

Обхід вершин графу

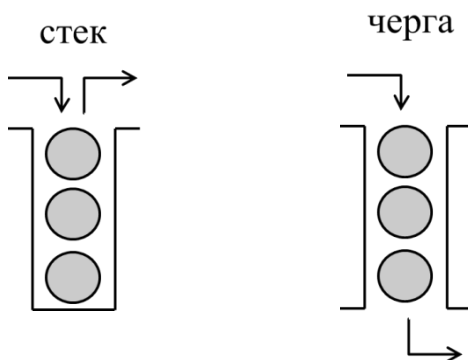
Задачі, що розв'язуються на базі алгоритму обходу:

- перевірка досяжності між парою вершин, або всіх вершин від заданої початкової;
- окреслення компонент зв'язності (з модифікацією: замість індикатора «розглянуто» надавати номер компоненти зв'язності);
- пошук циклів (DFS);
- пошук найкоротших шляхів від заданої вершини (BFS);
- знаходження циклів графів:
 - гамільтонів цикл: обійти всі вершини графа, побувавши в кожній з них лише один раз (задача комівояжера);
 - ейлерів цикл: обійти всі ребра (контроль дієздатності мережі).

Алгоритми обходу вершин

Велика кількість задач для графів вимагають перегляду всіх вершин і ребер графа G у певному порядку. Найбільш поширений так званий алгоритм «пошуку у глибину» (або DFS-метод від англ. depth first search). У ході роботи алгоритму використовують структуру даних, яку називають стеком, що працює за принципом „останнім прийшов — першим вийшов”. Додавання й вилучення елементів у стеку відбувається з одного кінця, який називають верхівкою стеку.

Часто використовується перегляд графа «пошуком у ширину» (або BFS-метод від англ. breadth first search), при якому у кожній черговій вершині переглядаються всі інцидентні їй ребра без виключення і всі їх кінцеві вершини (тобто «оточення» вершини). У ході реалізації алгоритму використовують структуру даних, яку називають чергою, що використовує принцип „першим прийшов — першим вийшов”. Елемент включається у хвіст черги, а виключається з її голови.



Нехай G – зв'язний граф. Треба, пересуваючись тільки по ребрам графа, обійти та розмітити всі його вершини.

Вхід: граф G ; $s \in V$ - початок обходу

Вихід: маркери вершин $v.mark$

Допоміжні величини:

$T \subseteq V$ множина вершин, які потрібно розглянути

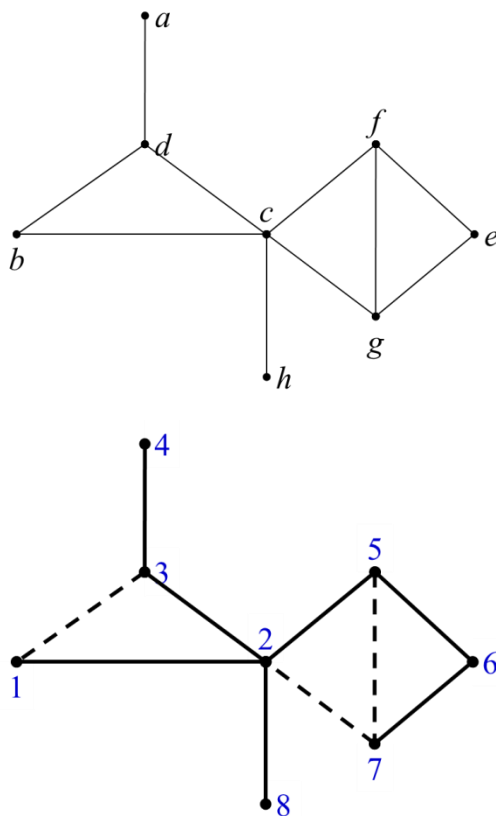
$v.selected$ чи вершина розглянута

$v.prev$ попередня вершина під час обходу

- 1) для всіх $v \in V$ $v.selected = false$; $v.prev = null$; $N = 1$
- 2) включити s у T ; $s.selected = true$; $w.num = N$
- 3) поки $T \neq \emptyset$ виконати
- 4) видалити u з T /спосіб вибору u може бути різним
- 5) для всіх $w \in \Gamma(u)$ виконати /для всіх w суміжних з u
- 6) якщо $w.selected = false$ то
- 7) включити w у T
- 8) $N = N + 1$; $w.num = N$;
- 9) $w.selected = true$
- 10) $w.prev = u$

