

6.20

(1) $x=0.110111, y=-0.101110$

原码一位乘

$[x]_{\text{原}}=0.110111$ $[y]_{\text{原}}=1.101110$ $x^*=0.110111$ $y^*=0.101110$

部分积	乘数	操作
0.000000	.101110	->1
0.000000	0.10111	+x*
+0.110111		
0.110111		->1
0.011011	10.1011	+x*
+0.110111		
1.010010		->1
0.101001	010.101	+x*
+0.110111		
1.100000		->1
0.110000	0010.10	->1
0.011000	00010.1	+x*
+0.110111		
1.001111		->1
0.100111	100010.	

$x^* \times y^* = 0.100111\ 100010$ $x_0 \oplus y_0 = 1$

$[x \times y]_{\text{原}} = 1.100111\ 100010$ $x \times y = -0.100111\ 100010$




原码两位乘

$x^*=0.110111$ $[-x^*]_{\text{补}}=111.001001$ $2x^*=001.101110$ $y^*=00.101110$

部分积	乘数	Cj	操作
000.000000	00.101110	0	+2x*
+001.101110			
001.101110		0	->2
000.011011	1000.1011	0	+[-x*]补
+111.001001			
111.100100		1	->2
111.111001	001000.10	1	+[-x*]补
+111.001001			
111.000010		1	->2
111.110000	10001000.	1	+x*
+000.110111			

000.100111	100010	0	最后一步不移位
------------	--------	---	---------

$$x^* \times y^* = 0.100111\ 100010 \quad x_0 \oplus y_0 = 1$$

$$[x \times y]_{\text{原}} = 1.100111\ 100010 \quad x \times y = -0.100111\ 100010$$


补码一位乘 (Booth 算法)

$$[x]_{\text{补}} = 0.110111 \quad [y]_{\text{补}} = 1.010010 \quad [-x]_{\text{补}} = 1.001001$$

部分积	乘数	y_{i+1}	操作
00.000000	1.010010	0	->1
00.000000	01.01001	0	+[-x]补
+11.001001			
11.001001			->1
11.100100	101.0100	1	+ [x]补
+00.110111			
00.011011			->1
00.001101	1101.010	0	->1
00.000110	11101.01	0	+ [-x]补
+11.001001			
11.001111			->1
11.100111	111101.0	1	+ [x]补
+00.110111			
00.011110			->1
00.001111	0111101.	0	+ [-x]补
+11.001001			
11.011000	001111		最后一步不移位

$$[x \times y]_{\text{补}} = 1.011000\ 001111 \quad x \times y = -0.100111\ 100010$$


补码两位乘

$$[x]_{\text{补}} = 000.110111 \quad 2[x]_{\text{补}} = 001.101110 \quad [-x]_{\text{补}} = 111.001001 \quad 2[-x]_{\text{补}} = 110.010010$$

$$[y]_{\text{补}} = 11.010010$$

部分积	乘数	y_{i+1}	操作
000.000000	11.010010	0	+2[-x]补
+110.010010			
110.010010			->2
111.100100	1011.0100	1	+ [x]补
+000.110111			
000.011011			->2

000.000110	111011.01	0	+ [x]补
+000.110111			
000.111101			->2
000.001111	01111011.	0	+ [-x]补
+111.001001			
111.011000	011110		最后一步不移位

$[x \times y]_{\text{补}} = 1.011000\ 001111$ $x \times y = -0.100111\ 100010$



(2) $x = -0.010111, y = -0.010101$

原码一位乘

$[x]_{\text{原}} = 1.010111$ $[y]_{\text{原}} = 1.010101$ $x^* = 0.010111$ $y^* = 0.010101$

部分积	乘数	操作
0.000000	.010101	+ x^*
+0.010111		
0.010111		->1
0.001011	1.01010	->1
0.000101	11.0101	+ x^*
+0.010111		
0.011100		->1
0.001110	011.010	->1
0.000111	0011.01	+ x^*
+0.010111		
0.011110		->1
0.001111	00011.0	->1
0.000111	100011.	

