《原子物理学》

第三章 量子力学初步

3-4节课

上堂课内容回顾

- 康普顿散射
- 物质的波粒二象性

- 海森堡不确定关系
- 波函数及其统计解释

- 薛定谔方程
- 氢原子的薛定谔方程解

海森堡不确定原理

Werner Karl Heisenberg
1901～1976
1925年建立了量子理论第一个数学描述——矩阵力学
1927年阐述了著名的不确定关系。

位置—动量不确定关系

- 按照经典波动理论，约束在空间某区域内的波不可能是单色的——不可能具有唯一的波长。
- 这一结论对物质波同样正确：被束缚在某区域的粒子不可能具有确定的动量，即粒子的坐标和动量不能同时取确定值，存在一个不确定关系。
- 海森堡（W. Heisenberg）在1927年发表了著名的位置—动量不确定关系

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \sim h$$

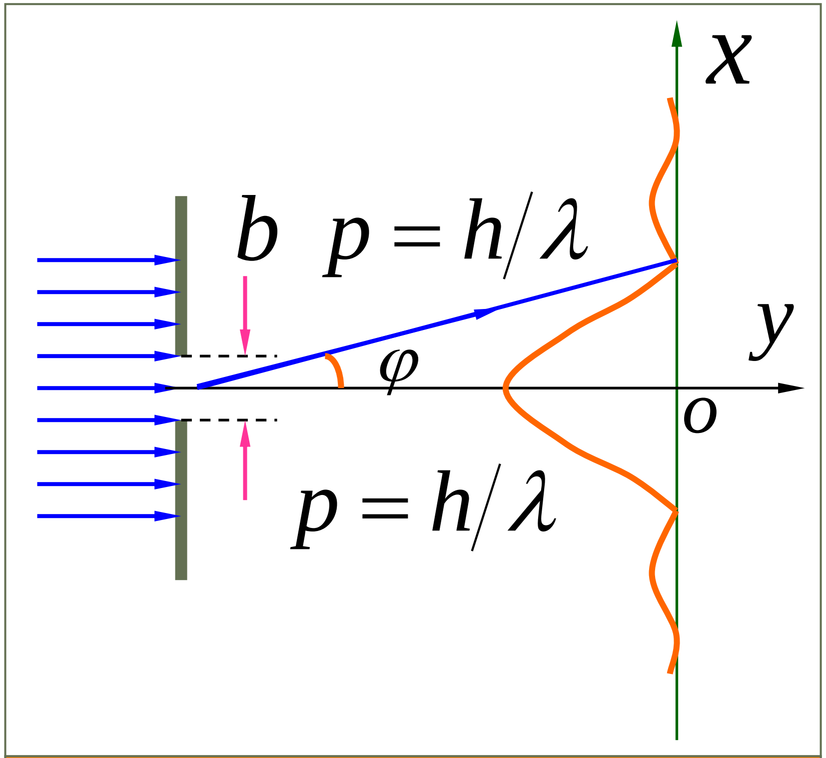
电子衍射的不确定关系

- 电子的单缝衍射 (1961年，约恩逊成功的做出)
- 电子经过缝时的位置不确定 $\Delta x=b$.
- 一级最小衍射角 $\sin\varphi = \lambda / b$
- 电子经过缝后 x方向动量不确定

$$\Delta p_x = p\sin\varphi = p\frac{\lambda}{b}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad \Delta p_x = \frac{h}{b}$$

$$\Delta x \Delta p_x = h$$



电子的单缝衍射实验

考虑衍射次级有 $\boxed{\Delta x \Delta p_x \geq h}$

关于不确定原理的一些说明

- 海森堡最初的不确定原理的表达式为

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \sim h$$

而后改善为

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$$

- 式中他并没有给出不确定度的定义，例如是半高全宽还是标准偏差，等等
- 1927 年E. H. Kennard 首先计算出现代精确的不等式（不确定度定义为标准偏差）

$$\boxed{\sigma_x \cdot \sigma_{p_x} \geq \hbar/2, \quad \sigma_y \cdot \sigma_{p_y} \geq \hbar/2, \quad \sigma_z \cdot \sigma_{p_z} \geq \hbar/2}$$

不确定关系的表述

- 对坐标 x 测量得越精确（Δx越小），动量不确定性 Δp_x就越大(衍射越厉害)。
- 电子的坐标和动量不能同时确定。
- 不限制电子坐标时，动量可以取确定值。
- 严格的不确定性关系应该是：

$$\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2 \\ \Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar/2 \\ \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar/2 \end{cases}$$

$$\Delta \varphi \cdot \Delta p_\varphi \geq \hbar/2$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$$

电子衍射的不确定关系

- 狭缝对电子束起了两种作用：一是将它的坐标限制在缝宽d的范围内，一是使电子在坐标方向上的动量发生了变化。这两种作用是相伴出现的，不可能既限制了电子的坐标，又能避免动量发生变化。
- 如果缝愈窄，即坐标愈确定，则在坐标方向上的动量就愈不确定。因此，微观粒子的坐标和动量不能同时有确定的值。

$$\Delta x \to 0 \qquad \left(\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar / 2\right) \qquad \Delta p_x \to \infty$$

例题1

- 一颗质量为10 g 的子弹，具有200m/s的速率．若其动量的不确定范围为动量的0.01% (这在宏观范围是十分精确的) , 则该子弹位置的不确定量范围为多大?

解　子弹的动量　$p = mv = 2\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

动量的不确定范围

$$\Delta p = 0.01\% \times p = 2\times10^{-4}\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

位置的不确定量范围

$$\Delta x \geq \frac{h}{\Delta p} = \frac{6.63\times10^{-34}}{2\times10^{-4}}\mathrm{m} = 3.3\times10^{-30}\mathrm{m}$$

例题2

- 病毒质量约为5×10^{-18} kg, 其尺度约为50 nm，按照测不准原理，$\Delta x \Delta p \geq \hbar \implies \mathrm{m} \Delta x \Delta v \geq \hbar$，若其运动速度可以和其体积相互比拟，也即50 nm/s，则其位置不确定性约为2 nm，与其尺度相比拟，可见对应病毒而言，它已经基本能够感受到测不准原理了

