

$$\Delta \lambda = \lambda_1 - \lambda_0 = \lambda_0 - \lambda_{-1}$$

$$\begin{aligned} \Delta E &= hc \left(\frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_1 \lambda_0} \right) = hc \left(\frac{\lambda_0 + \Delta \lambda - \lambda_0}{(\lambda_0 + \Delta \lambda) \lambda_0} \right) \\ &= hc \left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda_0^2 + \Delta \lambda \lambda_0} \right) \end{aligned}$$

$\Delta \lambda$ 相对于 λ_0 是一个小量，本题小 10^6 量级

$$\Delta E = E_1 - E_0 = h \Delta \nu = h \Delta \frac{c}{\lambda} \approx h \frac{c \Delta \lambda}{\lambda^2}$$

$$h \frac{c \Delta \lambda}{\lambda^2} = g_J \mu_B B$$

5. 相应于 $J=1 \rightarrow J=0$ 跃迁的一条特定光谱线，在0.1T的磁场中分裂为三条，裂距为0.00016nm，无磁场时该谱线的波长为184.9nm.

1) 研究朗德因子，给出 $J=1$ 态的总自旋；

2) 激发态磁距是多少？

$$\left. \begin{aligned} \mu_j &= -\sqrt{j(j+1)} g_j \mu_B \\ \mu_{j,z} &= -m_j g_j \mu_B \end{aligned} \right\} \quad (20-5)$$

$$h \frac{c \Delta \lambda}{\lambda^2} = g_j \mu_B B \quad hc = 1.2423 \times 10^3 eV \cdot nm$$

$$\text{玻尔磁子 } \mu_B = 5.788 \times 10^{-5} eV/T$$

$$g_j = 1.2423 \times 10^3 eV \cdot nm \frac{\Delta \lambda}{5.788 \times 10^{-5} eV/T B \lambda^2}$$

$$\Delta \lambda = 0.00016 nm \quad \lambda = 184.9 nm \quad B = 0.1 T$$

$$g_j = 1.2423 \times 10^3 eV \cdot nm \frac{0.00016 nm}{5.788 \times 10^{-5} eV/T \times 0.1 T \times (184.9 nm)^2}$$

$$g_j = 1.2423 \frac{16 \times 10^4}{5.788 \times (184.9)^2} = 1$$

$$g_J = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = 1$$

$$\begin{aligned} J &= L + S \\ J &= 1 \end{aligned} \quad \begin{cases} 1 = L + S \\ S(S+1) - L(L+1) = -2 \end{cases}$$

(2) 对于任意角动量磁矩有公式 (20-5)

$$\mu_j = -g_j \sqrt{J(J+1)} \mu_B \quad J=1 \text{ 为激发态}$$

$$\mu_j = -1 \sqrt{1(1+1)} \mu_B = -\sqrt{2} \mu_B$$

$$S(S+1) - (1-S)(1-S+1) = -2$$

$$S^2 + S - (1 - 2S + S^2 + 1 - S) = -2$$

$$2 - 2S = 2 \quad S = 0$$

总轨道角动量 $L = 1$ ₂₃

4-2 试计算原子处于 $^2D_{3/2}$ 状态的磁矩 μ 及投影 μ_z 的可能值.

$$2S+1 L_J$$

对于原子处于 $^2D_{3/2}$ 态, ($J = L + S$,
 $J = L + S, \dots, |L - S|$)

D 代表轨道角动量 $L = 2$ 的态。

左上角数字代表自旋角动量 $2S + 1$,

即 $2S + 1 = 2$, 推出 $S = \frac{1}{2}$

右下角为总角动量 J 的数值, 即 $J = \frac{3}{2}$ 。

朗德因子 $g_J = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$

$$\begin{aligned} g_J &= \frac{3}{2} + \frac{\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} - 2 \times (2+1)}{2 \times \frac{3}{2} \times \left(\frac{3}{2} + 1\right)} \\ &= \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{4} - 6\right) \times \frac{2}{15} \\ &= \frac{3}{2} + \left(-\frac{21}{4}\right) \times \frac{2}{15} = \frac{3}{2} - \frac{7}{10} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

根据原子磁矩公式

$$\begin{aligned} \mu &= -g_J \sqrt{J(J+1)} \mu_B = -\frac{4}{5} \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{3}{2} + 1\right)} \mu_B = -\frac{4}{5} \sqrt{\frac{15}{4}} \mu_B \\ &= -\frac{2\sqrt{15}}{5} \mu_B = -1.55 \mu_B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_J &= J, J-1, J-2, \dots, -J & m_J &= \frac{3}{2}, \frac{3}{2}-1, \frac{3}{2}-2, \frac{3}{2}-3 \\ & & m_J &= \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2} & m_J &= \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{2} \end{aligned}$$

代入磁矩的投影公式 $\mu_{Jz} = -m_J g_J \mu_B$

$$\begin{aligned} \mu_{Jz} &= -\left(\pm \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{2}\right) \frac{4}{5} \mu_B = -\left(\pm \frac{6}{5}, \pm \frac{2}{5}\right) \mu_B \\ &= \left(\pm \frac{6}{5}, \pm \frac{2}{5}\right) \mu_B \end{aligned}$$

4-14 在 $B = 4 \text{ T}$ 的外磁场中,忽略自旋 - 轨道相互作用,试求氢原子的 $2P \rightarrow 1S$ 跃迁 ($\lambda = 121 \text{ nm}$) 所产生的谱线的波长.