$x^* \times y^* = 0.000111\ 100011$ $x_0 \oplus y_0 = 0$

$[x \times y]_{\text{原}} = 0.000111\ 100011$ $x \times y = 0.000111\ 100011$



原码两位乘

$x^* = 000.010111$ $[-x^*]_{\text{补}} = 111.101001$ $2x^* = 000.101110$ $y^* = 00.010101$

部分积	乘数	Cj	操作
000.000000	00.010101	0	+ x^*
+000.010111			
000.010111			->2
000.000101	1100.0101	0	+ x^*
+000.010111			
000.011100			->2

000.000111 +000.010111	001100. <u>01</u>	0	+x*
000.011110 000.000111	100011 <u>00.</u>	0	->2
000.000111	100011		最后一步不移位

$x^* \times y^* = 0.000111 \ 100011 \ x_0 \oplus y_0 = 0$

[x×y]原=0.000111 100011 x×y=0.000111 100011



补码一位乘

[x]补=11.101001 [-x]补=00.010111 [y]补=1.101011

部分积	乘数	yi+1	操作
00.000000 +00.010111	1.10101 <u>1</u>	0	+ [-x]补
00.010111 00.001011 00.000101 +11.101001	11.10101 111.1010	1 1	->1 ->1 + [x]补
11.101110 11.110111 +00.010111	0111.101	0	->1 + [-x]补
00.001110 00.000111 +11.101001	00111.10	1	->1 + [x]补
11.110000 11.111000 +00.010111	000111.1	0	->1 + [-x]补
00.001111 00.000111 00.000111	1000111. 100011	1	->1 最后一步不移位

[x×y]补=00.000111 100011 x×y=0.000111 100011



补码两位乘

[x]补=111.101001 [-x]补=000.010111 2[x]补=111.110100 2[-x]补=000.001011

[y]补=11.101011

部分积	乘数	yi+1	操作
000.000000 +000.010111	11.10101 <u>1</u>	0	+ [-x]补

000.010111			->2
000.00 0101	1111.1010	1	+[-x]补
+000.010111			
000.011100			->2
000.000111	001111.10	1	+[-x]补
+000.010111			
000.011110			->2
000.000111	10001111.	1	最后一步不移位
000.000111	100011		

$[x \times y]_{\text{补}} = 000.000111 \ 100011 \quad x \times y = 0.000111 \ 100011$



(3) $x=19, y=35$

原码一位乘

$[x]_{\text{原}} = 0, 010011 \quad [y]_{\text{原}} = 0, 100011 \quad x^* = 010011 \quad y^* = 100011$

部分积	乘数	操作
000000	,100011	+x*
+010011		
010011		->1
001001	1,10001	+x*
+010011		
011100		->1
001110	01,1000	->1
000111	001,100	->1
000011	1001,10	->1
000001	11001,1	+x*
+010011		
010100		->1
001010	011001,	

$x^* \times y^* = 001010 \ 011001 \quad x \oplus y = 0$

$[x \times y]_{\text{原}} = 0, 001010 \ 011001 \quad x \times y = 1 \ 010 \ 011 \ 001 = 665$



原码两位乘

$x^* = 000, 010011 \quad 2x^* = 000, 100110 \quad [-x^*]_{\text{补}} = 111, 101101 \quad y^* = 00, 100011$

部分积	乘数	Cj	操作
000,000000	00,100011	0	+[-x*]补
+111,101101		1	
111,101101			->2

111,111011	0100,1000	1	+x*
+000,010011		0	
000,001110			->2
000,000011	100100,10	0	+2x*
+000,100110			
000,101001			->2
000,001010	01100100,	0	最后一步不移位
000,001010	011001		

$x^* \times y^* = 000,001010 \ 011001 \ x0 \oplus y0 = 0$

$[x \times y]_{\text{原}} = 0,001010 \ 011001 \quad x \times y = 1 \ 010 \ 011 \ 001 = 665$



补码一位乘

$[x]_{\text{补}} = 00,010011 \quad [-x]_{\text{补}} = 11,101101 \quad [y]_{\text{补}} = 0,100011$