能量和时间的不确定关系

- 将激光光子位置-动量不确定性关系

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$$

- 变为

$$c\Delta t \cdot \Delta\left(\frac{h\nu}{c}\right) \geq \hbar/2$$

- 同样可得粒子处于某状态的能量和时间的不确定性关系

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$$

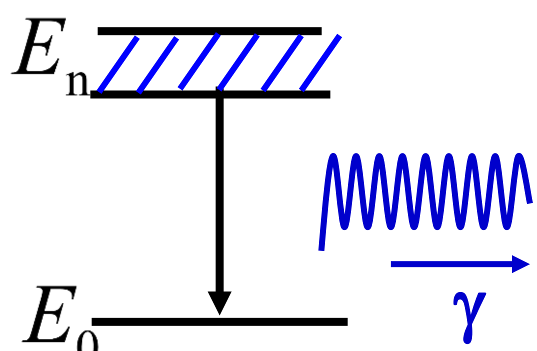
例题

- 原子在激发态的寿命为10^{-8} s，由不确定关系

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar / 2$$

- 可以解释为什么原子谱线自然宽度

$$\Delta E \geq \hbar / (2\Delta t) \approx 1 \times 10^{-7}\,\mathrm{eV}$$

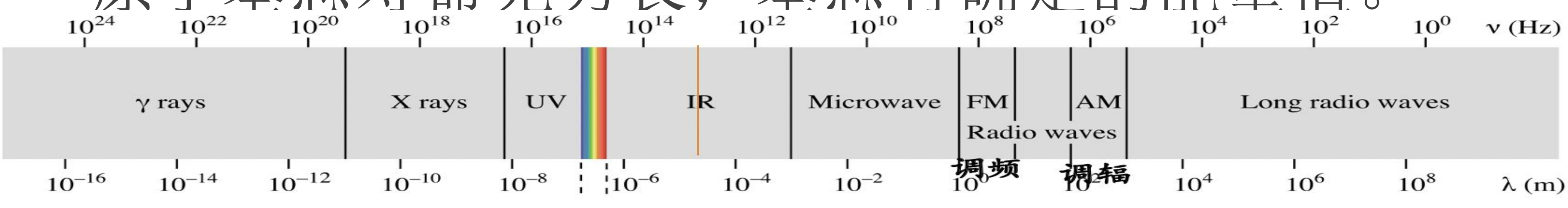


- 谱线宽度：

$$\Delta \nu = \frac{\Delta E}{h} \approx 1 \times 10^{8}\,\mathrm{Hz}$$

与实验测量结果吻合!

- 原子基态寿命无穷长，基态有确定的能量值。



说明

- 不确定性与测量没有关系，是微观粒子波—粒二象性的体现。
- 不确定性的物理根源是粒子的波动性。
- 不确定性关系限定了使用经典语言的范围和度
- 微观粒子同一方向上的坐标与动量不可同时准确测量,它们的精度存在一个终极的不可逾越的限制 .
- 对宏观粒子，因h很小，所以 $\Delta x \Delta p_x \to 0$

  可视为位置和动量能同时准确测量

好量子数

- 显然根据不确定关系，位置和动量已经不能很好地描述粒子的状态，即我们无法用经典图像去解释为何动量能够瞬时改变。因此对于一个波包，我们称位置和动量已经不是好量子数，而是用其他可以确定描述，有定值的“好量子数”来描述体系，如n, l, m等
- 此类难题，在波恩(Born)的统计解释和薛定谔方程出来之后可以更加自洽地理解。

概率波与波函数

波函数及其统计解释

- 经典粒子　不被分割的整体，有确定位置和运动轨道；决定论，严格的因果律
- 经典的波 某种实际的物理量的空间分布作周期性的变化，波具有相干叠加性
- 二象性　要求将波和粒子两种对立的属性统一到同一物体上。必须采用几率性的观点（量子力学的哥本哈根解释）

波函数

经典的波与波函数

- 机械波 $$y(x,t)=A\cos 2\pi(\nu t-\frac{x}{\lambda})$$
- 电磁波 $$\begin{cases} E(x,t)=E_0\cos 2\pi(\nu t-\frac{x}{\lambda}) \\ H(x,t)=H_0\cos 2\pi(\nu t-\frac{x}{\lambda}) \end{cases}$$
- 经典波为实函数

$$y(x,t)=\mathrm{Re}[Ae^{-\mathrm{i}2\pi(\nu t-\frac{x}{\lambda})}]$$

量子力学波函数（复函数）

- 既然粒子具有波动性，应该有描述波动性的函数——波函数。
- 奥地利物理学家薛定谔（E．Schrodinger，1887－1961）1925年提出用波函数$\Psi(r, t)$描述粒子运动状态。
- 按德布罗意假设：能量*E*、动量 *p* 的“自由粒子”沿*x*方向运动对应的物质波应为“单色平面波”：

$$\Psi(x,t)=\psi_0 e^{-i(\omega t-kx)}$$

量子力学波函数

- 由关系数

$$E=\hbar\omega, \qquad p=\hbar k$$

- 可将波函数改写为

$$\Psi(x,t)=\psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et-px)}$$

——ψ_0为待定常数

- 若粒子为三维自由运动，波函数可表示为

$$\Psi(\vec{r},t)=\psi_0 e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\cdot\vec{r}-E\ t)}$$

量子力学波函数

- 微观粒子的波粒二象性

$$\nu = \frac{E}{h} \quad \lambda = \frac{h}{p}$$

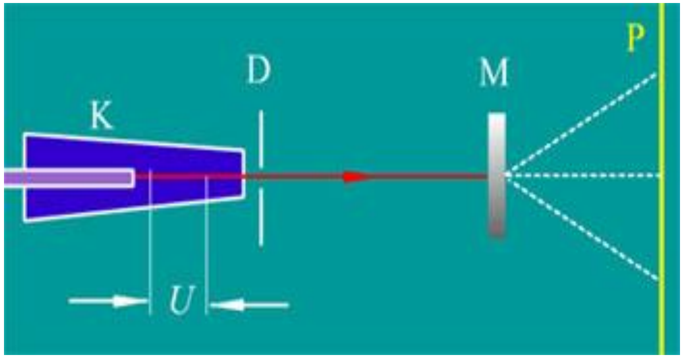
- 自由粒子能量E和动量$\vec{p}$是确定的，其德布罗意频率和波长均不变，可认为它是一平面单色波。平面单色波波列无限长，根据不确定原理，粒子在x方向上的位置完全不确定。
- 自由粒子平面波函数

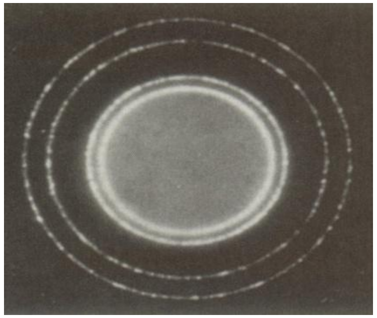
$$\Psi(x,t) = \psi_0 e^{-i\frac{2\pi}{h}(Et-px)}$$

