

6.20

(1) $x=0.110111, y=-0.101110$

原码一位乘

$[x]_{\text{原}}=0.110111$ $[y]_{\text{原}}=1.101110$ $x^*=0.110111$ $y^*=0.101110$

部分积	乘数	操作
0.000000	.101110	->1
0.000000	0.10111	+x*
+0.110111		
0.110111		
0.011011	10.1011	+x*
+0.110111		
1.010010		
0.101001	010.101	+x*
+0.110111		
1.100000		
0.110000	0010.10	->1
0.011000	00010.1	+x*
+0.110111		
1.001111		
0.100111	100010.	->1

$x^* \times y^* = 0.100111\ 100010$ $x_0 \oplus y_0 = 1$

$[x \times y]_{\text{原}} = 1.100111\ 100010$ $x \times y = -0.100111\ 100010$

原码两位乘

$x^*=0.110111$ $[-x^*]_{\text{补}}=111.001001$ $2x^*=001.101110$ $y^*=00.101110$

部分积	乘数	Cj	操作
000.000000	00.101110	0	+2x*
+001.101110			
001.101110		0	->2
000.011011	1000.1011	0	+[-x*] _补
+111.001001			
111.100100		1	->2
111.111001	001000.10	1	+[-x*] _补
+111.001001			
111.000010		1	->2
111.110000	10001000.	1	+x*
+000.110111			

000.100111	100010	0	最后一步不移位

$$x \times y^* = 0.100111 \ 100010 \quad x0 \oplus y0 = 1$$

$$[x \times y]_{\text{原}} = 1.100111 \ 100010 \quad x \times y = -0.100111 \ 100010$$

补码一位乘 (Booth 算法)

$$[x]_{\text{补}} = 0.110111 \quad [y]_{\text{补}} = 1.010010 \quad [-x]_{\text{补}} = 1.001001$$

部分积	乘数	y_{i+1}	操作
00.000000	1.01001 <u>0</u>	0	->1
00.000000	01.0100 <u>1</u>	0	+[-x]补
+11.001001			
11.001001			->1
11.100100	101.010 <u>0</u>	1	+ [x]补
+00.110111			
00.011011			->1
00.001101	1101.01 <u>0</u>	0	->1
00.000110	11101.0 <u>1</u>	0	+[-x]补
+11.001001			
11.001111			->1
11.100111	111101. <u>0</u>	1	+ [x]补
+00.110111			
00.011110			->1
00.001111	011110 <u>1</u> .	0	+[-x]补
+11.001001			
11.011000	001111		最后一步不移位

$$[x \times y]_{\text{补}} = 1.011000 \ 001111 \quad x \times y = -0.100111 \ 100010$$

补码两位乘

$$[x]_{\text{补}} = 000.110111 \quad 2[x]_{\text{补}} = 001.101110 \quad [-x]_{\text{补}} = 111.001001 \quad 2[-x]_{\text{补}} = 110.010010$$

$$[y]_{\text{补}} = 11.010010$$

部分积	乘数	y_{i+1}	操作
000.000000	11.0100 <u>10</u>	0	+2[-x]补
+110.010010			
110.010010			->2
111.100100	1011.01 <u>00</u>	1	+ [x]补
+000.110111			
000.011011			->2

000.000110	111011. <u>01</u>	0	+ [x]补
+000.110111			
000.111101			->2
000.001111	011110 <u>11.</u>	0	+ [-x]补
+111.001001			
111.011000	011110		最后一步不移位

[x×y]补=1.011000 001111 x×y=-0.100111 100010

(2) x=-0.010111,y=-0.010101

原码一位乘

[x]原=1.010111 [y]原=1.010101 x*=0.010111 y*=0.010101

部分积	乘数	操作
0.000000	.010101	+x*
+0.010111		
0.010111		->1
0.001011	1.01010	->1
0.000101	11.0101	+x*
+0.010111		
0.011100		->1
0.001110	011.010	->1
0.000111	0011.01	+x*
+0.010111		
0.011110		->1
0.001111	00011.0	->1
0.000111	100011.	