部分积	乘数	y_i+1	操作
00,000000	0,100011	0	$+[-x]_{\text{补}}$
+11,101101			
11,101101			->1
11,110110	10,10001	1	->1
11,111011	010,1000	1	$+ [x]_{\text{补}}$
+00,010011			
00,001110			->1
00,000111	0010,100	0	->1
00,000011	10010,10	0	->1
00,000001	110010,1	0	$+ [-x]_{\text{补}}$
+11,101101			
11,101110			->1
11,110111	0110010,	1	$+ [x]_{\text{补}}$
+00,010011			
00,001010	011001		最后一步不移位

$[x \times y]_{\text{补}} = 00,001010 \ 011001 \quad x \times y = 0,001010 \ 011001$



补码两位乘

$[x]_{\text{补}} = 000,010011 \quad [-x]_{\text{补}} = 111,101101 \quad 2[x]_{\text{补}} = 000,100110 \quad 2[-x]_{\text{补}} = 111,011010 \quad [y]_{\text{补}} = 00,100011$

部分积	乘数	y_i+1	操作
000,000000	00,100011	0	$+ [-x]_{\text{补}}$
+111,101101			

111,101101			->2
111,111011	0100,1000	1	+ [x]补
+000,010011			
000,001110			->2
000,000011	100100,10	0	+2[-x]补
+111,011010			
111,011101			->2
111,110111	01100100,	1	+ [x]补
+000,010011			
000,001010	011001		最后一步不移位

$[x \times y]_{\text{补}} = 000,001010 \ 011001$ $x \times y = 0,001010 \ 011001$



(4) $x = 0.11011, y = -0.11101$

原码一位乘

$[x]_{\text{原}} = 0.11011$ $[y]_{\text{原}} = 1.11101$ $x^* = 0.11011$ $y^* = 0.11101$

部分积	乘数	操作
0.00000	.11101	+ x^*
+0.11011		
0.11011		->1
0.01101	1.1110	->1
0.00110	11.111	+ x^*
+0.11011		
1.00001		->1
0.10000	111.11	+ x^*
+0.11011		
1.01011		->1
0.10101	1111.1	+ x^*
+0.11011		
1.10000		->1
0.11000	01111	

$x^* \times y^* = 0.11000 \ 01111$ $x_0 \oplus y_0 = 1$

$[x \times y]_{\text{原}} = 1.11000 \ 01111$ $x \times y = -0.11000 \ 01111$



原码两位乘

$x^* = 000.110110$ $2x^* = 001.101100$ $[-x^*]_{\text{补}} = 111.001010$ $y^* = 00.111010$ (需要将小数点后位数补成偶数)

部分积	乘数	Cj	操作
-----	----	----	----

000.000000 +001.101100	00.111010	0	+2x*
001.101100 000.011011 +001.101100	0000.1110	0	->2 +2x*
010.000111 000.100001 +111.001010	110000.11	0 1	->2 +[-x*]补
111.101011 111.111010 +000.110110	11110000.	1	->2 +x*
000.110000	111100		最后一步不移位

$$x^* \times y^* = 000.11000 \ 01111 \ x0 \oplus y0 = 1$$

$$[x \times y]_{\text{原}} = 1.11000 \ 01111 \quad x \times y = -0.11000 \ 01111$$



补码一位乘

$$[x]_{\text{补}} = 00.11011 \quad [-x]_{\text{补}} = 11.00101 \quad [y]_{\text{补}} = 1.00011$$

部分积	乘数	yi+1	操作
00.00000 +11.00101	1.00011	0	+[-x]补
11.00101 11.10010 11.11001 +00.11011	11.0001 011.000	1 1	->1 ->1 +[x]补
00.10100 00.01010 00.00101 00.00010 +11.00101	0011.00 00011.0 100011.	0 0 0	->1 ->1 ->1 +[-x]补
11.00111	10001		最后一步不移位

$$[x \times y]_{\text{补}} = 11.00111 \ 10001 \quad x \times y = -0.11000 \ 01111$$