- 经典力学 $\Rightarrow$ 位置和速度　量子力学 $\Rightarrow$ 波函数
- 波函数体现了波粒二象性，其中的E和 p是描写粒子性的物理量，却处在一个描写波的函数中。
- 波函数的物理意义是什么？粒子的什么性质在波动？

波函数的错误解释

- 波粒子组成，是大量粒子运动的表现





单电子衍射

  - 电子一个一个的通过小孔 ⇒ 出现衍射条纹（时间够长）
  - 解释不了单个电子就具有波动性的实验
- 粒子由波组成，波是基本组成单元
  - 例如：电子是许多波组合起来的一个波包(wave packet)，是三维空间中连续分布的某种物质波包。
  - 相速度的不同会导致粒子解体；概率意义上的波包，相速度的不同只导致粒子在空间的出现几率的弥散

波函数的统计解释

- 对应粒子波动性的波函数做为一个重要的新概念登上量子力学舞台后，其本身的物理意义却模糊不清，使许多物理学家感到迷惑不解而大伤脑筋
- 爱因斯坦为了解释光粒子（光量子或光子）和波的二象性，把光波的强度解释为光子出现的几率密度。
- 玻恩(M．Born，1882－1970)在这个观念的启发下，马上将其推广到Ψ函数上。1926 年玻恩提出：德布罗意波是概率波。 $|\Psi|^2$必须是电子（或其它粒子）的几率密度”。

$\Psi(\vec{r},t)$的物理意义在于：
波函数的模的平方（波的强度）
代表时刻 t、在空间$\vec{r}$点处，单位
体积元中微观粒子出现的概率。

- 1954年，玻恩获诺贝尔物理奖。

波函数的统计解释

- 统计解释：在某处德布罗意波的强度是与粒子在该处邻近出现的概率成正比的。
- 概率概念的哲学意义：在已知给定条件下，不可能精确地预知结果，只能预言某些可能的结果的概率。
- 波恩的波函数几率解释是量子力学基本原理之一
- 经典波振幅是可测量，而波函数是不可测量，可测的是几率

未来不是由现在来确定的。
大自然根本上是不确定的。
但总的统计规律是可以预言的。

关于波函数的说明

- $\Psi(\vec{r},t)$不同于经典波的波函数，它无直接的物理意义。

$$\rho(\vec{r},t)=\left|\Psi(\vec{r},t)\right|^2=\Psi(\vec{r},t)^*\Psi(\vec{r},t)$$

- 对单个粒子，$|\Psi|^2$给出粒子的概率分布密度；
- 对N个粒子，$N|\Psi|^2$给出粒子数的分布密度
- 在时刻 t、空间$\vec{r}$点处，体积元 dV 中发现微观粒子的概率为：

$$\rho(\vec{r},t)\mathrm{d}V=\Psi(\vec{r},t)^*\Psi(\vec{r},t)\mathrm{d}V$$

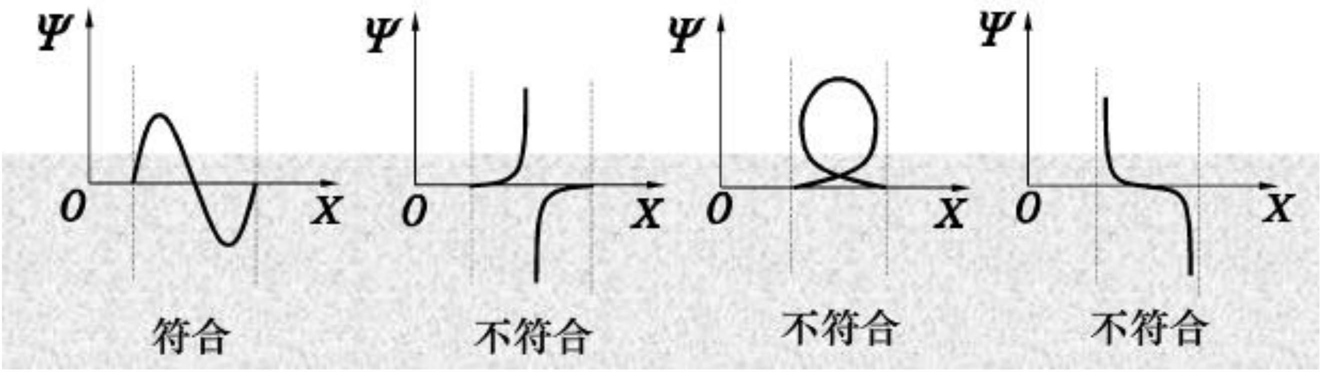
- 对N粒子系，在体积元 dV 中发现的粒子数为

$$\mathrm{d}N=N\Psi(\vec{r},t)^*\Psi(\vec{r},t)\mathrm{d}V$$

波函数应满足的条件（自然条件）

- 连续性 --- 因概率不会在某处突变，故波函数必须处处连续.
- 单值性 --- 任一点或任意体积元内只能有一个概率，故波函数一定是单值的.
- 有限性 --- 因概率不可能为无限大，故波函数必须是有限的.

以一维波函数为例，在下述四种函数曲线中，只有一种符合标准条件



波函数应满足的条件

- 由于粒子在空间总要出现（不考虑粒子产生和湮灭情况），所以在全空间找到粒子的几率应为1，即归一化条件：
  - 粒子出现在dV 体积内的几率为：

$$\rho(\vec{r},t)\mathrm{d}V = \left|\Psi(\vec{r},t)\right|^2 \mathrm{d}V$$

  - 粒子在空间各点的概率总和应为 l，

$$\int_{\Omega} \Psi^*(\vec{r},t)\Psi(\vec{r},t)\mathrm{d}V = 1$$

$\Psi(r, t)$ 和 $C\Psi(r, t)$

- 令 $\phi(r,t) = C\psi(r,t)$
- 两者所描写状态的相对几率是相同的，这里的 C 是常数。因为在 t 时刻，空间任意两点 r_1 和 r_2 处找到粒子的相对几率之比是：

$$\left|\frac{\phi(\vec{r}_1,t)}{\phi(\vec{r}_2,t)}\right|^2 = \left|\frac{C\Psi(\vec{r}_1,t)}{C\Psi(\vec{r}_2,t)}\right|^2 = \left|\frac{\Psi(\vec{r}_1,t)}{\Psi(\vec{r}_2,t)}\right|^2$$

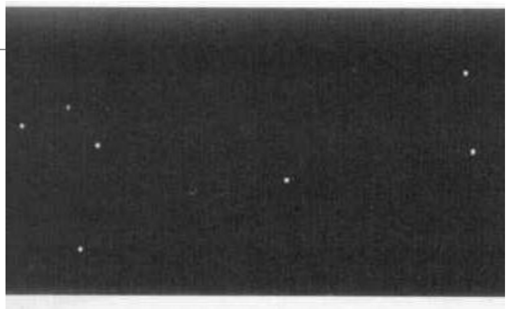
可见，$\phi(r,t)$和 $C\Psi(r,t)$描述的是同一几率波.