x*×y* =0.000111 100011 x0⊕y0=0

[x×y]原=0.000111 100011 x×y=-0.000111 100011

原码两位乘

x*=000.010111 [-x*]补=111.101001 2x*=000.101110 y*=00.010101

部分积	乘数	Cj	操作
000.000000	00.010101	0	+x*
+000.010111			
000.010111			->2
000.000101	1100.0101	0	+x*
+000.010111			
000.011100			->2

000.000111 +000.010111	001100. <u>01</u>	0	+x*
000.011110 000.000111	100011 <u>00.</u>	0	->2
000.000111	100011		最后一步不移位

$x \times y^* = 0.000111 \ 100011 \ x_0 \oplus y_0 = 0$

[x×y]原=0.000111 100011 x×y=0.000111 100011

补码一位乘

[x]补=11.101001 [-x]补=00.010111 [y]补=1.101011

部分积	乘数	yi+1	操作
00.000000 +00.010111	1.10101 <u>1</u>	0	+ [-x]补
00.010111 00.001011 00.000101 +11.101001	11.1010 <u>1</u> 111.101 <u>0</u>	1 1	->1 ->1 + [x]补
11.101110 11.110111 +00.010111	0111.10 <u>1</u>	0	->1 + [-x]补
00.001110 00.000111 +11.101001	00111.1 <u>0</u>	1	->1 + [x]补
11.110000 11.111000 +00.010111	000111. <u>1</u>	0	->1 + [-x]补
00.001111 00.000111 00.000111	100011 <u>1.</u> 100011	1	->1 最后一步不移位

[x×y]补=00.000111 100011 x×y=0.000111 100011

补码两位乘

[x]补=111.101001 [-x]补=000.010111 2[x]补=111.110100 2[-x]补=000.001011

[y]补=11.101011

部分积	乘数	yi+1	操作
000.000000 +000.010111	11.1010 <u>11</u>	0	+ [-x]补

000.010111			->2
000.00 0101	1111.10 <u>10</u>	1	+[-x]补
+000.010111			
000.011100			->2
000.000111	001111.1 <u>0</u>	1	+[-x]补
+000.010111			
000.011110			->2
000.000111	100011 <u>11</u> .	1	最后一步不移位
000.000111	100011		

[x×y]补=000.000111 100011 x×y=0. 000111 100011

(3) x=19,y=35

原码一位乘

[x]原=0,010011 [y]原=0,100011 x*=010011 y*=100011

部分积	乘数	操作
000000	,10001 <u>1</u>	+x*
+010011		
010011		->1
001001	1,1000 <u>1</u>	+x*
+010011		
011100		->1
001110	01,100 <u>0</u>	->1
000111	001,10 <u>0</u>	->1
000011	1001,1 <u>0</u>	->1
000001	11001,1	+x*
+010011		
010100		->1
001010	011001,	

$x^* \times y^* = 001010\ 011001\ x_0 \oplus y_0 = 0$

[x×y]原=0,001010 011001 x×y=1 010 011 001 =665

原码两位乘

x*=000,010011 2x*=000,100110 [-x*]补=111,101101 y*=00,100011

部分积	乘数	Cj	操作
000,000000	00,1000 <u>11</u>	0	+[-x*]补
+111,101101		1	
111,101101			->2

111,111011	0100,1000	1	+x*
+000,010011		0	
000,001110			->2
000,000011	100100,10	0	+2x*
+000,100110			
000,101001			->2
000,001010	01100100,	0	最后一步不移位
000,001010	011001		

$x \times y^* = 000,001010 \ 011001 \ x \oplus y \oplus 0 = 0$

$[x \times y]_{\text{原}} = 0,001010 \ 011001 \quad x \times y = 1 \ 010 \ 011 \ 001 = 665$

补码一位乘

$[x]_{\text{补}} = 00,010011 \quad [-x]_{\text{补}} = 11,101101 \quad [y]_{\text{补}} = 0,100011$