补码两位乘

$$[x]_{\text{补}} = 000.110110 \quad [-x]_{\text{补}} = 111.001010 \quad 2[x]_{\text{补}} = 001.101100 \quad 2[-x]_{\text{补}} = 110.010100 \quad [y]_{\text{补}} = 11.000110$$

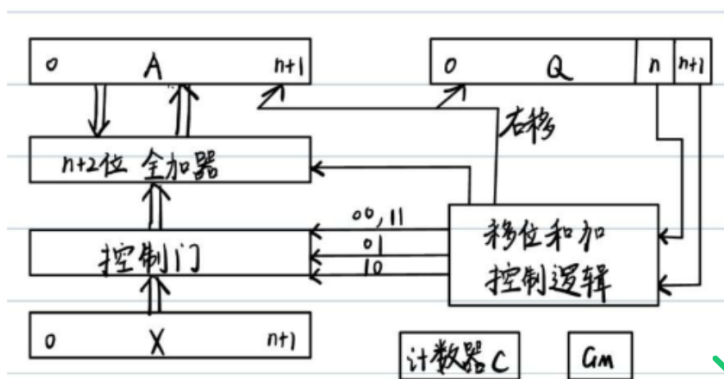
部分积	乘数	yi+1	操作
000.000000 +110.010100	11.000110	0	+ 2[-x]补
110.010100			->2

111.100101	0011.0001	1	+ 2[x]补
+001.101100			
001.010001			->2
000.010100	010011.00	0	->2
000.000101	00010011.	0	+ [-x]补
+111.001010			
111.001111	000100		最后一步不移位

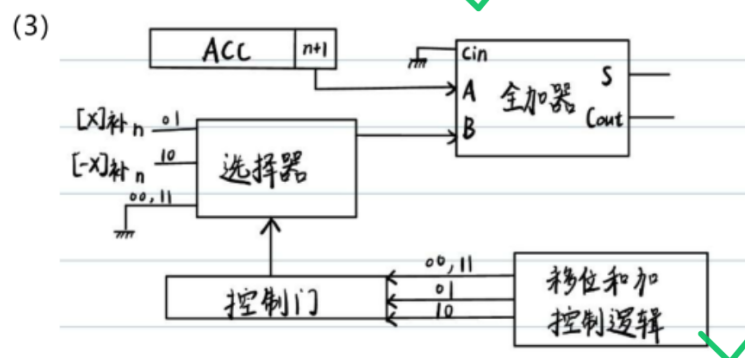
$[x \times y]_{\text{补}} = 111.00111 \ 1000100 \quad x \times y = -0.11000 \ 01111$

6.23

(1) 寄存器和全加器均为 $n+2$ 位



(2) 共做 n 次移位，最多做 $n+1$ 次加法（最后一步以及每次移位前都可以做一次）



(4) 加的过程受 Q 寄存器末两位控制，当末两位为 00 或 11 时，部分积不变；当末两位为 01 时，部分积加上被乘数；末两位为 10 时，部分积减去被乘数，即与求补后的被乘数相加。

移位时 A、Q 两个寄存器串接 (A//Q)，一起右移一位 (算术移位)。

6.21

(1) $x=0.100111, y=0.101011$

原码加减交替法

$x^*=0.100111 \quad y^*=0.101011 \quad [-y^*]_{补}=1.010101$

被除数 (余数)	商	操作
0.100111	0.000000	第一步试减
+1.010101		$+[-y^*]_{补}$
1.111100	0.	上商 0
1.111000		1 < -
+0.101011		$+y^*$
0.100011	0.1	上商 1
1.000110		1 < -
+1.010101		$+[-y^*]_{补}$
0.011011	0.11	上商 1
0.110110		1 < -
+1.010101		$+[-y^*]_{补}$
0.001011	0.111	上商 1
0.010110		1 < -
+1.010101		$+[-y^*]_{补}$
1.101011	0.1110	上商 0
1.010110		1 < -
+0.101011		$+y^*$
0.000001	0.11101	上商 1
0.000010		1 < -
+1.010101		$+[-y^*]_{补}$
1.010111	0.111010	上商 0
+0.101011		$+y^*$, 恢复余数
0.000010		