- 粒子在空间各点出现的几率只取决于波函数在空间各点强度的相对比例，而不取决于强度的绝对大小，因而，将波函数乘上一个常数后，所描写的粒子状态不变，即 $\Psi(r, t)$ 和 $C\Psi(r, t)$ 描述同一状态
- 与经典波不同: 经典波波幅增大一倍（原来的 2 倍），则相应的波动能量将为原来的 4 倍，因而代表完全不同的波动状态。经典波无归一化问题

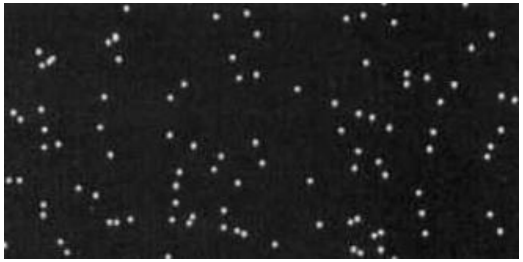
概率波的物理图像

[例] 用几率波说明弱电子流单缝衍射

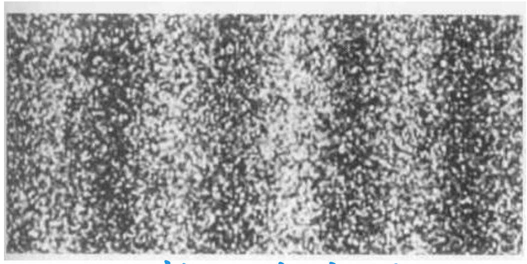
- 让入射电子几乎一个一个地通过单缝底片上出现一个一个的点子，开始时点子无规则分布 ——说明电子具有“粒子性”，但不满足经典的决定论
- 随着电子数增大，逐渐形成衍射图样——衍射图样来源于“单个电子”所具有的波动性——统计规律。
- 一个电子重复许多次相同实验表现出的统计结果。是自己与自己干涉
- 德布洛意波（物质波）也称为概率波



少数几个电子



数百个电子



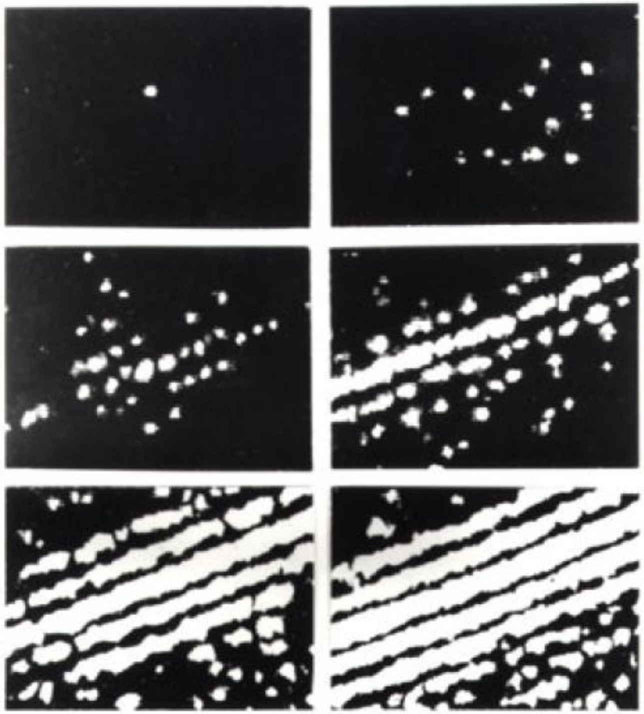
数万个电子

单缝、双缝干涉实验在1961年前是假想实验

- **约恩逊实验 (1961)**

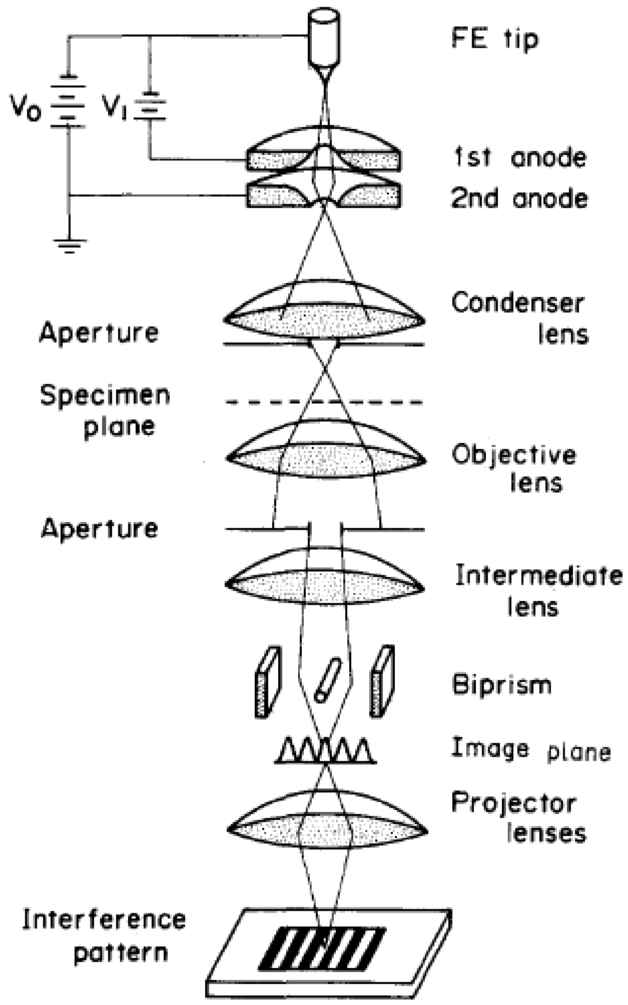
电子的双缝干涉实验-1970s

- 上述说法是根据光的干涉实验推论到电子的干涉得到的
- Richard Phillips Feynman：“你最好不要试着去做这样一个实验，这个实验从未以这种方式做过。”
  1970s，意大利博洛尼亚大学，Pier Giorgio Merli等人已经做了这样的实验