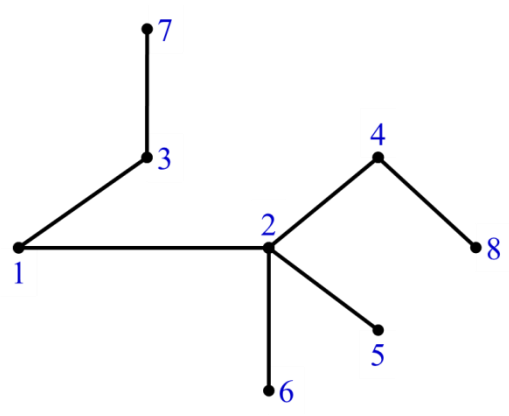
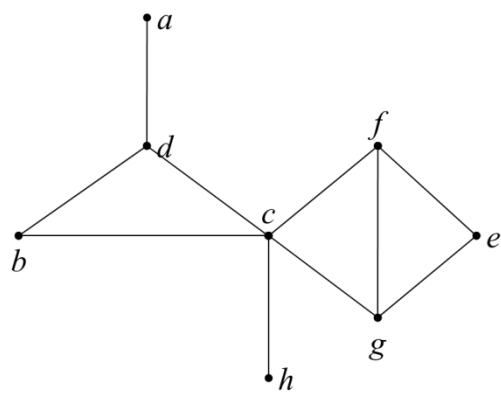
✓ Краще використовувати пошук в глибину, якщо потрібно тільки обійти і промаркувати вершини.

Приклад. Обхід в глибину.



| Вершина | DFS-номер | Вміст стеку |
|---------|-----------|-------------|
| b | 1 | b |
| c | 2 | bc |
| d | 3 | bcd |
| a | 4 | $bcda$ |
| - | - | bcd |
| - | - | bc |
| f | 5 | $bcbf$ |
| e | 6 | $bcbfe$ |
| g | 7 | $bcbfeg$ |
| - | - | $bcbfe$ |
| - | - | $bcbf$ |
| - | - | bc |
| h | 8 | $bcbh$ |
| - | - | bc |
| - | - | b |
| - | - | \emptyset |

Приклад. Обхід в ширину.



| Вершина | DFS-номер | Вміст черги |
|----------|-----------|--------------|
| <i>b</i> | 1 | <i>b</i> |
| <i>c</i> | 2 | <i>bc</i> |
| <i>d</i> | 3 | <i>bcd</i> |
| - | - | <i>cd</i> |
| <i>f</i> | 4 | <i>cdf</i> |
| <i>g</i> | 5 | <i>cdfg</i> |
| <i>h</i> | 6 | <i>cdfgh</i> |
| - | - | <i>dfgh</i> |
| <i>a</i> | 7 | <i>dfgha</i> |
| - | - | <i>fgha</i> |
| <i>e</i> | 8 | <i>fghae</i> |
| - | - | <i>ghae</i> |
| - | - | <i>hae</i> |
| - | - | <i>ae</i> |
| - | - | <i>e</i> |
| - | - | ∅ |

Література для самостійного читання

| | |
|-----------------------|--|
| Взято за основу | Нікольський Ю.В. Дискретна математика / Ю.В.Нікольський, В.В.Пасічник, Ю.М.Щербина — К.: Видавнича група BVH, 2007. — 368 с. |
| Подивитись детальніше | <p>Белоусов А.И., Ткачев С.Б. Дискретная математика: Учеб. для вузов / Под ред. В.С.Зарубина, А.П.Крищенко. - 3-е изд., стереотип. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. - 744 с.</p> <p>Молчановський О.І. Курс лекцій з дискретної математики. Розділ VII. Теорія графів / НТУУ КПП, репозиторій GitHub</p> <p>Шапорев С.Д. Дискретная математика: учебное пособие / Балт. гос. техн. ун-т «Военмех». СПб., 2004. — 131 с.</p> |
| Програмні реалізації | <p>Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов: Учебник для вузов. 3-е изд. — СПб.: Питер, 2009 — 384 с.</p> <p>Поиск в ширину, Поиск в глубину / Библиотека форума e-taхх-ги</p> <p>Седжвик Р. Фундаментальные алгоритмы на C++. Алгоритмы на графах: пер. с англ. — СПб.: ООО «ДиаСофтЮП», 2002 — 496 с.</p> <p>Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс — М.: Известия, 2011. - 512 с.</p> |