$[x \div y]_{原}=0.111010 \quad x0 \oplus y0=0$

$[x \div y]_{原}=0.111010 \quad x \div y=0.111010$



补码加减交替法

$[x]_{补}=0.100111 \quad [y]_{补}=0.101011 \quad [-y]_{补}=1.010101$

z 被除数 (余数)	商	操作
00.100111	0.000000	z、y 同号

+11.010101		+[-y]补
11.111100	0.	异号, 上商 0
11.111000		1 < -
+00.101011		+ [y]补
00.100011	0.1	同号, 上商 1
01.000110		1 < -
+11.010101		+ [-y]补
00.011011	0.11	同号, 上商 1
00.110110		1 < -
+11.010101		+ [-y]补
00.001011	0.111	同号, 上商 1
00.010110		1 < -
+11.010101		+ [-y]补
11.101011	0.1110	异号, 上商 0
11.010110		1 < -
+00.101011		+ [y]补
00.000001	0.11101	同号, 上商 1
00.000010		1 < -
+11.010101		+ [-y]补
11.010111	0.111011	末位恒置 1
+00.101011		异号, + [y]补
00.000010		

$[x \div y]_{\text{补}} = 0.111011$ $x \div y = 0.111011$



(2) $x = -0.10101$, $y = 0.11011$

原码加减交替法

$x^* = 0.10101$ $y^* = 0.11011$ $[-y^*]_{\text{补}} = 1.00101$

被除数 (余数)	商	操作
0.10101	0.000000	第一步试减
+1.00101		+ [-y*]补
1.11010	0.	上商 0
1.10100		1 < -
+0.11011		+ y*
0.01111	0.1	上商 1
0.11110		1 < -
+1.00101		+ [-y*]补
0.00011	0.11	上商 1
0.00110		1 < -
+1.00101		+ [-y*]补
1.01011	0.110	上商 0

0.10110		1 < -
+0.11011		+y*
1.10001	0.1100	上商 0
1.00010		1 < -
+0.11011		+y*
1.11101	0.11000	上商 0
+0.11011		+y*, 恢复余数
0.11000		

$[x \div y^*]_{\text{原}} = 0.11000$ $x_0 \oplus y_0 = 1$

$[x \div y]_{\text{原}} = 1.11000$ $x \div y = -0.11000$



补码加减交替法

$[x]_{\text{补}} = 11.01011$ $[y]_{\text{补}} = 00.11011$ $[-y]_{\text{补}} = 11.00101$

被除数 (余数)	商	操作
11.01011	0.000000	异号
+00.11011		+ $[y]_{\text{补}}$
00.00110	1.	同号, 上商 1
00.01100		1 < -
+11.00101		+ $[-y]_{\text{补}}$
11.10001	1.0	异号, 上商 0
11.00010		1 < -
+00.11011		+ $[y]_{\text{补}}$
11.11101	1.00	异号, 上商 0
11.11010		1 < -
+00.11011		+ $[y]_{\text{补}}$
00.10101	1.001	同号, 上商 1
01.01010		1 < -
+11.00101		+ $[-y]_{\text{补}}$
00.01111	1.0011	同号, 上商 1
00.11110		1 < -
+11.00101		+ $[-y]_{\text{补}}$
00.00011	1.00111	末位恒置 1
+11.00101		同号, + $[-y]_{\text{补}}$
11.01000		恢复余数