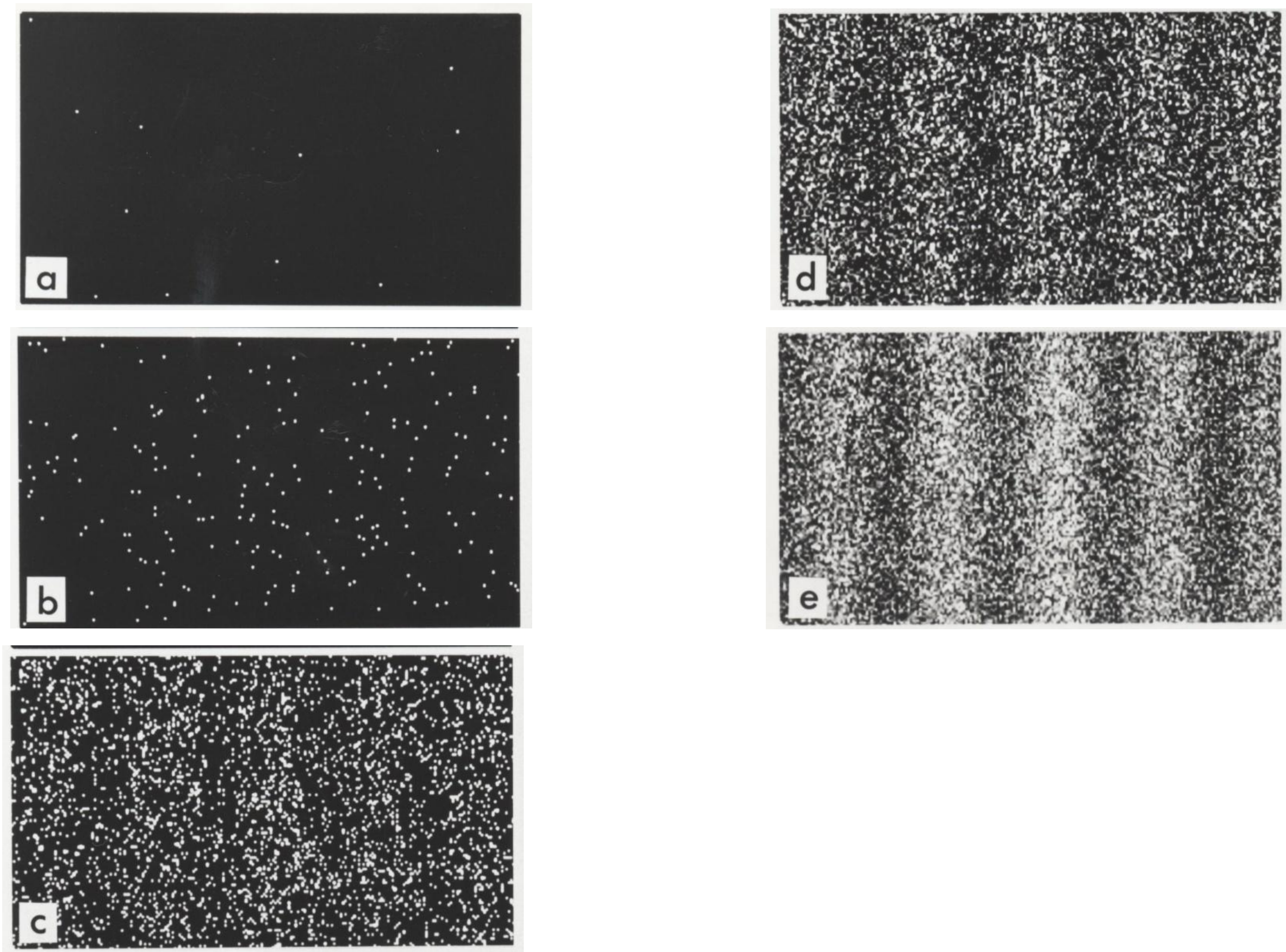


电子的双缝干涉实验-1989

- 1989年，日立公司的Akira Tonomura等人作了更精确的实验
- 实际测量证明每秒钟只有少于1000个电子入射到双棱镜中，所以不可能有两个或两个以上的电子同时到达接收装置上
- 因而不存在干涉是两个电子相互作用的结果



电子的双缝干涉实验-1989



态的叠加原理

- 同光学中波的叠加原理一样，量子力学中也存在波叠加原理。因为量子力学中的波，即波函数决定体系的状态，称波函数为状态波函数，所以量子力学的波叠加原理称为态叠加原理。
- 量子力学中的态（ψ）叠加不是经典波的叠加，而是概率波的叠加
  - 经典物理中，波的迭加只不过是将波幅迭加（波幅代表实际物体的运动等），并在合成波中出现不同频率的波长的子波成分。
- 微观粒子的态叠加实质是什么呢？

态叠加原理的表述

- 微观世界：事件发生概率$P=\psi^*\psi=|\psi|^2$
  - ψ:概率幅（振幅, Amplitude），ψ^*:ψ的复共轭
- 狄拉克（Dirac）符号表示：
  - bra: $<A|$，ket: $|B>$
    表达量子态的某种描述，如量子数等
  - $<A|=\varphi^*$
  - $|B>=\psi$

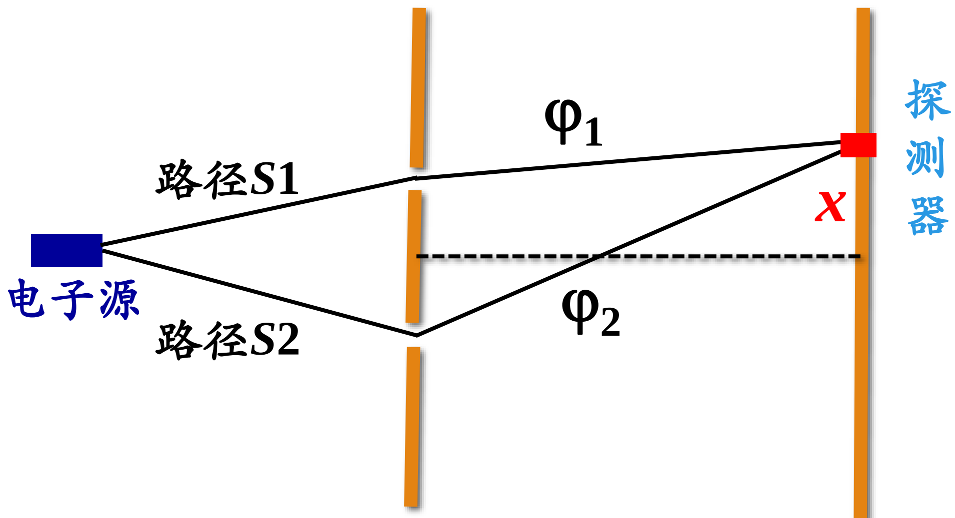
$$\langle A|B\rangle \doteq A_1^*B_1+A_2^*B_2+\cdots+A_N^*B_N=\begin{pmatrix}A_1^* & A_2^* & \cdots & A_N^*\end{pmatrix}\begin{pmatrix}B_1\\B_2\\\vdots\\B_N\end{pmatrix}$$