部分积	乘数	y_i+1	操作
00,000000	0,100011	0	+ $[-x]_{\text{补}}$
+11,101101			
11,101101			->1
11,110110	10,10001	1	->1
11,111011	010,1000	1	+ $[x]_{\text{补}}$
+00,010011			
00,001110			->1
00,000111	0010,100	0	->1
00,000011	10010,10	0	->1
00,000001	110010,1	0	+ $[-x]_{\text{补}}$
+11,101101			
11,101110			->1
11,110111	0110010,	1	+ $[x]_{\text{补}}$
+00,010011			
00,001010	011001		最后一步不移位

$[x \times y]_{\text{补}} = 00,001010 \ 011001 \quad x \times y = 0,001010 \ 011001$

补码两位乘

$[x]_{\text{补}} = 000,010011 \quad [-x]_{\text{补}} = 111,101101 \quad 2[x]_{\text{补}} = 000,100110 \quad 2[-x]_{\text{补}} = 111,011010 \quad [y]_{\text{补}} = 00,100011$

部分积	乘数	y_i+1	操作
000,000000	00,100011	0	+ $[-x]_{\text{补}}$
+111,101101			

111,101101			->2
111,111011	0100,10 <u>00</u>	1	+ [x]补
+000,010011			
000,001110			->2
000,000011	100100,1 <u>0</u>	0	+2[-x]补
+111,011010			
111,011101			->2
111,110111	011001 <u>00</u> ,	1	+ [x]补
+000,010011			
000,001010	011001		最后一步不移位

[x×y]补=000,001010 011001 x×y=0,001010 011001

(4) x=0.11011,y=-0.11101

原码一位乘

[x]原=0.11011 [y]原=1.11101 x*=0.11011 y*=0.11101

部分积	乘数	操作
0.00000	.1110 <u>1</u>	+x*
+0.11011		
0.11011		->1
0.01101	1.111 <u>0</u>	->1
0.00110	11.11 <u>1</u>	+x*
+0.11011		
1.00001		->1
0.10000	111.1 <u>1</u>	+x*
+0.11011		
1.01011		->1
0.10101	1111.1 <u>1</u>	+x*
+0.11011		
1.10000		->1
0.11000	01111	

$x^* \times y^* = 0.11000\ 01111$ $x_0 \oplus y_0 = 1$

[x×y]原=1.11000 01111 x×y=-0.11000 01111

原码两位乘

$x^* = 000.110110$ $2x^* = 001.101100$ $[-x^*]补 = 111.001010$ $y^* = 00.111010$ (需要将小数点后位数补成偶数)

部分积	乘数	Cj	操作
-----	----	----	----

000.000000 +001.101100	00.1110 <u>10</u>	0	+2x*
001.101100 000.011011 +001.101100	0000.11 <u>10</u>	0	->2 +2x*
010.000111 000.100001 +111.001010	110000.1 <u>1</u>	0 1	->2 +[-x*]补
111.101011 111.111010 +000.110110	111100 <u>00</u> .	1	->2 +x*
000.110000	111100		最后一步不移位

$x^* \times y^* = 000.11000\ 01111\ x_0 \oplus y_0 = 1$

[x×y]原=1.11000 01111 x×y=-0.11000 01111

补码一位乘

[x]补=00.11011 [-x]补=11.00101 [y]补=1.00011

部分积	乘数	yi+1	操作
00.00000 +11.00101	1.00011	0	+[-x]补
11.00101 11.10010 11.11001 +00.11011	11.0001 011.000	1 1	->1 ->1 +[x]补
00.10100 00.01010 00.00101 00.00010 +11.00101	0011.00 00011.0 100011.	0 0 0	->1 ->1 ->1 +[-x]补
11.00111	10001		最后一步不移位

[x×y]补=11.00111 10001 x×y=-0.11000 01111

补码两位乘

[x]补=000.110110 [-x]补=111.001010 2[x]补=001.101100 2[-x]补=110.010100 [y]补=11.000110