$[x \div y]_{\text{补}} = 1.00111$ $x \div y = -0.11001$



(3) $x = 0.10100$, $y = -0.10001$

原码加减交替法

$$x^*=0.10100 \quad y^*=0.10001 \quad [-y^*]_{\text{补}}=1.01111$$

被除数 (余数)	商	操作
0.10100	0.00000	第一步试减
+1.01111		$+[-y^*]_{\text{补}}$
0.00011	1.	上商 1
0.00110		1 < -
+1.01111		$+[-y^*]_{\text{补}}$
1.10101	1.0	上商 0
1.01010		1 < -
+0.10001		$+y^*$
1.11011	1.00	上商 0
1.10110		1 < -
+0.10001		$+y^*$
0.00111	1.001	上商 1
0.01110		1 < -
+1.01111		$+[-y^*]_{\text{补}}$
1.11101	1.0010	上商 0
1.11010		1 < -
+0.10001		$+y^*$
0.01011	1.00101	上商 1
+1.01111		$+[-y^*]_{\text{补}}$, 恢复余数
1.11010		

仅在余数为负数/余数与被除数不同号时才需要恢复余数

$$[x^* \div y^*]_{\text{原}} = 1.00101 \quad x_0 \oplus y_0 = 1$$

结果溢出!



补码加减交替法

$$[x]_{\text{补}}=00.10100 \quad [y]_{\text{补}}=11.01111 \quad [-y]_{\text{补}}=00.10001$$

被除数 (余数)	商	操作
00.10100	0.00000	异号, $+ [y]_{\text{补}}$
+11.01111		
00.00011	0.	异号, 上商 0
00.00110		1 < -
+11.01111		$+ [y]_{\text{补}}$
11.10101	0.1	同号, 上商 1
11.01010		1 < -
+00.10001		$+ [-y]_{\text{补}}$
11.11011	0.11	同号, 上商 1
11.10110		1 < -
+00.10001		$+ [-y]_{\text{补}}$
00.00111	0.110	异号, 上商 0

00.01110		1 < -
+11.01111		+ [y]补
11.11101	0.1101	同号, 上商 1
11.11010		1 < -
+00.10001		+ [-y]补
00.01011	0.11011	末位恒置 1
+11.01111		异号, + [y]补
11.11010		恢复余数

理论上结果会溢出, 但实际计算出的结果无法看出异常, 所以应当在计算开始前就判断是否有 $x^* > y^*$, 若有, 直接进行溢出处理; 若没有, 再进行计算。

(4) $x=13/32, y=-27/32$

原码加减交替法

[x]原=0.01101 [y]原=1.11011 $x^*=0.01101$ $y^*=0.11011$ $[-y^*]补=1.00101$

被除数 (余数)	商	操作
0.01101	0.00000	第一步试减
+1.00101		+ [-y*]补
1.10010	0.	上商 0
1.00100		1 < -
+0.11011		+ y*
1.11111	0.0	上商 0
1.11110		1 < -
+0.11011		+ y*
0.11001	0.01	上商 1
1.10010		1 < -
+1.00101		+ [-y*]补
0.10111	0.011	上商 1
1.01110		1 < -
+1.00101		+ [-y*]补
0.10011	0.0111	上商 1
1.00110		1 < -
+1.00101		+ [-y*]补
0.01011	0.01111	上商 1

$[x^* \div y^*]原=0.01111$ $x0 \oplus y0=1$

$[x \div y]原=1.01111$ $x \div y = -0.01111$

补码加减交替法

$[x]_{\text{补}}=00.01101$ $[y]_{\text{补}}=11.00101$ $[-y]_{\text{补}}=00.11011$

被除数 (余数)	商	操作
00.01101	0.00000	异号
+11.00101		+ $[y]_{\text{补}}$
11.10010	1.	同号, 上商 1
11.00100		1 < -
+00.11011		+ $[-y]_{\text{补}}$
11.11111	1.1	同号, 上商 1
11.11110		1 < -
+00.11011		+ $[-y]_{\text{补}}$
00.11001	1.10	异号, 上商 0
01.10010		1 < -
+11.00101		+ $[y]_{\text{补}}$
00.10111	1.100	异号, 上商 0
01.01110		1 < -
+11.00101		+ $[y]_{\text{补}}$
00.10011	1.1000	异号, 上商 0
01.00110		1 < -
+11.00101		+ $[y]_{\text{补}}$
00.01011	1.10001	末位恒置 1

$[x \div y]_{\text{补}}=1.10001$ $x \div y = -0.01111 = -15/32$