- 发生事件：从初态i到末态f的跃迁概率$w_{i\to f}$的Dirac符号表示形式：$w_{i\to f}=|\langle f|i\rangle|^2$
- 态叠加（概率幅）需要服从一定的规则

概率振幅服从的规则

- **规则一**
  - 初态i到末态f的跃迁之间存n个在物理不可区分的方式（路径），总概率幅为：$\langle f|i\rangle = \sum_n \langle f|i\rangle_n$
- **规则二**
  - n个相互独立的末态$f_1 \ldots f_n$跃迁概率已知，则总概率为$|\langle f|i\rangle|^2 = \sum_n |\langle f|i\rangle_n|^2$
- **规则三**
  - 初态i到末态f的跃迁之间存在中间态v，则跃迁概率幅为$\langle f|i\rangle = \langle f|v\rangle\langle v|i\rangle$
- **规则四**
  - 两个独立微观粒子组成的体系，两粒子同时发生跃迁，体系跃迁概率幅为$\langle fF|iI\rangle = \langle f|i\rangle\langle F|I\rangle$

双缝衍射的态叠加解释



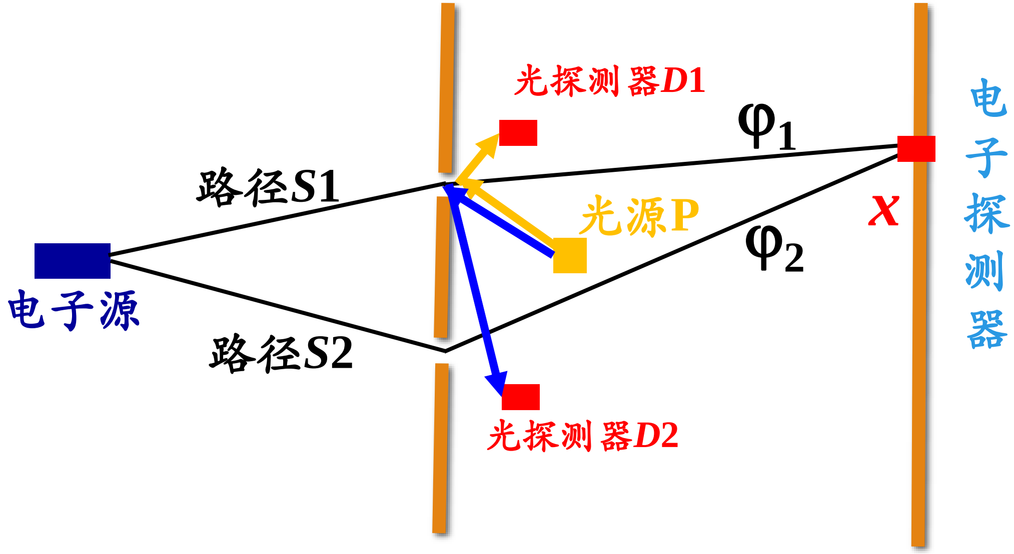
- 关闭狭缝2，依照规则三：$\varphi_1 = \langle x|S\rangle_1 = \langle x|1\rangle\langle 1|S\rangle$

  x处被记录的概率为：$I_1(x) = |\varphi_1|^2 = |\langle x|S\rangle_1|^2 = |\langle x|1\rangle\langle 1|S\rangle|^2$
- 关闭狭缝1，则$I_2(x) = |\varphi_2|^2 = |\langle x|S\rangle_2|^2 = |\langle x|2\rangle\langle 2|S\rangle|^2$
- 双缝齐开+规则一，总概率幅为：$\langle x|S\rangle = \langle x|1\rangle\langle 1|S\rangle + \langle x|2\rangle\langle 2|S\rangle$

  总概率为$I_{12}(x) = |\langle x|S\rangle|^2 = |\langle x|1\rangle\langle 1|S\rangle + \langle x|2\rangle\langle 2|S\rangle|^2$

  $$= I_1(x) + I_2(x) + \langle x|S\rangle_1\langle x|S\rangle_2^* + \langle x|S\rangle_1^*\langle x|S\rangle_2$$
- 注意：$I_{12}(x) \neq I_1(x) + I_2(x)$，还有干涉项!!!

双缝衍射的再考察



- 增加一个光源P及用来探测电子路径的两个探测器*D*1和*D*2
- 如果考虑从P发出的光子波长较长，无论电子走*S*1或*S*2，光子都有可能被*D*1和*D*2探测到。
- 电子、光子波函数（考虑探测器 *D*1和*D*2位置对称性）
  - $\langle x|1\rangle\langle 1|S\rangle=\varphi_1$
  - $\langle x|2\rangle\langle 2|S\rangle=\varphi_2$
  - $\langle D1|1\rangle\langle 1|P\rangle=\langle D2|2\rangle\langle 2|P\rangle=\psi_1$
  - $\langle D2|1\rangle\langle 1|P\rangle=\langle D1|2\rangle\langle 2|P\rangle=\psi_2$

电子到x的几率振幅

- 计算光子被D1记录，电子到x的几率振幅为

$$\langle xD1|SP\rangle = \langle x|S\rangle\langle D1|P\rangle$$（规则四）

  - 在狭缝1处：$\langle xD1|SP\rangle_1 = \langle x|1\rangle\langle 1|S\rangle\langle D1|1\rangle\langle 1|P\rangle = \varphi_1\psi_1$
  - 同理，在狭缝2处：$\langle xD1|SP\rangle_2 = \varphi_2\psi_2$
  - $\Rightarrow \quad \langle xD1|SP\rangle = \varphi_1\psi_1 + \varphi_2\psi_2$
  - 同样，光子被D2记录，电子到x的几率振幅为
  - $\langle xD2|SP\rangle = \varphi_2\psi_1 + \varphi_1\psi_2$
- 由于D1和D2为彼此独立末态，到x的总几率为
  - $|\langle x|S\rangle|^2 = |\langle xD1|SP\rangle|^2 + |\langle xD2|SP\rangle|^2$

$$= |\varphi_1\psi_1 + \varphi_2\psi_2|^2 + |\varphi_2\psi_1 + \varphi_1\psi_2|^2$$
$$= \left(|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2\right)\left(|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2\right)$$
$$+\left(\varphi_1{\varphi_2}^* + {\varphi_1}^*\varphi_2\right)\left(\psi_1{\psi_2}^* + {\psi_1}^*\psi_2\right)$$