部分积	乘数	yi+1	操作
000.000000 +110.010100	11.000110	0	+ 2[-x]补
110.010100			->2

移位时 A、Q 两个寄存器串接 (A//Q)，一起右移一位 (算术移位)。

6.21

(1) $x=0.100111, y=0.101011$

原码加减交替法

$x^*=0.100111$ $y^*=0.101011$ $[-y^*]_{补}=1.010101$

被除数 (余数)	商	操作
0.100111	0.000000	第一步试减
+1.010101		$+[-y^*]_{补}$
1.111100	0.	上商 0
1.111000		1<-
+0.101011		$+y^*$
0.100011	0.1	上商 1
1.000110		1<-
+1.010101		$+[-y^*]_{补}$
0.011011	0.11	上商 1
0.110110		1<-
+1.010101		$+[-y^*]_{补}$
0.001011	0.111	上商 1
0.010110		1<-
+1.010101		$+[-y^*]_{补}$
1.101011	0.1110	上商 0
1.010110		1<-
+0.101011		$+y^*$
0.000001	0.11101	上商 1
0.000010		1<-
+1.010101		$+[-y^*]_{补}$
1.010111	0.111010	上商 0
+0.101011		$+y^*$,恢复余数
0.000010		

$[x \div y^*]_{原}=0.111010$ $x0 \oplus y0=0$

$[x \div y]_{原}=0.111010$ $x \div y=0.111010$

补码加减交替法

$[x]_{补}=0.100111$ $[y]_{补}=0.101011$ $[-y]_{补}=1.010101$

z 被除数 (余数)	商	操作
00.100111	0.000000	z、y 同号

+11.010101		+[-y]补
11.111100	0.	异号, 上商 0
11.111000		1<-
+00.101011		+ [y]补
00.100011	0.1	同号, 上商 1
01.000110		1<-
+11.010101		+[-y]补
00.011011	0.11	同号, 上商 1
00.110110		1<-
+11.010101		+[-y]补
00.001011	0.111	同号, 上商 1
00.010110		1<-
+11.010101		+[-y]补
11.101011	0.1110	异号, 上商 0
11.010110		1<-
+00.101011		+ [y]补
00.000001	0.11101	同号, 上商 1
00.000010		1<-
+11.010101		+[-y]补
11.010111	0.111011	末位恒置 1
+00.101011		异号, + [y]补
00.000010		

[x÷y]补=0.111011 x÷y=0.111011

(2) $x=-0.10101, y=0.11011$

原码加减交替法

$x^*=0.10101$ $y^*=0.11011$ $[-y^*]补=1.00101$

被除数 (余数)	商	操作
0.10101	0.000000	第一步试减
+1.00101		+ [-y*]补
1.11010	0.	上商 0
1.10100		1<-
+0.11011		+ y*
0.01111	0.1	上商 1
0.11110		1<-
+1.00101		+ [-y*]补
0.00011	0.11	上商 1
0.00110		1<-
+1.00101		+ [-y*]补
1.01011	0.110	上商 0

0.10110 +0.11011		1<- +y*
1.10001 1.00010 +0.11011	0.1100	上商 0 1<- +y*
1.11101 +0.11011	0.11000	上商 0 +y*, 恢复余数
0.11000		

$[x \div y^*]_{\text{原}} = 0.11000 \quad x_0 \oplus y_0 = 1$

$[x \div y]_{\text{原}} = 1.11000 \quad x \div y = -0.11000$

补码加减交替法

$[x]_{\text{补}} = 11.01011 \quad [y]_{\text{补}} = 00.11011 \quad [-y]_{\text{补}} = 11.00101$

被除数 (余数)	商	操作
11.01011 +00.11011	0.000000	异号 +[y]补
00.00110 00.01100 +11.00101	1.	同号, 上商 1 1<- +[-y]补
11.10001 11.00010 +00.11011	1.0	异号, 上商 0 1<- +[y]补
11.11101 11.11010 +00.11011	1.00	异号, 上商 0 1<- +[y]补
00.10101 01.01010 +11.00101	1.001	同号, 上商 1 1<- +[-y]补
00.01111 00.11110 +11.00101	1.0011	同号, 上商 1 1<- +[-y]补
00.00011 +11.00101	1.00111	末位恒置 1 同号, +[-y]补
11.01000		恢复余数