2P态的意思为主量子数 $n = 2$, 轨道量子数 P 对应 $L = 1$, 所以轨道角动量在Z方向的分量 $m = 1, 0, -1$

1S态: 主量子数 $n = 1$, 轨道量子数 S 对应 $L = 0$, 所以轨道角动量在Z方向的分量 $m = 0$

由于在外界磁场中, 磁矩会导致原子态有新的附加能量, 因此原有能级会发生分裂。外磁场**势能**两表达式为 $E = mg\mu_B B$

对于2P态, $m = 1, 0, -1$, 可以看出在原有的能级基础上多了两个新的能级

$$\Delta E_{2p-1} = -g\mu_B B \quad \Delta E_{2p+1} = g\mu_B B$$

分裂后新的能级为

$$E_{2p-1} = E_{2p} + \Delta E_{2p-1} = E_{2p} - g\mu_B B$$

$$E_{2p+1} = E_{2p} + \Delta E_{2p+1} = E_{2p} + g\mu_B B$$

$$\Delta l = \pm 1 \quad \Delta j = 0, \pm 1$$

对于1S态, 由于 $m = 0$, 所以能级不发生分裂。分裂后如下图

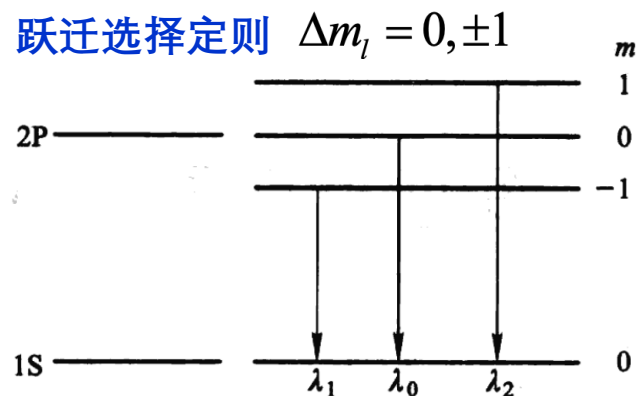


图 4-9

图中可以看出, λ_1, λ_2 是由于能级分裂导致跃迁过程中, 出现的新的光谱, $\lambda_0 = 121 \text{ nm}$ 即为原来的光谱。

朗德因子为 $g_J = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$, 由于不考虑自旋和轨道角动量的耦合, 也就是忽略自旋角动量, 即 $S=0$, 因此总角动量 $J = L$, 所以朗德因子为

$$g_L = \frac{3}{2} + \frac{-L(L+1)}{2L(L+1)}$$

$$g_1 = g_2 = 1$$

4-14 在 $B = 4\text{ T}$ 的外磁场中, 忽略自旋 - 轨道相互作用, 试求氢原子的 $2P \rightarrow 1S$ 跃迁 ($\lambda = 121\text{ nm}$) 所产生的谱线的波长.

根据能级跃迁公式

$$\begin{aligned} h\nu_1 &= E_{2p-1} - E_{1s} \\ &= E_{2p} - g_1\mu_B B - E_{1s} \\ &= E_{2p} - E_{1s} - g_1\mu_B B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h\nu_2 &= E_{2p+1} - E_{1s} \\ &= E_{2p} + g_1\mu_B B - E_{1s} \\ &= E_{2p} - E_{1s} + g_1\mu_B B \end{aligned}$$

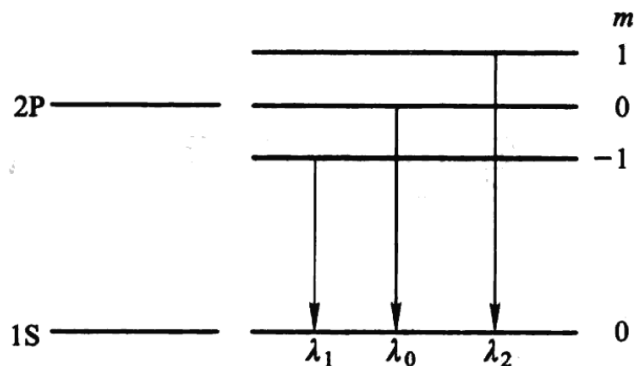


图 4-9

以 λ_1 为例, 因为 $\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1}$

$$h \frac{c}{\lambda_1} = h\nu_0 - g_1\mu_B B$$

$$h \frac{c}{\lambda_1} = h \frac{c}{\lambda_0} - g_1\mu_B B$$

$$\lambda_1 = \frac{hc}{\frac{hc}{\lambda_0} - g_1\mu_B B}$$

$$hc = 1.2423 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}$$

$$\text{玻尔磁子 } \mu_B = 5.788 \times 10^{-5} \text{ eV/T}$$

$$121 \pm 2.73 \times 10^{-3} \text{ nm}$$

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{1.2423 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{\frac{1.2423 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{121 \text{ nm}} - 5.788 \times 10^{-5} \text{ eV/T} \times 4 \text{ T}} \\ &= \frac{1.2423 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{10.2669421 \text{ eV} - 0.00023152 \text{ eV}} \end{aligned}$$

$$= \frac{1.2423 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{10.2667106 \text{ eV}} = 121.002729 \text{ nm}$$

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\frac{hc}{\lambda_0} + g_1\mu_B B}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1.2423 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{\frac{1.2423 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{121 \text{ nm}} + 5.788 \times 10^{-5} \text{ eV/T} \times 4 \text{ T}} \\ &= \frac{1.2423 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{10.2669421 \text{ eV} + 0.00023152 \text{ eV}} = \frac{1.2423 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{10.2671736 \text{ eV}} \end{aligned}$$

$$= 120.997272 \text{ nm}$$

Backup slides