电子双缝衍射的讨论

- 总概率第二项：

  $$I_{12}^{int} = (\varphi_1\varphi_2{}^* + \varphi_1{}^*\varphi_2)(\psi_1\psi_2{}^* + \psi_1{}^*\psi_2)$$

  为干涉项

- 当光子不能检测到在何狭缝电子通过时：

  如$\psi_1 = \psi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

  $$\Rightarrow \quad I_{12}^{int} = (\varphi_1\varphi_2{}^* + \varphi_1{}^*\varphi_2) \neq 0$$

- 当光子能够确定电子是从哪个狭缝通过时：

  $$\psi_1 \text{或} \ \psi_2 = 0 \ \Rightarrow \ I_{12}^{int} = 0$$

态叠加的说明

- 与经典波的干涉、衍射等没有关系，仅仅数学形式上相同，否则不能解释干涉条纹因为观察而消失。
- 注意：态叠加是概率幅的相加，而不是概率的相加。
- 两个概率幅（或波函数）相加，$\psi = C_1\psi_1 + C_2\psi_2$ 并不形成新的态！如果测量力学量B时，状态ψ_1（或ψ_2）具有确定值β_1（或β_2），则ψ的测量结果不会是β_1或β_2以外的其它值，而是出现β_1或β_2值的概率分别为$|C_1|^2$和$|C_2|^2 \Leftarrow$不确定的！态“坍缩”概念。

量子力学的争论

- 以玻耳为首，包括海森堡、狄拉克、玻恩的哥本哈根学派：宇宙中事物偶然性是根本的，必然性是偶然性的平均表现。
- 以爱因斯坦为首，包括薛定谔、德布罗意学派：自然规律根本上是决定论的。“上帝肯定不是用掷骰子来决定电子应如何运动的！”

  “God does not play dice”

薛定谔“复活”——在《飞出个未来》（Futurama）剧情中

Erwin Schrödinger

From The Infosphere, the Futurama Wiki

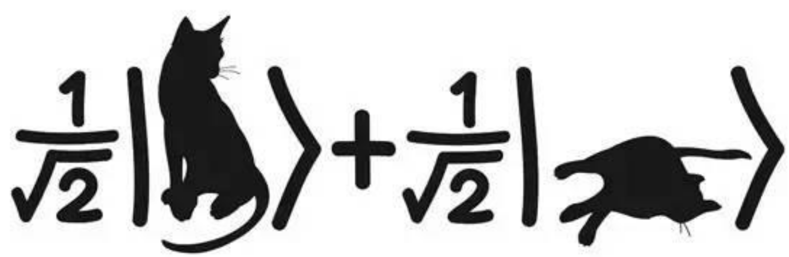
Erwin Schrödinger is a physicist considered one of the fathers of quantum mechanics. While widely believed to have been born in August 1887 and was believed to have died in January 1961, Schrödinger was seen in New New York in July 3011 (6ACV16), so it is possible that he never actually died, but was rather frozen at (for example) Applied Cryogenics.

Tertiary character

Erwin Schrödinger

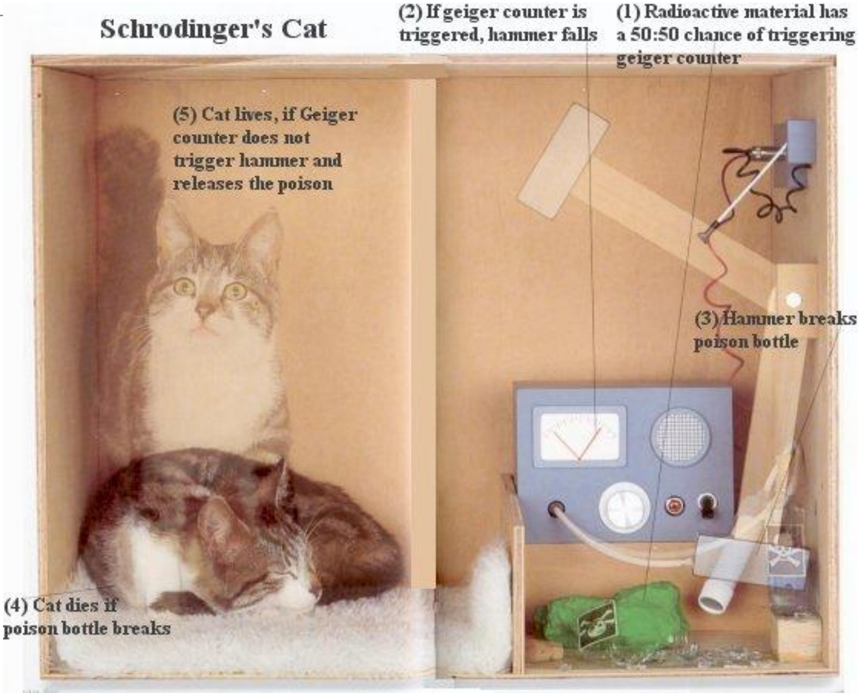
Facing URL after a car crash (6ACV16).