$[x \div y]_{\text{补}} = 1.00111 \quad x \div y = -0.11001$

(3) $x = 0.10100, y = -0.10001$

原码加减交替法

$x^*=0.10100$ $y^*=0.10001$ $[-y^*]_{补}=1.01111$

被除数 (余数)	商	操作
0.10100	0.00000	第一步试减
+1.01111		$+[-y^*]_{补}$
0.00011	1.	上商 1
0.00110		1<-
+1.01111		$+[-y^*]_{补}$
1.10101	1.0	上商 0
1.01010		1<-
+0.10001		$+y^*$
1.11011	1.00	上商 0
1.10110		1<-
+0.10001		$+y^*$
0.00111	1.001	上商 1
0.01110		1<-
+1.01111		$+[-y^*]_{补}$
1.11101	1.0010	上商 0
1.11010		1<-
+0.10001		$+y^*$
0.01011	1.00101	上商 1
+1.01111		$+[-y^*]_{补}$, 恢复余数
1.11010		

$[x^* \div y^*]_{原}=1.00101$ $x_0 \oplus y_0=1$

结果溢出!

补码加减交替法

$[x]_{补}=00.10100$ $[y]_{补}=11.01111$ $[-y]_{补}=00.10001$

被除数 (余数)	商	操作
00.10100	0.00000	异号, $+ [y]_{补}$
+11.01111		
00.00011	0.	异号, 上商 0
00.00110		1<-
+11.01111		$+ [y]_{补}$
11.10101	0.1	同号, 上商 1
11.01010		1<-
+00.10001		$+ [-y]_{补}$
11.11011	0.11	同号, 上商 1
11.10110		1<-
+00.10001		$+ [-y]_{补}$
00.00111	0.110	异号, 上商 0

00.01110 +11.01111		1<- +[y]补
11.11101 11.11010 +00.10001	0.1101	同号, 上商 1 1<- +[-y]补
00.01011 +11.01111	0.11011	末位恒置 1 异号, +[y]补
11.11010		恢复余数

理论上结果会溢出, 但实际计算出的结果无法看出异常, 所以应当在计算开始前就判断是否有 $x^* > y^*$, 若有, 直接进行溢出处理; 若没有, 再进行计算。

(4) $x=13/32, y=-27/32$

原码加减交替法

[x]原=0.01101 [y]原=1.11011 $x^*=0.01101$ $y^*=0.11011$ $[-y^*]补=1.00101$

被除数 (余数)	商	操作
0.01101 +1.00101	0.00000	第一步试减 +[-y*]补
1.10010 1.00100 +0.11011	0.	上商 0 1<- +y*
1.11111 1.11110 +0.11011	0.0	上商 0 1<- +y*
0.11001 1.10010 +1.00101	0.01	上商 1 1<- +[-y*]补
0.10111 1.01110 +1.00101	0.011	上商 1 1<- +[-y*]补
0.10011 1.00110 +1.00101	0.0111	上商 1 1<- +[-y*]补
0.01011	0.01111	上商 1

$[x \div y^*]原=0.01111$ $x0 \oplus y0=1$

$[x \div y]原=1.01111$ $x \div y=-0.01111$

补码加减交替法

$[x]_{补}=00.01101$ $[y]_{补}=11.00101$ $[-y]_{补}=00.11011$

被除数 (余数)	商	操作
00.01101	0.00000	异号
+11.00101		+ $[y]_{补}$
11.10010	1.	同号, 上商 1
11.00100		1<-
+00.11011		+ $[-y]_{补}$
11.11111	1.1	同号, 上商 1
11.11110		1<-
+00.11011		+ $[-y]_{补}$
00.11001	1.10	异号, 上商 0
01.10010		1<-
+11.00101		+ $[y]_{补}$
00.10111	1.100	异号, 上商 0
01.01110		1<-
+11.00101		+ $[y]_{补}$
00.10011	1.1000	异号, 上商 0
01.00110		1<-
+11.00101		+ $[y]_{补}$
00.01011	1.10001	末位恒置 1

$[x \div y]_{补}=1.10001$ $x \div y=-0.01111=-15/32$