Age 1129



薛定谔的猫

- 薛定谔在1935年发表了《量子力学的现状》论文：第五节，提出了一个假想的猫实验
- 猫被封闭在密室里：食物+毒药。毒药的释放由放射性原子控制（随机衰变）



✦ **原子核衰变 ⇒ 放出α粒子 ⇒ 触发开关 ⇒ 锤子落下 ⇒ 击碎药瓶 ⇒ 释放毒药 ⇒ 猫必死**

✦ **猫可在密室中可能的态：$|Live\rangle$或$|Dead\rangle$，只有在打开密室时才能确认**

✦ **打开密室前，态叠加原理 ⇒ 猫的状态为：$C_1|Live\rangle + C_2|Dead\rangle$**

解释

- 自然的推论：当它们都被锁在箱子里时，因为我们没有观察，所以那个原子处在衰变 / 不衰变的叠加状态。
- 原子核的衰变是随机事件，物理学家能精确知道的只是半衰期，即衰变一半所需要的时间。如果一种放射性元素的半衰期是一天，则过一天，该元素就少了一半，再过一天，就少了剩下的一半。但是，无法确切知道它在什么时候衰变，上午，还是下午。当然，物理学家知道它在上午或下午衰变的几率——也就是猫在上午或者下午死亡的几率。
- 即使不打开箱子，当衰变的瞬间，观测已经发生，态已经塌缩

薛定谔猫的讨论

- 量子理论认为：如果没有揭开盖子，进行观察，我们永远也不知道雌猫是死是活，她将永远处于半死不活的叠加态。这与我们的日常经验严重相违，要么死，要么活，怎么可能不死不活，半死半活？
- 薛定谔挖苦说：按照量子力学的解释，箱中之猫处于“死－活叠加态”——既死了又活着！要等到打开箱子看猫一眼才决定其生死。
- 另外还有一个大的问题：它要求波函数突然坍缩。但物理学中没有一个公式能够描述这种坍缩。尽管如此，长期以来物理学家们出于实用主义的考虑，还是接受了哥本哈根的诠释。付出的代价是：违反了薛定谔方程。这就难怪薛定谔一直耿耿于怀了。

Einstein-Bohr 争论（1927-1955）

在1927年索尔维 (Solvey)会议上：

- Einstein: 按照电子的衍射，某一电子落在何处与前一个电子落在何处有关，这是不可能的。
- Bohr: 不是前后电子之间相互影响，而是单个电子的运动具有不确定性。
- Einstein: 不相信单个电子的运动是不确定的，可以设计更精确的实验仪器解决。
- Bohr: 所有粒子的不确定性是原则的、本性的。
- Einstein: 我不相信上帝会玩骰子。
- Bohr: 不要指挥上帝去做什么。

三种学派

- 现实主义学派 (Realist) 观点：粒子的位置坐标仍是 $x = 5cm$.

代表人物：爱因斯坦，薛定谔，玻姆等.

对于 Realist 而言，粒子在测量前就处在 $x = 5cm$ 的地点，只是量子力学本身没有能力告诉我们这一点. 换言之，量子力学中出现的不确定性不是微观粒子的本性、它只是反映了量子力学理论的不完备. 需要在现有量子力学理论之外提供某些附加的信息，称为隐变量 (hidden variables)，才能提供对微观粒子运动状态的完全描写.

正统学派(orthodox)粒子哪里都不存在

代表人物：Bohr，Born, Heisenberg, Dirac, Feynman, Jordan 等.

正统学派又称为 Copenhagen 学派，它认为是测量强迫粒子在某处露面. 测量未完成之前，粒子只是以

$$|\psi(\vec{r},t)|^2 d^3x$$

的概率出现在位置矢径 $\vec{r}$ 附近的微元体积 d^3x 中，它并不确定地出现在空间任何一个地点.

Jordan 语录：

观测者不仅扰动了被观测量，而且产生了它. 我们对于位置坐标的测量强迫粒子出现在了特定的位置.

不可知论学派：拒绝回答

代表人物：Pauli 等.

不可知论者认为讨论“测量前粒子是不是有一个确定位置”这一问题本身无意义. 从某种意义上说，Agnostic 有保留地支持了 Copenhagen 学派的见解.

数十年来，绝大多数物理学家采取了这种鸵鸟 (Ostrich) 姿态，不关心量子力学是否完备等基础问题，只是从实用的角度接受量子力学.

Pauli 语录：

与讨论一个针尖上能坐多少个天使的远古问题一样，我们无需为某些我们根本无法回答的事情浪费脑力.

Bell不等式

量子力学诞生以来直到 1960 年代，关于量子力学理论中出现的不确定性的上述三种观点各有自己的支持者，相互间的争论很大程度上局限于哲学层面、不见输赢.

事情在 1964 年有了重大转机. 英国物理学家 John Bell 的著名论文：

J. Bell, On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox, **Physics** 1 (1964) 195-200.

中 (基于 Realist 观点) 提出了一个判据：

$$\boxed{\left|P(\vec{a},\vec{b}) - P(\vec{a},\vec{c})\right| \leqslant 1 + P(\vec{b},\vec{c})}$$

按照这个判据，粒子在测量前有没有一个确定的位置在实验上会导致不同的测量结果.

贝尔不等式是由一元线性隐变量理论加定域性约束得到的，它表现了该理论对实验结果的限制情况。如果贝尔不等式成立，就意味着这种形式的隐变量理论也成立，则现有形式的量子力学就不完备。要是实验拒绝贝尔不等式，则表明量子力学的预言正确，或者是实验有利于量子力学。

Bell不等式的意义

1. Bell 判据的发现排除了不可知论作为一种合理观点的可能性.

2. Bell 判据把判断 Orthodox 观点与 Realistic 观点谁是谁非的问题从哲学争论变成了一个物理实验问题.

3. 基于 Aspect 等人 1980 年以来立足于 Bell 判据的大量实验的结果，我们现在知道:

   Orthodox 观点是正确的[4]，粒子在测量前没有一个确定的位置. 有关粒子位置的测量完成之后，正是这个具体测量过程赋予了粒子一个确切的位置坐标.

[4]这并不表明 Orthodox 学派的观点是量子力学诠释的唯一可靠的观点. 目前仍有多世界、可择历史等诠释与 Orthodox 竞争.

事情也许并没有定论

Ukraine: visit Nature news for the latest coverage and click here for Springer Nature's statement

nature

View all journals | Search | Login

Explore content | About the journal | Publish with us | Sign up for alerts | RSS feed

nature > letters > article

Published: 21 October 2015

Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres

B. Hensen, H. Bernien, A. E. Dréau, A. Reiserer, N. Kalb, M. S. Blok, J. Ruitenberg, R. F. L. Vermeulen, R.

You have full access to this article via **Institute of High Energy Physics, CAS**

Download PDF

nature

View all journals | Search | Log in

Explore content | About the journal | Publish with us | Sign up for alerts | RSS feed

nature > articles > article

Article | Open access | Published: 18 September 2024

Observation of quantum entanglement with top quarks at the ATLAS detector

The ATLAS Collaboration

Nature **633**, 542–547 (2024) | Cite this article

31k Accesses | **6** Citations | **480** Altmetric | Metrics

Download PDF

Associated content

Quarks show that quantum entanglement holds at high energies

Martin Hentschinski

Nature | **News & Views** | 18 Sept 2024

Sections | Figures | References

并不妨碍量子力学目前的应用